

室蘭工業大学研究報告．理工編 第8巻第1号 全1冊

その他（別言語等） のタイトル	Memoirs of the Muroran Institute of Technology. Science and engineering vol.8 no.1
journal or publication title	Memoirs of the Muroran Institute of Technology. Science and engineering
volume	8
number	1
year	1973-10-15
URL	http://hdl.handle.net/10258/2959

室 蘭 工 業 大 学
研 究 報 告
理 工 編

第 八 卷 第 一 号

昭 和 四 十 八 年 十 月

MEMOIRS
OF
THE MURORAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY
Science and Engineering

VOL. 8, NO. 1
Oct., 1973

MURORAN HOKKAIDO
JAPAN

Editing Committee

Y. Kanamori	President	<i>Chairman of the Committee</i>
K. Okubo	Prof.	<i>Electrical Engineering</i>
F. Komatsu	Prof.	<i>Industrial Chemistry</i>
Y. Maeno	Prof.	<i>Mineral Development Engineering</i>
K. Matsuki	Prof.	<i>Civil Engineering</i>
M. Naito	Prof.	<i>Mechanical Engineering</i>
K. Igawa	Prof.	<i>Metallurgical Engineering</i>
Z. Sugita	Prof.	<i>Chemical Engineering</i>
H. Ichiba	Prof.	<i>Industrial Mechanical Engineering</i>
H. Kikuchi	Prof.	<i>Architectural Engineering</i>
S. Kitamura	Prof.	<i>Electronic Engineering</i>
I. Seino	Prof.	<i>Literature</i>
N. Mizoguchi	Lect.	<i>Science</i>
Y. Saeki	Prof.	<i>Physics</i> <i>(Evening Session)</i>
M. Yoshida	Prof.	<i>Chief Librarian</i>

All communications regarding the memoirs should be addressed to the chairman of the committee.

These publications are issued at irregular intervals. They consist of two parts, Science and Engineering and Cultural Science. When they amount to four numbers, they form one volume.

室蘭工業大学研究報告 第八卷 第一号

理 工 編

目 次

		頁
模型トラスの応力解析	浜 田 恒 平 内 藤 正 鄰	1 (1) 1
円管内における粒体の水力輸送について 第4報 単球の沈降速度と単球浮遊時の 流速に関する実験式	奥 田 教 海	1 (9) 9
核沸騰のデジタル・シミュレーション (第1報)	山 岸 英 明 花 岡 裕	1 (19) 19
Relativities between Sets and Measurements	Y. Kinokuniya	1 (29) 29
Totally Ordered Linear Space Structures and Separation Theorem in Real Linear Topological Spaces	K. Iwata	1 (43) 43
人造黒鉛の動ヤング率に対する気孔率効果	松 本 昭 彦	1 (49) 49
Zn-Al 共析合金の超塑性挙動におよぼす Mg の影響	田 中 雄 一 井 川 克 也	1 (59) 59
Ar 気流中におけるクロマイトの炭素還元	片 山 博 田 中 章 彦	1 (75) 75
直流電圧によるがいしの暴露試験結果	本 間 皓 治 野 崎 久 司 大 窪 協	1 (87) 87
銀上の酸素と二酸化炭素の吸着に関する一考察	葛 蒲 明 已 伊 東 良 将 加 納 久 雄 金 塚 高 次	1 (107) 107
横型攪拌槽内液のフローバタン	安 藤 公 二 村 守 俊 明 及 川 郁 朗	1 (115) 115
横型攪拌槽の連続操作法に関する研究	福 田 隆 至 井 戸 川 清 二 佐 藤 光 公 安 藤 公 二	1 (121) 121
北海道産玻璃質岩の揮発性成分に関する研究 1. 加熱減量	白 幡 浩 志	1 (131) 131

北海道産玻璃質岩の揮発性成分に関する研究		
2. 塩素の加熱放出	白 幡 浩 志	1 (141) 141
3 径間連続桁式逆ローゼ橋の最適弦材分配率		
に関する基礎的研究 (第2報)		
—光弾性模型に関する実験的研究—	中 村 作太郎 志 村 政 雄	1 (147) 147
On a Three Dimensional Stress Analysis of an		
Annular Cylindrical Body Subjected by		
Non-axisymmetrical Loading	S. G. Nomachi K. G. Matsuoka	1 (161) 161
On the Stress Analysis of the Plates with		
Multi-crosswise Ribs (Part 1)	S. G. Nomachi K. G. Matsuoka T. Ohshima	1 (171) 171
和分変換による吊橋撓度理論の解法について	能 町 純 雄 松 岡 健 一 小 針 憲 司	1 (187) 187
教官学術研究発表集録 (昭 47. 4. 1~48. 3. 31)		1 (201) 201

模 型 ト ラ ス の 応 力 解 析

浜 田 恒 平 ・ 内 藤 正 鄰

Stress Analysis of a Model (miniature) Truss

Kouhei Hamada and Masachika Naito

Abstract

The measured stress of the truss structure does not always agree to the stress calculated by the Cremona's method. For the purpose of researching into the relation, an experiment on the model truss was tried by the authors. The model truss made of equal angle steel was Warren type, span length $l=360$ cm, height $h=30$ cm. The axial force was measured by the axial force load-cell. In the measuring member, the load-cell was inserted instead of the member. The section of the load-cell was square, so axial force and bending moments were measured and calculated individually. In the members of the truss, the axial force of the upper chord member was 80~85% of the calculated value and on the lower chord member it was 75~80%. On the other members they were nearly equal. The reaction ratio of the main beam to the sub beam was 4:1.

1. 緒 言

構造物、産業機械等には型鋼、パイプ等を使用したトラス構造が多く用いられている。一般に静定トラスにおける応力解析は、節点におけるつりあい条件を用いたクレモナの図解法¹⁾、節点法、その他の解法が多く用いられている。しかしこれらの解法は「構成部材は直線材で、すべて、滑節接合されている。故に曲げモーメントは生じない。せん断力は軸力にくらべて微小であるので計算上無視する。外力は節点又は支点に作用する。」等の仮定のもとで行われる。このため実際の構造物において測定された応力と上記の解法によって求めた応力とは必ずしも完全に一致しない²⁾。これは実際の構造物において接合はほとんどボルト、リベット等で行なわれ、この点が完全な滑節接合と仮定出来ないため曲げモーメントの影響が無視出来なくなる。これらの関係を調べるため等辺山型鋼を使用して簡単なワーレン型トラスの模型を製作し載荷試験を行った。ここで等辺山型鋼は重心が部材外にあるため単軸の引張又は圧縮荷重を受けた場合でも、偏心荷重となり、部材の任意の断面の応力分布は一樣とはならない。そのため等辺山型鋼の単軸の引張荷重下における挙動を調べた。その結果、等辺山型鋼に直接ストレインゲージ等を用いて、軸力及び曲げを分離して測定することは困難であることがわかった。そこでこれらの型鋼に相当する断面二次モーメント、又は断面係数を持ち、正方形の断面の部材をト

ラスの測定個所に入れ、軸力及び曲げを分離して測定³⁾した。

2. 等辺山型鋼の引張試験

引張荷重下における等辺山型鋼のひずみ分布及び応力分布を調べるため次のような実験を行った。用いた型鋼は $60 \times 60 \times 3$ 長さ 900 mm, 及び $75 \times 75 \times 3$ 長さ 900 mm の 2 種類, 荷重方法は油圧式引張試験機により 1~5 t の範囲で行った。型鋼と試験機はピン, ユニバーサルジョイント, ボルト等を用いて固定した。

荷重位置は図 1 に示す型鋼の中心軸 (A) 及び重心軸 (B) の 2 点で行った。ひずみ分布の測定は $60 \times 60 \times 3$ の型鋼にゲージ長 4 mm のストレインゲージを図 1 に示す位置に, 又応力分布は $75 \times 75 \times 3$ の型鋼にゲージ長 2 mm の 3 軸ロゼットゲージを 3 ケ所それぞれ接着して実験を行った。これらの測定結果の 1 例として, 荷重位置は (A), ユニバーサルジョイントの場合を図 2 に示す。これらより等辺山型鋼の重心は部材外にあるため, この点を荷重位置とすることは不可能に近いので, 一般に偏心荷重となる。又型鋼に偏心荷重が加えられる場合の応力分布は

$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{Pmy}{I_z} + \frac{Pnz}{fy}$$

の式⁴⁾より算出されるが, この式は型鋼と試験機の固定条件に関係なく応力分布が定まるが, 今回の測定結果とは必ずしも一致していない。又測定値より軸力と曲げモーメントを分離することは出来なかった。以上のように等辺山型鋼に単軸引張を加えた場合の応力分布は, 必ずしも一様とはならず山型鋼に直接ストレインゲージ等を接着して軸力を測定することは不可能に近いと考えられる。

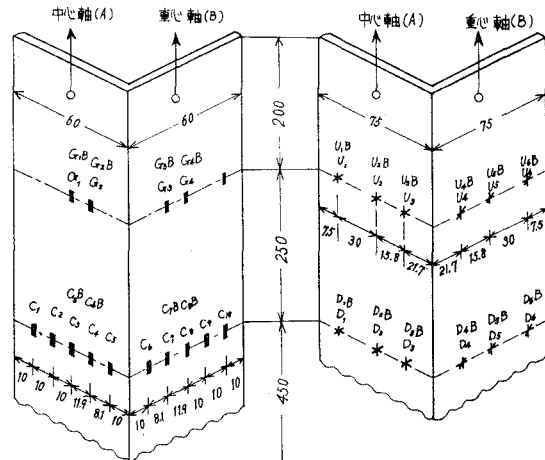


図 1 荷重位置及びひずみの測定位置
(型鋼の長さ $\ell = 900$ mm)

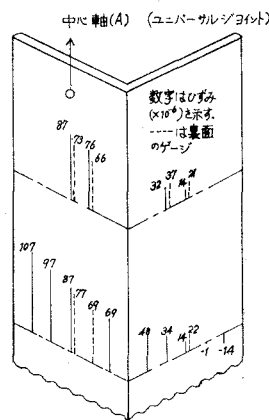


図 2-1 $60 \times 60 \times 3$ の型鋼
におけるひずみ分布
(荷重 1 ton)

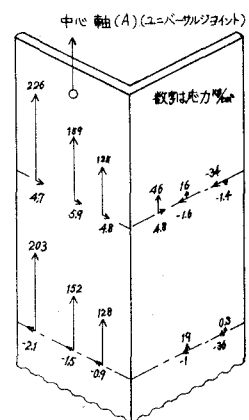


図 2-2 $75 \times 75 \times 3$ の型鋼
における応力分布

3. 実験装置及び方法

3.1 模型トラス

図3に示すようなトラスを設計，製作した。使用部材は主桁，補桁ともすべて， $25 \times 25 \times 3$ mm の等辺山型鋼，ガセット板は3.2 mm 厚の鋼板で共に市販の無規格品である。各部材の節点は $M6 \times 16$ mm のボルトを用いたボルト結合とした。2体のトラス桁は両端を上記の型鋼を用いてボルトで225 mm の幅に結合し1体としてある。各節点におけるボルト穴の位置は型鋼の幅 (25 mm)，ボルトの太さ等の関係から幅の中心軸とした。

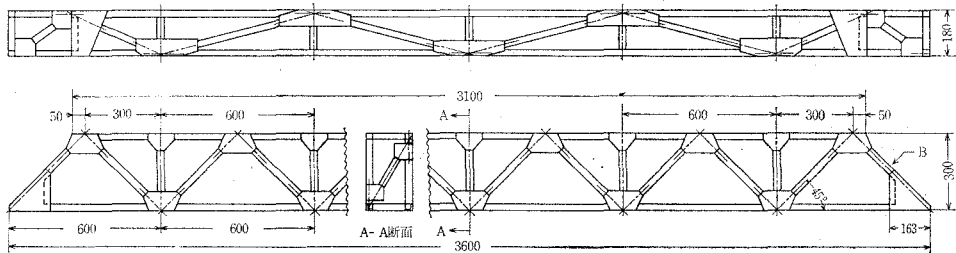


図3 模型トラス

3.2 荷重装置

模型トラスは図4に示すように，みぞ型鋼を用いた載荷台に図5に示す反力計を固定する。これは載荷時に各トラス桁が受ける反力を測定するためである。これらの反力計の上に模型トラスを置く。図6に荷重装置を示す。載荷位置は荷重装置を移動することにより変えられ，荷重は締付用ナットを廻すことにより載荷される。載荷された荷重は，あらかじめストレインゲージを接着し，荷重-ひずみの関係を検定してある締付棒のひずみを測定することにより読取ることが出来る。荷重位置は図4に示す中央荷重 (A)，60 cm 移動荷重 (B) の2ヶ所，荷重は0~1500 kg の範囲で実験を行った。

3.3 撓み

トラスに荷重を載荷したときの動きを調べるため，下弦材の中央の撓みをダイヤルゲージ

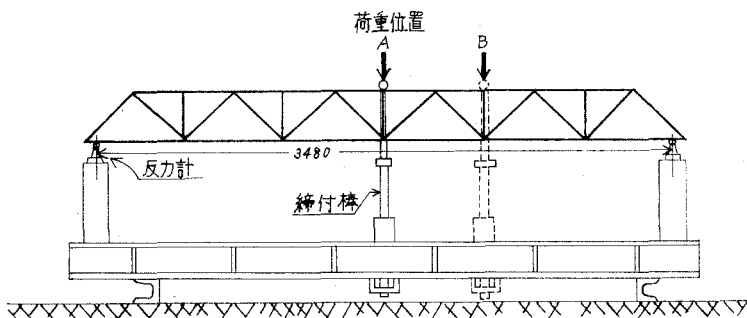


図4 荷重載荷装置

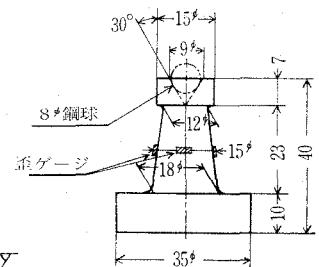


図5 反力計

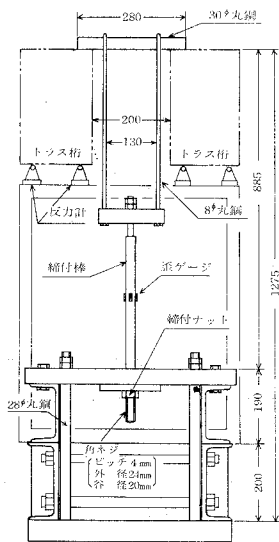


図6 載荷装置

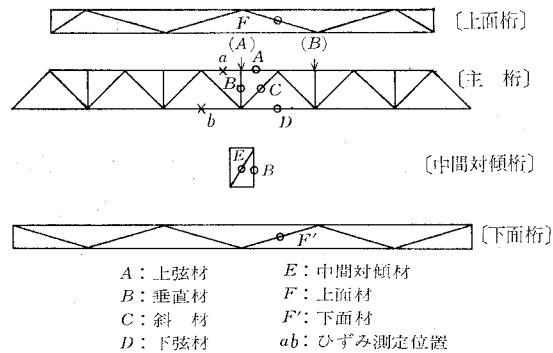


図7 軸力計の測定位置

を用いて測定した。

3.4 軸力計

軸力の測定は図7に示す7ヶ所で行うことにした。軸力計として図8に示すような断面が正方形で、かつ使用した等辺山形鋼と同じ断面係数となるように設計した。軸力計の長さは各測定位置に合わせてある。上弦材と下弦材の所には断面二次モーメントが一致するような軸力計も使用した。これらの軸力計は中央部にストレインゲージを接着し、油圧式引張試験機により軸力-ひずみの関係を検定した。軸力計はトラスに組入れることによりトラス全体の応力分布が乱れるのを最小限にするため、原則として一カ所ずつ取付けて測定を行った。ここで上弦材と下弦材は製作上それぞれ一本で作ったため軸力計を入れるには測定箇所を切断しなければならない。そこで切断の影響を調べるため図7及び図9に示す a_1 b_1 a_2 b_2 の4カ所にストレインゲージを接着し上、下弦材の切断後のひずみの変化を調べた。軸力計の取付位置は等辺山形鋼の中心軸と軸力計の中心軸が一致するように取付けた。

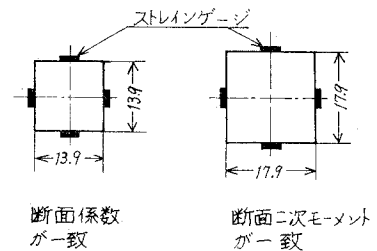


図8 軸力計断面

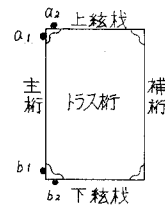


図9 ゲージ接着位置

4. 実験結果

4.1 反力

載荷位置(A)、荷重 1000 kg の時の測定された結果を表1に示すこれより主桁と補桁にかかる荷重の割合はほぼ 4:1 となった。これらの結果はクレモナの図解法の場合の応力解析に採用した。

表1 主桁と補桁の反力とその割合(平均値)

	トラス桁1		トラス桁2		トラス全体
	主 桁	補 桁	主 桁	補 桁	合 計
反力計番号	2+6	1+5	3+7	4+8	—
圧縮荷重(kg)	431.0	92.8	421.2	99.9	1044.5
反力受持割合(%)	41.3	8.9	40.3	9.6	100.1

4.2 軸 力

各軸力計の測定結果として荷重位置(A), 荷重1000 kgの例を表2に示す。又上弦材と下弦材を切断して軸力計を入れた時の型鋼のひずみ変化を表3, 撓みの結果を表4に示す。

表 2

	上 弦 材	下 弦 材	垂 直 材	斜 材	上 面 材	下 面 材	中間対傾材
クレモナの値	-1200	+1000	-400	+283	—	—	—
軸 力(kg)	- 965	+ 755	-446	+264	-51	+14	-35
割 合(%)	80.4	75.5	111.5	93.4	—	—	—

表 3

ゲージ の位置	a_1		a_2		b_1		b_2		つなぎの状態 (切断部)
	ひずみ $\times 10^{-6}$	割 合 (%)	ひずみ $\times 10^{-6}$	割 合 (%)	ひずみ $\times 10^{-6}$	割 合 (%)	ひずみ $\times 10^{-6}$	割 合 (%)	
測 定 値	377	100	356	100	257	100	285	100	上弦材→未切断 下弦材→ "
	332	88	343	96	213	83	216	92	上・下弦材→切断 上弦材→型鋼 下 " → "
	319	85	367	103	238	93	287	101	上・下弦材→切断 上弦材→軸力計 下 " → 型鋼
	333	88	357	100	220	86	265	93	上・下弦材→切断 上弦材→型鋼 下 " → 軸力計

割合とは切断前のひずみに対する割合。

表 4

測 定 個 所	撓 み 量 (mm)	トラススパンに対する撓み割合	
A (トラス桁 N, 補桁)	2.313	6.646×10^{-4}	1/1505
B (トラス桁 N, 主桁)	3.303	9.491×10^{-4}	1/1054
C (トラス桁 S, 補桁)	2.169	6.233×10^{-4}	1/1604
D (トラス桁 S, 主桁)	3.335	9.585×10^{-4}	1/1043

5. 考 察

5.1 模型トラスにおよぼす曲げの影響

主桁に荷重が載荷されるとトラス節点 AB は撓みの測定結果等からトラスと接している 30ϕ の丸棒との摩擦のため一定の幅に拘束され垂直方向に下がる。又節点 CD 間は拘束されていないので水平方向にも移動出来る。又トラス全体は反力計に対して 8ϕ の鋼球を介して接しているので水平方向には自由に移動することが出来る。以上より荷重を載荷すればトラス全体は図 10 に示すごとく節点 AB を中心に、沈下しながら捩れるように変形している。特に上弦材は下弦材にくらべて節点 AB が拘束されているため曲げの影響が大きくあらわれ、かつ曲げの方向が多側、下向であり、下弦材の内側、下向と大きく異っている。垂直材は直接荷重を受ける位置にあり、トラスに生じる捩りと節点 A および C の関係から (節点 A の外向の曲げモーメントに比べ節点 C の曲げモーメントは約 $1/5$ 程度) 外側に大きく曲げられている。斜材については荷重位置が A の場合、下弦材と同様に内側に、荷重位置が B の場合は外側にふくらんでいる。主桁と補桁の連絡の役割をしている上面材と下面材は、荷重が載荷されることによって生じた主桁と補桁の撓み量の差のためわずかに下向にふくらんでいる。又水平方向についても同様に考えられるが両材とも斜め (水平面内で) に結合されているため外側への曲げモーメントはほとんど生じていない。中間対傾材についても同様に多少の曲げモーメントが生じているがその方向は撓み量の差やガセット板の当り方等で必ずしも一定の傾向を持たない。

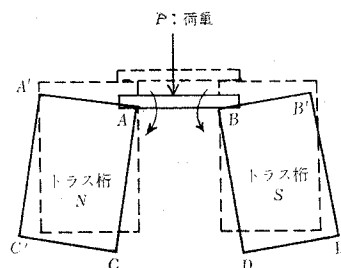


図 10 トラスの捩れ

5.2 上弦材、下弦材の切断の影響

上弦材、下弦材を切断することにより多小の影響が考えられる。測定結果より特に a_1 においていちじるしく、未切断時の $66\sim 88\%$ くらいより示さない。ただ断面二次モーメントを一致させた軸力計の場合は $85\sim 88\%$ の値を示す。他の点は $b_1 b_2 a_2$ の順で影響が少なくなる。これは切断によって上、下弦材の軸力よりむしろ曲げモーメントの一部が開放されるためと考えてよい。特に垂直方向より水平方向にその傾向が見られる。しかし a_1 点以外は、断面二次モーメントを一致させた軸力計の場合は比較的、未切断時に近似していると考えてよい。以上より各部材に働く軸力は切断により大きくは乱されないと思われる。

5.3 部材に生じる軸力と曲げモーメント

上弦材と下弦材について曲げと軸方向のひずみの割合を図 11 に示す。上弦材には下方向にくらべて外側に大きく曲げが働いている。下向きの撓みはほとんど締付棒の縮み量で定まるが

水平方向は節点 $A B$ の拘束、トラス桁の両端の固定の方法、固定位置、ガセット板の動き等から、又上弦材の切断により垂直方向よりも水平方向に大きい変化をしたことからこの様になることが十分考えられる。しかし他の部材にくらべてみれば垂直方向の曲げひずみはかなり大きい。軸力は本実験ではクレモナの計算値にくらべて

80~85%程度より生じていないと思われる。下弦材は上

弦材にくらべて拘束がほとんど無いので締付棒によりトラスが捩りを受けるとき、自然と内側、下向に曲げられる。垂直、水平方向の曲げは軸力にくらべてあまり大きくない。軸力は上弦材と同様に計算値にくらべて75~80%と思われる。垂直部材は荷重位置 A では直接、荷重の影響を受けている。曲げはほとんど外側方向で非常に大きな値を示している。軸力は計算値を12%程越えているが、これは上弦材と下弦材との間で撓み量に差があるため、その分が曲げ及び軸力として加算されるためと思われる。荷重位置 B においては上・下弦材の撓みの差はほとんどなく、わずかの軸力と曲げが生じているが、この状態の計算値は零である。斜材は直接、撓みによる力の影響は比較的少ないため、荷重位置 A においては、軸力は計算値とよく一致している。上・下面材は、わずかではあるが曲げ及び軸力が生じている。これは荷重が主桁に載荷されるためと思われる。しかし絶対値として見れば、これらの部材には、ほとんど力が作用していないと考えてよい。又中間対傾材についても同様にほとんど力が作用していないと考えてよい。

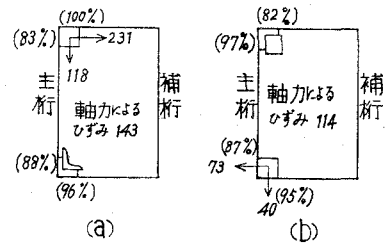


図 11 曲げと軸方向のひずみの割合

6. 結 論

以上の実験結果より構造物における等辺山型鋼には常に複雑な偏心荷重が作用していると考えられる。この模型トラスの各部材には、大なり小なりの曲げが作用していることより節点が完全な滑節結合と仮定することは出来なくなる。特に上・下弦材については大きな曲げが測定された。他の部材は曲げの作用が少ないため、ほぼクレモナの計算値と一致した。軸力を測定するため部材の一部を切断しても、ここに組入れる部材の断面二次モーメント等を考慮すれば、応力分布は大きくは乱れない。それ故、等辺山型鋼等のような部材で構成されている構造物の軸力等を測定しようとするならば、曲げや軸力を簡単に分離して測定出来る軸力計等を構造物に組入れて測定の方が容易に精度良く、応力状態を解析することが出来る。このトラス構成部材のうち、上弦材の軸力はクレモナの計算値に対して80~85%、下弦材は75~80%であった。又、反力は主桁と補桁にほぼ4:1の割合で作用していた。

最後に本研究実施に当り種々協力された、阿部 進、河野考志の両君、ならびに三橋秀信氏に深甚の謝意を表す。

(昭和 48 年 5 月 21 日受理)

文 献

- 1) たとえば鷹部屋福平：構造力学，IV，12，彰国社，昭和36年.
- 2) 同上 133.
- 3) 渡辺 理：ひずみゲージとその応用，74，日刊工業，昭和43年.
- 4) S. Timoshenko：材料力学，上巻 132，コロナ社，昭和25年.

円管内における粒体の水力輸送について

第4報 単球の沈降速度と単球浮遊時の流速に関する実験式

奥 田 教 海

Hydraulic Transport of Solids in Pipes

Part 4. The Experimental Formulae for the Terminal Velocity of a Sphere decelerated by the Pipe Wall and the Flow Velocity to maintain the Suspension of a Sphere in a Pipe

Kyookai Okuda

Abstract

In the present paper, the following two velocities are examined in terms of dimensionless factors:

- a) The mean flow velocity in a pipe to maintain the suspension of a sphere, v_1 ,
- b) The terminal velocity of a sphere in a pipe, v_2 .

The experiments were performed by changing the diameter of a sphere d , the specific gravity of a sphere γ_s and the diameter of a pipe D .

The results obtained can be summarized mainly as follows:

- a) $v_1/v_t = 0.9788 - 1.145 \times \ln(d/D + 1.0)$,
- b) $v_2/v_t = 1.0 - 0.908 \times (d/D)^{1.592}$, for the spheres falling straightly along the pipe axis,
or
 $v_2/v_t = 0.765 - 0.924 \times (d/D)^{1.592}$, for the spheres falling swinging in the pipe,
where v_t is the terminal velocity of a sphere in unbounded fluid,
- c) The drag coefficient of a sphere in the pipe flow is larger than that of a sphere in unbounded fluid flow.

I. ま え が き

既に第1報¹⁾において、副題に掲げる2種の速度に関する実験結果を報告したが、その後更に実験を続行し、それらの結果を実験式にまとめることができたので、それらについて報告する。

垂直管内の流れにおいて、球が浮遊するときの平均流速と、流体で満された管内を球が沈降するときの沈降速度とは一般に同一視されており、またそれらに及ぼす管壁の影響についても明かにされていない。

一般に粒体を垂直管で上昇輸送するとき、(a)輸送可能な最低の管内流速(粒体が浮遊するときの流速)として、粒体の管内干渉沈降速度をとつて考察を進めたり、または、(b)管内

を上昇する粒体の速度は、流体の平均流速よりその干渉沈降速度の分だけ差引いたものと考えられている^{2),3)}。

このように一般に干渉沈降速度は、管内流速を決定するとき、重要な基準の速度として用いられている。粒群の水力輸送においては、粒の管内における沈降速度が問題となるが、ここではそれを解析する第一段階として1個の球について考察を進める。

筆者の実験によれば、1個の球が浮遊するときの平均流速（以下「釣合わせ流速」と呼ぶ）と干渉沈降速度とは必ずしも一致せず、後で述べるように、垂直管の場合は釣合わせ流速の方が管壁の影響を強く受けて、干渉沈降速度よりも多くは低い値を示す。従って垂直管における干渉沈降速度をもって流体輸送の管内流速決定の基準値の一つとすれば、見積りが過大になるおそれがある。

水を満した管内に球を沈降させる場合（場合(1)とする）、その系全体に干渉沈降速度と大きさ等しく方向反対の速度を与えても、その系内の相対関係は変らない（場合(2)とする）が、球を浮遊させる場合は、管は静止していて水のみが上昇する（場合(3)とする）から、場合(2)と等価な系ではない。流体輸送の現象解析の中に沈降速度が出てくるとき、多くは場合(2)と場合(3)を同一視するため、前述の(a)、(b)のような誤に陥いつているものと考えられる。

流体工学的に言うならば、場合(1)の球に対する近寄り流れは、いわゆる一様平行流であるのに対して、場合(3)では多くは球はある速度分布をもった管内流れの中に置かれることとなる。換言すれば、場合(3)では普通一様平行流は実現できず、管軸から管壁に向ってある種の剪断流れとなる。ここに場合(2)と場合(3)を同一視できない原因がある。

本報告では、垂直管内における上述の2種の速度の管壁より受ける影響を表示する実験式を提示し、またこれらの速度より求めた管内における球の抗力係数を示す。ただし実験の範囲は球直径と管内径の比0.12—0.43程度、球と流体（水）の相対速度についての粒子レイノルズ数は400—10,000であって、アレン領域およびニュートン領域のレイノルズ数の低い側に属する。

II. 実験装置と実験方法

第1報に述べたものとほぼ同様であるので詳細は省略し、概要を示す。

1. 供試管および球

表1に示すものを用いた。

表 1

管 内 径	38.4, 44.1, 51.4 mm ϕ
球 直 径	6 mm ϕ より 2 mm 刻みに 22 mm ϕ まで
球材質と比重	塩化ビニール, 1.420 埋込樹脂, 1.269 ポリカーボネイト, 1.203 ポリスチロール, 1.065

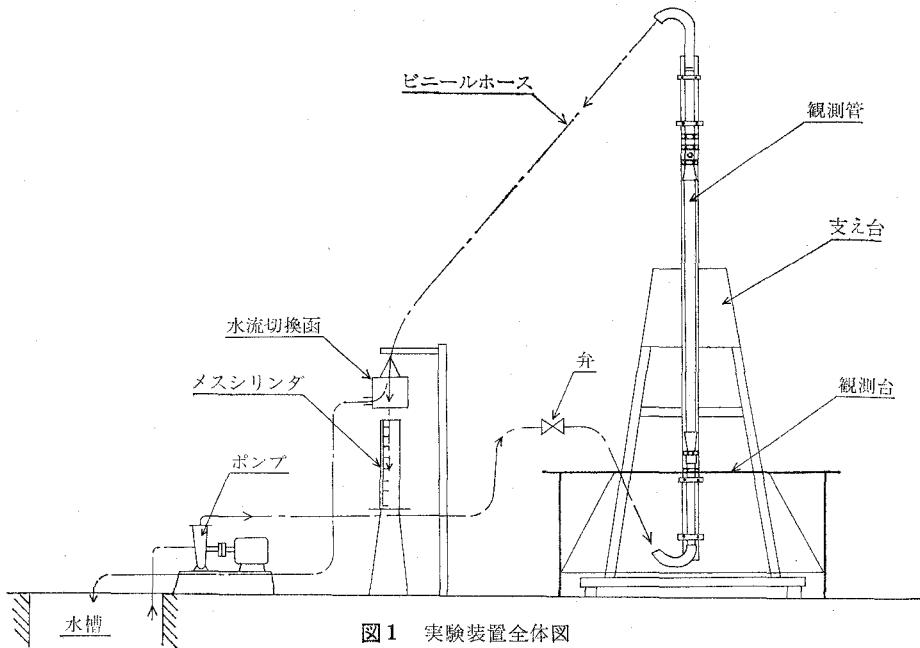


図1 実験装置全体図

2. 実験装置と実験方法

第1報と同様の装置(図1)を用い、同様の方法で行なった。ただし、今回は管内干渉沈降速度の測定精度を上げるために図2に示すような装置で、球が管内を沈降するとき遮光することを利用し、シリコン光電変換素子を用いて測定を行なった。

III. 実験経過ならびに結果

1. 記号と管内の球の抗力係数, フルード数

D : 管内径

d : 球直径

γ_s : 球の比重量

γ_w : 水の比重量

ν : 水の動粘性係数

v_t : 理論沈降速度

v_1 : 釣合わせ流速

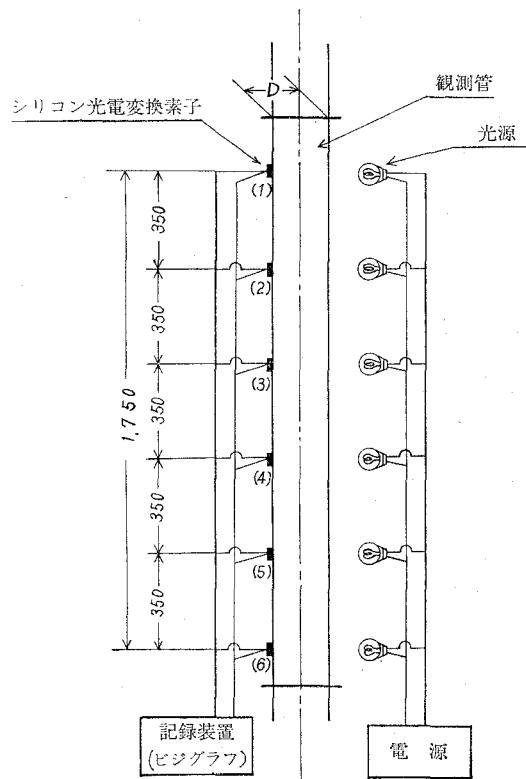


図2 観測管

v_2 : 管内干渉沈降速度 (管軸を直線的に沈降した場合)

ξ_1 : 釣合わせ速度比 $= v_1/v_t$

ξ_2 : 管内干渉沈降速度比 $= v_2/v_t$

Re : 粒子レイノルズ数 $= v_t d/\nu$

Re_1 : 釣合わせにおける粒子レイノルズ数 $= v_1 d/\nu$

Re_2 : 沈降における粒子レイノルズ数 $= v_2 d/\nu$

C_D : 無限広がり流体中の球の抗力係数

C_{DS1} : 釣合わせにおける球の抗力係数

C_{DS2} : 沈降における球の抗力係数

F_{r1} : 釣合わせにおける粒子フルード数 $= v_1 / \sqrt{gd \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right)}$

F_{r2} : 沈降における粒子フルード数 $= v_2 / \sqrt{gd \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right)}$

註 ' は横振れを伴った沈降の場合の値とする。

次に, E をもって単球に対する流れの慣性力と, 単球の沈降力との比とすると

$$\begin{aligned} E &= \frac{(\text{流れの慣性力})}{(\text{球の沈降力})} = \frac{C_{DS} \cdot \frac{\gamma_w}{2g} \cdot v_w^2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2}{\frac{\pi}{6} d^3 (\gamma_s - \gamma_w)} = \frac{3}{4} \cdot C_{DS} \cdot \frac{v_w^2}{gd \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right)} \\ &= \frac{3}{4} \cdot C_{DS} \cdot \left(\frac{v_w}{\sqrt{gd \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right)}} \right)^2 \end{aligned} \quad (1)$$

v_w に v_1 または v_2 を代入したときのフルード数 F_{r1} , F_{r2} を用いると

$$E = \frac{3}{4} \cdot C_{DS1} \cdot (F_{r1})^2 = \frac{3}{4} \cdot C_{DS2} \cdot (F_{r2})^2 \quad (2)$$

と書くことができる。釣合わせ, 沈降いずれの場合も釣合い状態では $E=1$ となっているはずであるから

$$C_{DS1} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{(F_{r1})^2}, \quad C_{DS2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{(F_{r2})^2} \quad (3)$$

と考えられる。

2. 実験経過

前回の実験 (第1報の実験) の場合と同様の現象が見られた。今回は実験点を2~5倍にふやしたので傾向の更にはっきりしたものがあつた。

釣合わせ流速測定の実験では球は管中心よりある距離隔った位置に浮遊停滞していることが多く, またその距離を半径とする円周上を非常に遅い速度で旋回していることも多いという

ことが確かめられた。また管壁に寄り添っていて急に管中心部に入り上昇することもまれに見受けられた。

次に、管内干渉沈降速度の実験では、球は管軸を落下するものと、管壁に沿って転がりながら、あるいは滑りながら横振れを伴って落下するものがあった。この現象は d/D の大きい場合ほど、また比重量の大きいものほど顕著に現われた。

3. 実験結果

本報告では、垂直管における沈降速度と鈎合わせ流速に対する管壁の影響をみるために ξ_1-d/D , ξ_2-d/D , ξ'_2-d/D , $C_{DS1}-R_{e1}-d/D$ および $C_{DS2}-R_{e2}-d/D$ の諸関係に焦点を絞っ

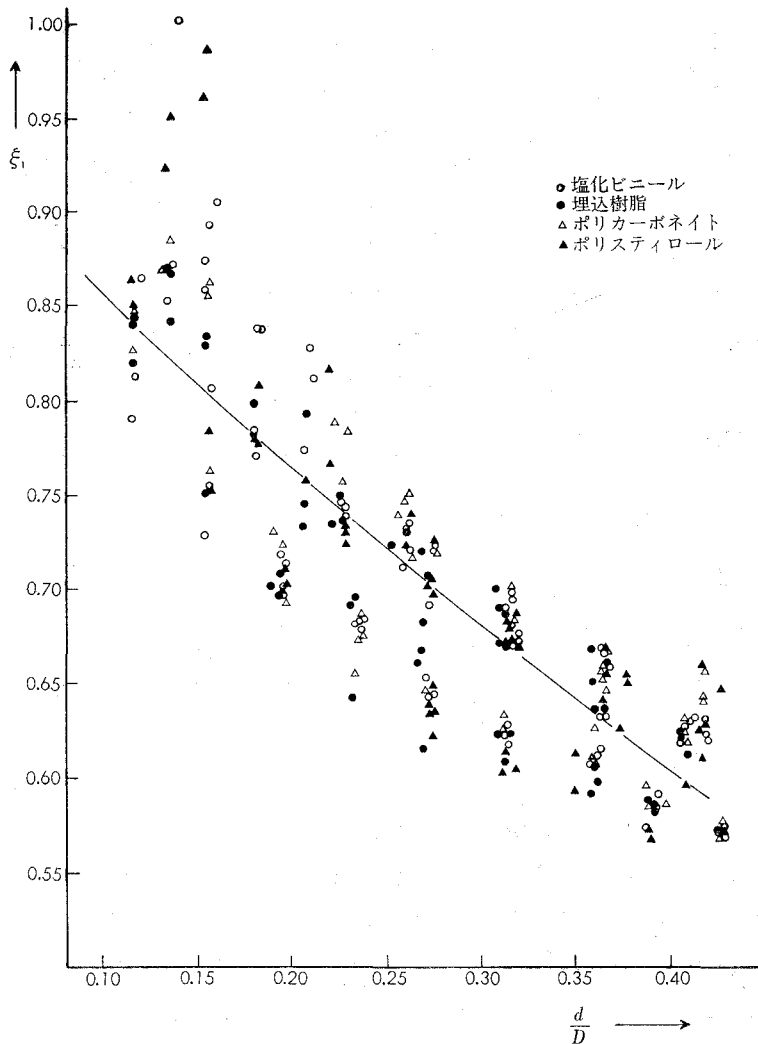


図3 $\xi_1 - \frac{d}{D}$

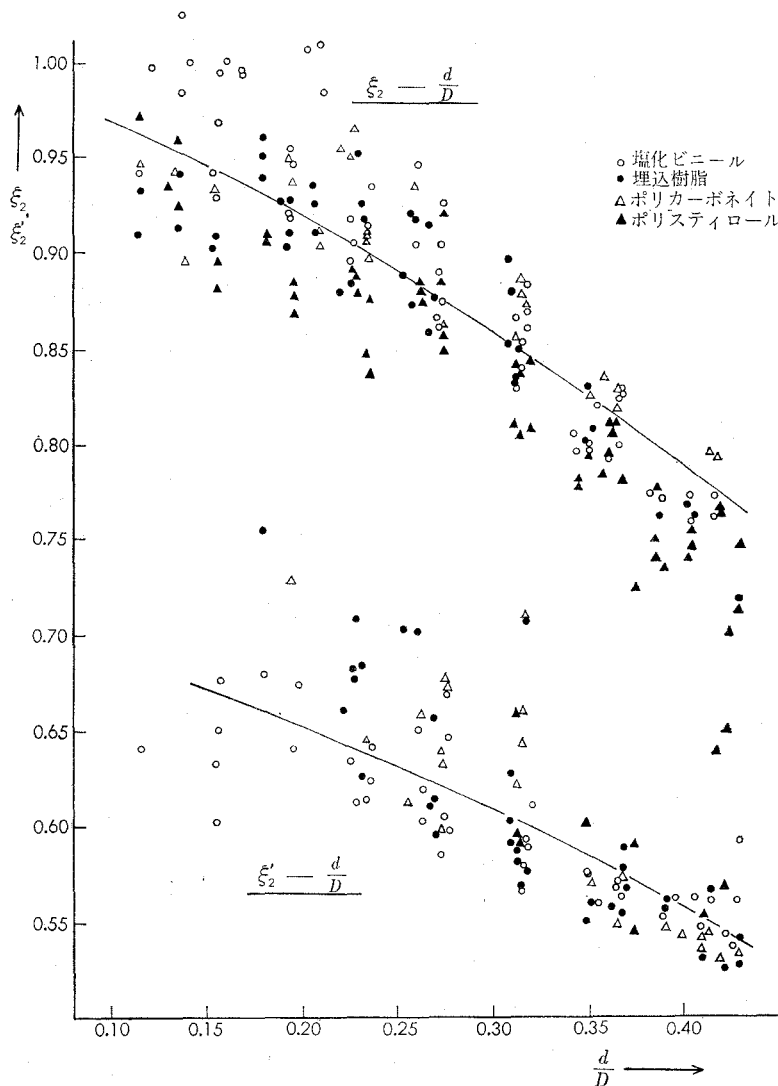


図4 $\xi_2, \xi_2' - \frac{d}{D}$

て述べる。

v_1 および v_2 に及ぼす管壁の影響を表わす要因の一つとして d/D をとり, v_1, v_2 を v_i で割って無次元化した ξ_1, ξ_2 を, d/D を含む実験式で表現することを試みる。

ξ_1, ξ_2 が d/D に対してそれぞれ異なる変化を示すことは第1報でも述べたが, 今回の実験では $\xi_1 - d/D, \xi_2 - d/D, \xi_2' - d/D$ は図3, 図4に示すような結果が得られた。

(1) $\xi_1 - d/D$ について

かなり値のばらつきは大きい, 一定の傾向が見受けられたので, 種々検討の結果, 最もよく適合すると考えられる実験式として

$$\xi_1 = a + b \times \ln \left(\frac{d}{D} + 1.0 \right) \quad (4)$$

なる形の式を採用し、係数 a , b を実験値より定めることとした。最小自乗法により a , b を求めると、上の実験式は

$$\xi_1 = 0.9545 - 1.044 \times \ln \left(\frac{d}{D} + 1.0 \right) \quad (5)$$

となった。図3に記入してある曲線は、この式によるものである。この図には記入していない各点にはそれぞれ F_{r1} のある値が対応している。同一の F_{r1} 数ごとにこの図上でその傾向を見ると、ほぼこの曲線に平行して上から下へ $F_{r1}=1.5$ より $F_{r1}=1.0$ の曲線が得られるようにみえるが、このことは今後の検討に任せる。

(2) ξ_2-d/D および ξ'_2-d/D について

ξ'_2 は記号の項の註にあるように、横振れ沈降の場合の ξ_2 の値である。図4でわかるように今回の実験では ξ_2 と ξ'_2 とが確然と分れて現れた。前述のように d/D の大きい場合、または比重量の大きい場合に多い。 ξ_2 を求める実験中 ξ'_2 の現われる確率は前回は約30%、今回は約40%であった。

ξ_2 に関する実験式として

$$\xi_2 = 1.0 - a \left(\frac{d}{D} \right)^n \quad (6)$$

の形の式を採用し、最小自乗法によって係数 a , 指数 n を定めると

$$\xi_2 = 1.0 - 0.766 \left(\frac{d}{D} \right)^{1.399} \quad (7)$$

となり、 ξ'_2 については、 n は(7)式の値に従がうものとして定数項と係数 a を同じく最小自乗法によって定めると

$$\xi'_2 = 0.712 - 0.557 \left(\frac{d}{D} \right)^{1.399} \quad (8)$$

となった。図4に記入してある曲線は(7), (8)式によるものである。

(3) 前回の結果を含めた実験式の提示

(5), (7) および (8) 式の一般性ならびに信頼度を増すために、ほぼ同様の傾向が見られた前回の実験結果をも含めて、それぞれ同一形式の実験式を最小自乗法により求めることを試みた。結果は係数ならびに指数にいくらかの相違がみられ、次のような式となった。

釣合せ流速について

$$\xi_1 = 0.9788 - 1.145 \times \ln \left(\frac{d}{D} + 1.0 \right) \quad (9)$$

管内干渉沈降速度について

$$\xi_2 = 1.0 - 0.908 \left(\frac{d}{D} \right)^{1.592} \quad (10)$$

$$\xi'_2 = 0.765 - 0.924 \left(\frac{d}{D} \right)^{1.592} \quad (11)$$

この3式を ξ_1 , ξ_2 および ξ'_2 を見込む実験式として更めて提示する。(9)式より求めた ξ_1 を図5に, (10)および(11)式より求めた ξ_2 , ξ'_2 を図6に示した。

(4) $\xi_2/\xi_1 - d/D$, $\xi'_2/\xi_1 - d/D$ について

今まで ξ_1 , ξ_2 それぞれが管壁の影響をどう受けるかについて考察してきたが, ここで v_2 と v_1 との直接の関係すなわち ξ_2/ξ_1 または ξ'_2/ξ_1 と d/D との関係を(9)式と(10)式, (9)式と(11)式を組合わせて求めてみる。これらを図示したものは図7である。すなわち

$$\xi_2/\xi_1 \doteq 1.12 - 1.35, \quad \xi'_2/\xi_1 \doteq 0.85 - 0.93$$

となり, この実験範囲内での ξ_1 , ξ_2 の差異の程度が数量的に表わされたことになる。

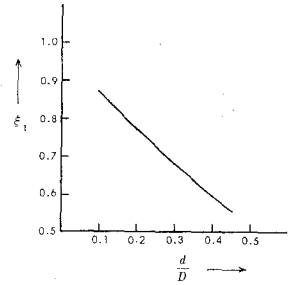


図5 $\xi_1 - \frac{d}{D}$ (総合)

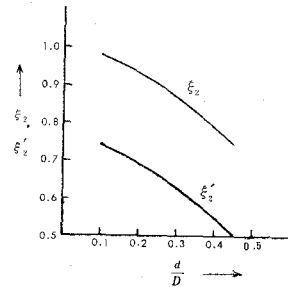


図6 $\xi_2, \xi'_2 - \frac{d}{D}$ (総合)

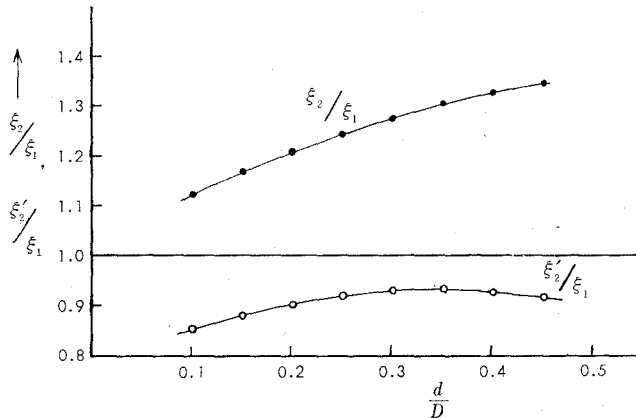


図7 $\frac{\xi_2}{\xi_1}, \frac{\xi'_2}{\xi_1} - \frac{d}{D}$ (全体)

(5) $C_{DS1} - Re_1 - d/D$, $C_{DS2} - Re_2 - d/D$ について

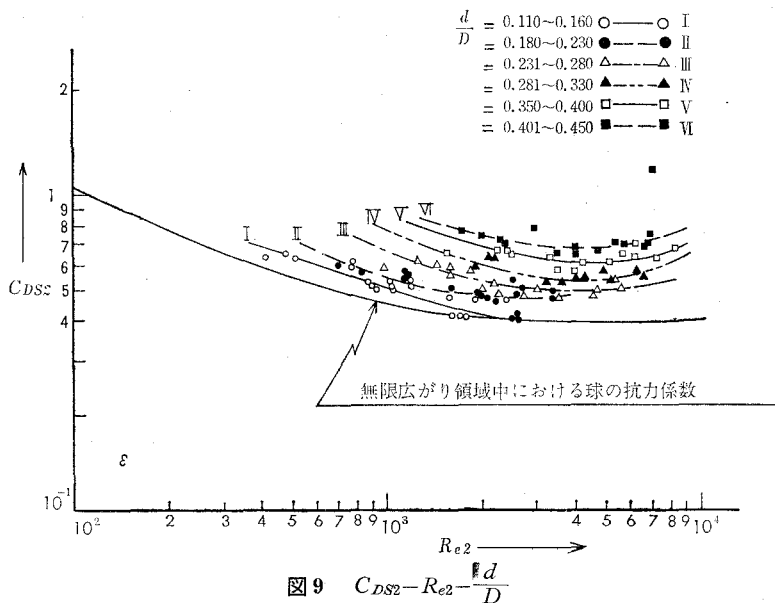
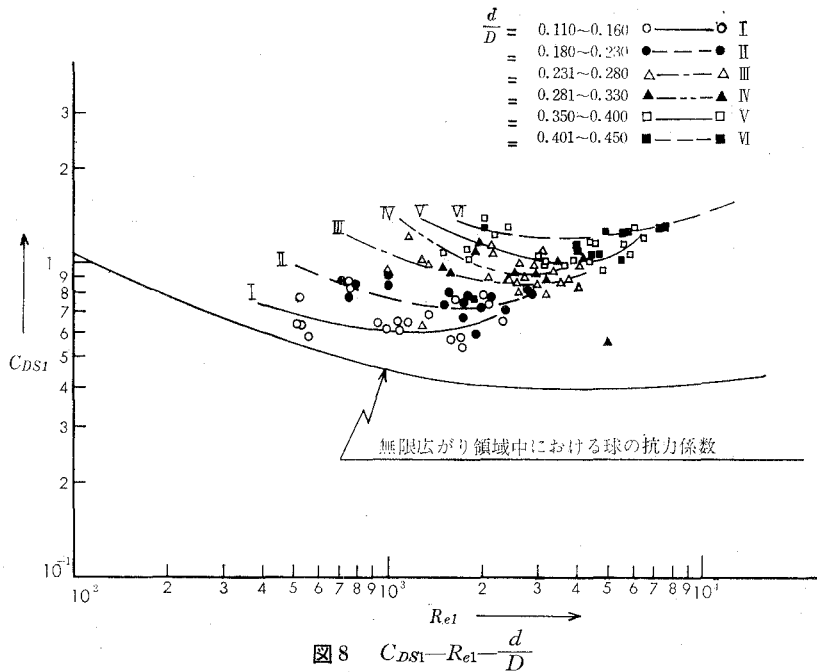
(3)式により管内における球の抗力係数 C_{DS1} または C_{DS2} が容易に求められるので, それらを d/D をパラメータとして図示すると図8, 図9のようになった。これらの図には比較のために無限広がり領域中における球の抗力係数 C_D の線を記入してある。 d/D が小さい場合ほど C_{DS1} , C_{DS2} どちらも C_D に接近する。 d/D が大となれば曲線は上に向かってほぼ平行に移動し, C_{DS1} , C_{DS2} が大きな値をとる。同題名の以前の報告⁴⁾でも管内における球の抗力係数が C_D よ

り常に高い値となることを指摘したが、この場合もそれが成り立つことがわかった。

一般に管内沈降の場合よりも管内釣合わせの場合の方が球の抗力係数は大きく

$$C_{DS1} - C_{DS2} \doteq 0.3 \sim 0.5$$

程度である。 $\xi_1 < \xi_2$ なることと (1), (2) および (3) 式より $C_{DS1} > C_{DS2}$ なることは明らかである。



IV. む す び

1 個の球の管内における沈降速度、釣合わせ流速について、球材質、球直径、管内径を変えて実験し、それらの速度に及ぼす管壁の影響を求めた。要約すれば次の通りである。

(1) 釣合わせ流速 v_1 と管内干渉沈降速度 v_2 とは本質的に相違し、 d/D に対して異なった変化を示す。それらは無次元化した実験式 (9), (10) および (11) 式にまとめられる。

(2) v_2/v_1 は ξ_2/ξ_1 または ξ_2/ξ_1 より求められ図 7 に示されている。

(3) 管内における球の抗力係数 C_{DS1} , C_{DS2} と粒子レイノルズ数との関係が d/D をパラメータとして求められ、図 8, 図 9 に示されている。いずれも無限広がり流体中の球の抗力係数 C_D より高く d/D が小となれば C_D に接近する。

終に本実験の実施にあたった当時学生の梶 英雄、田中重美両君に感謝の意を表する。

(昭和 48 年 5 月 21 日受理)

文 献

- 1) 奥田教海：室蘭工大研報, 5, 1, 217 (1965).
- 2) 池森亀鶴：日本機械学会誌, 66, 537, 1414 (1963).
- 3) 渡辺慶輝：水力採炭, 41.
- 4) 奥田教海：室蘭工大研報, 6, 3, 879 (1969).

核沸騰のデジタル・シミュレーション (第1報)

山岸 英明・花岡 裕

Simulation Using Computer Model on the Nucleate Boiling Phenomenon (1)

Hideaki Yamagishi and Yutaka Hanaoka

Abstract

Many workers have offered various useful theoretical and experimental results in nucleate boiling study. It is seemed to be expected that these are more confirmed by the fact that nucleate boiling phenomenon can be simulated in arbitrary conditions. This paper is attempted to simulate nucleate boiling by computer model based on the results. Generally, nucleate boiling is successive of many linkage cycles, each cycle being composed of bubble generation-growth-departure-waiting-generation. Data obtained up to the present day by investigators have been applied to each stage. The effect of the separation on the thermal boundary layer by agitation of bubbles is neglected, and the modified Jacob's relation, $\overline{fdo} = \text{constant}$, is applied to the check of present results, bar is meaning of ensemble mean over the boiling field.

Relatively increasing or decreasing heat flux, present value of the constant tends to deviate from the one by other investigators. Mainly it seemed to be questionable on the treatment of coalescence of growing bubbles and waiting period. Therefore, present simulation model is needed to refine.

1. 緒 言

固体壁を加熱面とし、これに接する液体への熱移動の問題は古くから多くの研究者によって究明の努力がなされてきている。特に熱伝達に大きな働きを持つ気ほうが主要な役割を演ずる核沸騰現象は日常生活に見られるなべやかんの水の沸騰という身近かなものから、ボイラの加熱管内の沸騰さらに原子炉の燃料棒による冷却水の加熱など非常に広範囲に見られる。この種の核沸騰の問題に限定しても、現在までに理論・実験両面から多くの積み重ねがなされ有益な情報が次々と得られている。しかしこの現象の詳細な観察によれば、気ほうの生成や挙動などの過程が規則的・不規則的に入りまじり、さらに場の条件によっても大きく左右されるために、その全体の振舞いを解析的・数値的に表現することは極めて困難である。また実験的な把握を試みてもそれ自体が容易ではなく、その最も大きな困難さは再現性に乏しいことがあげられる。したがって、従来からの解析は例えば気ほうの発生機構、生長機構など各過程についての単独の場合に関することが多く、また実験的にも大雑把にその影響因子を把え実験公式として整理せざるを得ない。

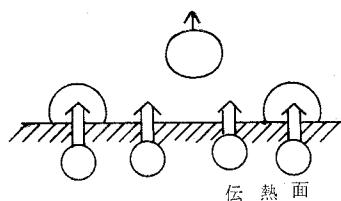
本報告はこのような観点から核沸騰熱伝達の現象を解析的・実験的に解く代りに、従来の研究により得られた諸結果を基礎に、デジタル計算機によるシミュレーション・モデルを作成し、様々な条件の下での机上実験により、巨視的な現象としての関係を把握しようと試みたものである。具体的にはさしあたり基礎的な情報すなわち、発生気ほう数と過熱度、伝熱量と過熱度、発生気ほう数と伝熱量の関係などを求めた。

核沸騰現象に対してこのようなアプローチを行なったという報告は現在までのところ見受けられないが、基礎データの収集および原型となるモデルの作成¹⁰⁾、さらに気ほうの合体に対する考慮・気ほうの生長・休止時間などのより実験的なモデルへの改良^{11),12)}によりある程度の結果が得られた。

2. モデル化の手続き

まず最初にモデル化の手続きとしては気ほう発生にともなう伝熱過程を以下に記すような段階に分け、それぞれの過程について解析的表現を与え、それらを組み合わせる。

A. 第1図に示すように伝熱面からの熱量は気ほうに伝えられる部分(①)と温度境界層を通して水に伝えられる、すなわち対流による部分(②)の2つに分けて考える。ただし後者の場合について実際には気ほうの攪乱により温度境界層ははく離するが、それによって輸送される熱量は考えないことにする。



第1図

①については気ほうの体積を V_b とすれば、気ほう離脱にともない輸送される熱量 Q_b は次式から算出できる。

$$Q_b = V_b \gamma_v L N \quad (1)$$

②については気ほうの存在しない領域であり次のように求められる。すなわち自然対流熱伝達の場合を想定するならば、その場合は Nu 数と Ra 数の2つの無次元数で整理できることが知られている。乱流領域に対してすなわち $2 \times 10^7 < Ra < 3 \times 10^{10}$ の範囲では Nu 数は(2)式で表わされる¹⁾。

$$Nu = CR_a^{1/3} \quad (2)$$

C は定数であり Ra 数を代入すれば(3)式が得られ、②の場合の伝熱量が計算される。

$$Q_c = C \tau C_p \left[\frac{\beta g (T_w - T_\infty)^4 a^2}{\nu} \right]^{1/3} \quad (3)$$

したがって全体の伝熱量 Q_r は①と②の和として算出され

$$Q_r = \frac{A_w}{A_r} Q_c + Q_b \quad (4)$$

が得られる。

B. 発生した気ほうが生長し、さらに離脱してある休止期間を経た後再び発生する1サイクルをつぎの4つの段階に分けて考察する。

a) 気ほう発生段階

気ほう発生は伝熱面上にあらかじめランダムに分布させた点(サイト)からある休止期間において発生するものとする。サイトの位置は一様乱数によって定める。

b) 気ほう生長段階

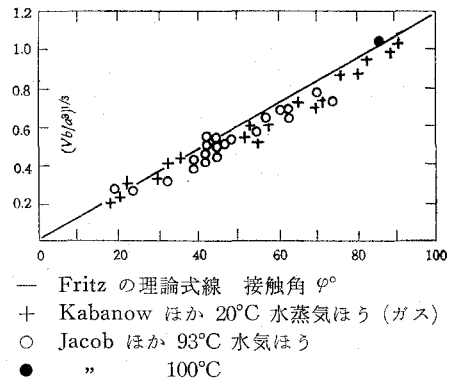
気ほうの生長速度は均一温度場を想定して得られたつぎの理論式を用いる²⁾。

$$d(t) = \left\{ \sqrt{\pi} a C_p \rho_l (T_w - T_\infty) / L \rho_v \right\} \sqrt{t} \quad (5)$$

なお、気ほうは伝熱面上では半球形を保ちながらその径を増すと仮定し、また近接の気ほうの取扱いについてはたがいに接触した時点で合体するものと考え、それに要する時間は無視する。

c) 気ほう離脱段階

離脱時の気ほう接触角とその時の気ほう体積の関係を第2図に示す。この図から平均的な接触角の値として $\varphi = 50^\circ$ を考えそれに対応する気ほう体積から離脱気ほう径の平均値を 2.6 mm と定めた。シミュレーションの場を伝熱面上に限ったので、離脱した後のその気ほうに関する情報は消えるものとしている。



第2図

d) 気ほう休止期間段階

気ほうが離脱後再発生するまでの時間を休止期間と呼ぶが、それは気ほうが発生して離脱するまでの時間の0.5倍ないし2.0倍の間に限定して一様乱数によって確率的に定める。

C. 気ほう発生サイクル f と離脱直径 d_0 の関係

Jacob によって次式の関係が得られている³⁾。

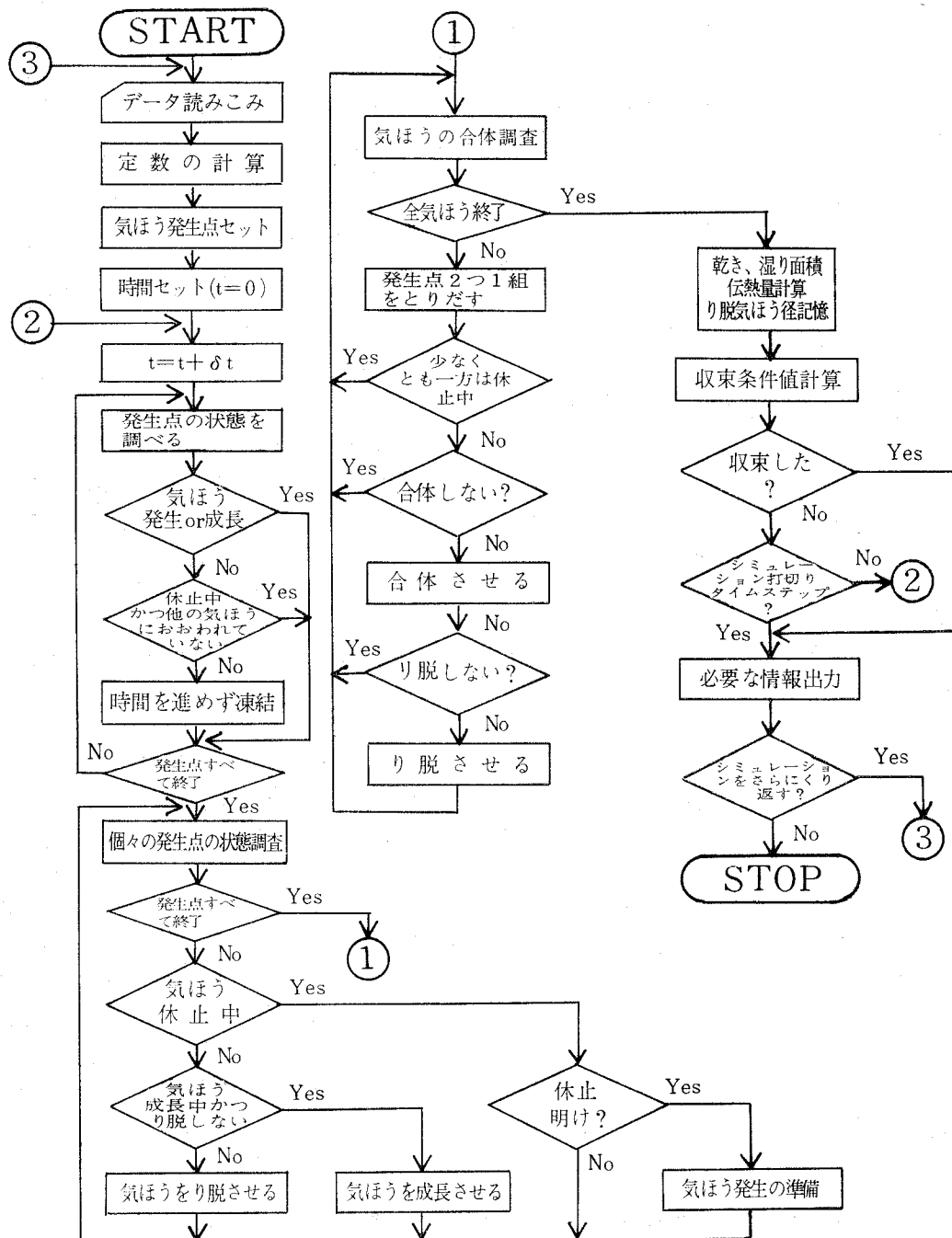
$$f d_0 = \text{constant} \quad (6)$$

本報告では気ほうはあらかじめ設定されたサイトすべてから、ある確率で発生するものと考えているので、伝熱面上全体の平均値として次のようにかく張して表わす。すなわち

$$\overline{f d_0} = \text{constant} \quad (7)$$

定数の値は複合ほうの場合として 400 m/h⁴⁾ を用いて検討の対象とする。

核沸騰デジタル・シミュレーション
フロー・チャート



第 3 図

3. シミュレーションの実行および結果

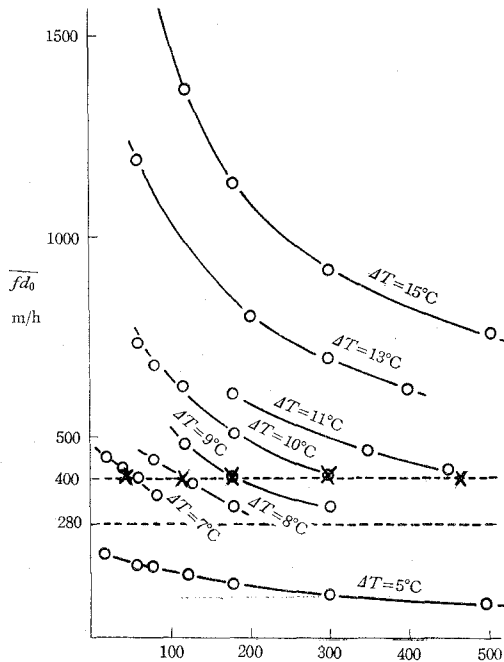
A. 実行条件

特定数のサイトを伝熱面上にランダムにはりつけ、個々のサイトは離脱気ほう径を正規分布に従うものと仮定し、乱数により定め対応させる。時刻零よりすべてのサイトいっせいに気ほうを成長させる。ある時間継続させると、合体や離脱が繰り返えされながら初期の不自然な状態の影響が消える。シミュレーションの手順を示す概略的なフローチャートを前ページ第3図に示す。

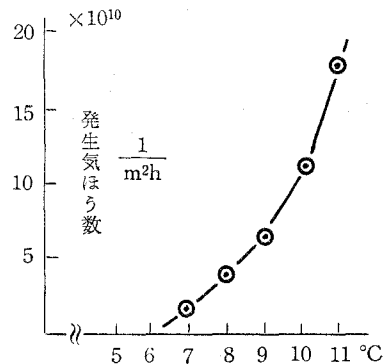
伝熱面を 20×20 mm の正方形としタイム・ステップを平均離脱半径 (1.3 mm) に達するまでの時間の $1/10$ 、離脱気ほう半径は平均値のまわりに 0.0002102 の分散 (半径 0.65 mm および 1.95 mm における気ほう数が平均値に対応する値の 5% 以下に相当) を有する正規分布で与え最大 1.95 mm, 最小 0.65 mm の範囲に限定している。打ち切りタイム・ステップ数は 100, 過熱度は $5 \sim 15^\circ\text{C}$ の範囲で、気ほう発生点 (サイト) の数は最小 20, 最大 500 である。液体は大気圧下の水を想定した。なお (3) 式の定数 C は 0.52^5 を選んだ。

B. 実行結果

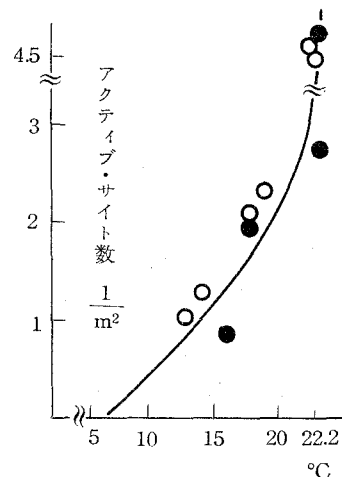
第4図は $\overline{fd_0}$ と定数の関係を過熱度 ΔT をバ



第4図 気ほう発生点数と $\overline{fd_0}$ の関係



第5図 過熱度と離脱気ほう数の関係



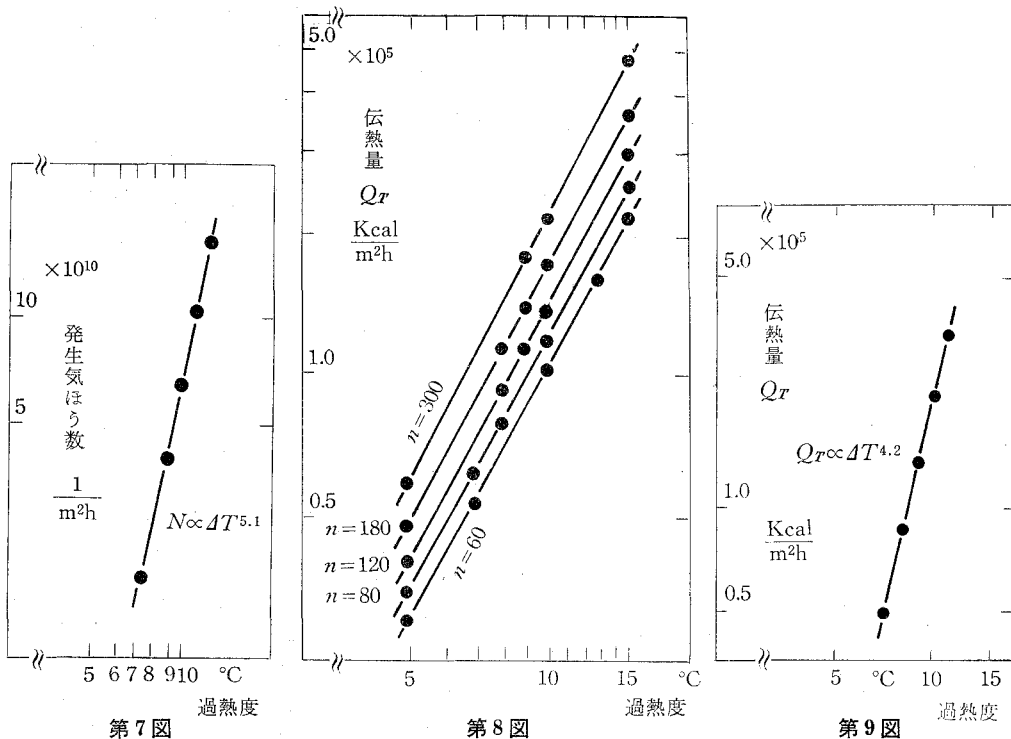
第6図 アクティブ・サイト数と過熱度の関係

ラメータに整理したものであり、破線はそれぞれ 280 m/h と 400 m/h の値を表わす。前者は単気ほうの場合について成立すると報告されており⁶⁾、また後者は複合ほうの場合に成り立つとされるが、本報告では合体気ほうが非常に多いことを考慮し、後者を妥当なものと仮定している。したがって、図中×印で示した交点における値が実際に意味を持つと考えられる。設定サイト数が多くなるにつれ定数は一定値に漸近する傾向を示し、また過熱度が大きい場合ほど気ほう発生数の増大は顕著である。第5図は×印における値をもとにして気ほう発生数と過熱度の関係を表わす。図より曲線を外挿していくと横軸（過熱度座標軸）に交わることが予想され、これはその交点における温度が気ほうを発生させるための最低の必要過熱度と考えられる。それを裏づける資料として参考のために、Griffith と Wallis の実験データより過熱度とアクティブサイト数の関係について求めた例を第6図に示す⁷⁾。上記2つのデータから最低過熱度が 6~7°C 附近にあると推察される。第7図は第5図を両対数グラフに表現し直したものであり、発生気ほう数 N と過熱度の関係が次式のように得られる。

$$N \propto \Delta T^m \quad (8)$$

したがって、その勾配から m の値を算出すれば 5.1 となる。

つぎに総伝熱量 Q_r と過熱度の関係について同様の考え方により整理した結果を第8図に示す。第4図における×印に対応した値のみについて図示したのが第9図であり、これにより



総伝熱量と過熱度の関係は次式で示されることがわかる。

$$Q_T \propto \Delta T^n \quad (9)$$

ここで n の値はその直線の勾配から 4.2 となり、一般に報告されている指数値 2.5~4⁶⁾ の間のほぼ上限附近にある。

(8), (9) 式より発生気ほう数 N と総伝熱量 Q_T の関係を求めれば次式のように表わされる。

$$Q_T \propto N^l \quad (10)$$

l の値は 1.2 と算出される。

4. 実行結果に対する検討

ここに得られた (8)(9)(10) 式の関係だけから、使用したモデルのよしあしを判断することは多少無理があると思われる。その最も大きい理由は (3) 式の定数 C の値は本報告で採用した値 0.52 の他に 0.14⁹⁾, 0.31⁹⁾ という値も報告されており、これら 3 つの値があまりにも広範囲にばらついているからである。さらに後者の定数の場合についても同様な実行結果を得る必要があると考える。

気ほうの運動による温度境界層への攪乱効果は伝熱量を飛躍的に増大させるが、これを見無視しているため、過熱度と伝熱量の得られた結果は多少の疑問点が残る。(9) 式における n の値はこのことを考慮するならば、若干大きすぎるくらいが見られるが、他の要因も影響しているので、それらの関係については今後の課題としたい。一方 (8) 式の m の値は n の値よりも信頼できると思われる。なぜなら最低気ほう発生過熱度の値がこれまで報告されている値に近くまた気ほうの攪乱による影響は伝熱量には大きく現われるが、気ほうの発生にはそれほど大きく現われないと考えられるからである。

ここに得られた結果は、設定サイトの分布および気ほう発生、気ほう休止期間決定に用いた乱数が異なることによるバラツキを考慮していない。中心極限定理による結果のチェックはランニング回数が充分ではないので実行できなかったが、代りにここで得られた結果がどの程度の偏りになるかを判断するために、過熱度が 8°C、設定サイト数 80 の場合について離脱気ほう数と伝熱量の変動を調べた。その結果を第 1 表に示す。すなわちサイトの分布状態の相違による影響については 5 通りの分布状態を選び、表中の case 1~case 5 の欄により表わした。またそれぞれの分布状態の場合については試行回数によりそれぞれが持つ値の平均値に対する比を No. 1~5 の欄に記し、さらにそれらの平均値の全 case に対する平均値との比を Mean 欄に示した。したがってこの表から判断されるように分布状態の相違によるバラツキは一つの分布状態における場合の乱数を変化させた時のバラツキと同程度のゆらぎを示していることがわかる。気ほう発生数 N に関するゆらぎは伝熱量 Q_T の場合よりも大きいが両者共ほとんど $\pm 10\%$ 以内に納まっている。以上のことから本報告の伝熱量および気ほう発生数の値は少な

第1表 乱数および発生点分布の相違によるパラツキ

伝 熱 量 Q_r							気ほう発生数 N					
Case \ No.	1	2	3	4	5	Mean	1	2	3	4	5	Mean
1	1.066	1.008	0.999	0.972	1.014	1.008	1.047	0.053	0.993	1.006	1.001	0.983
2	1.000	0.982	0.992	1.003	1.022	0.984	0.984	0.970	0.979	0.071	0.996	0.944
3	1.004	0.995	0.999	1.005	0.996	0.993	1.121	0.954	1.029	0.947	0.950	0.990
4	0.997	1.003	1.019	1.005	0.996	1.006	1.059	1.114	0.950	0.947	0.930	1.043
5	1.007	1.001	0.990	1.000	1.009	1.009	0.985	1.029	1.029	1.207	0.911	1.040

 $\Delta T = 8^\circ\text{C}$ $n = 80$

くともこの程度の偏りが存在すると考えられる。

5. モデルに対する検討

前述の気ほうによる攪乱効果を無視していることや合体および離脱に要する時間を無視していること、さらには気ほう形状、離脱気ほう径分布の設定や発生状態などについて、かなり現実と異なるが、これらの影響については今後改善すべき課題と考える。沸騰の場合は主流・伴流などにより不規則な流れを伴ない、これが気ほうに作用することにより、またさらに表面の状態が不規則であれば離脱気ほう径や休止期間などはある特性を持つ分布状態になることが予想される。したがってモデル作成に際してこれらをいかに考慮するか、あるいはどの程度模擬できるかが問題となろう。

6. 記 号 表

A_w : ぬれ面積 (m^2)	Q_r : 総伝熱量 ($\text{kcal/m}^2\text{h}$)
A_r : 伝熱面総面積 (m^2)	T_w : 伝熱面温度 ($^\circ\text{C}$)
C : 定 数	T_∞ : 飽和水温度 ($^\circ\text{C}$)
L : 水の蒸発潜熱 (kcal/kg)	ΔT : $T_w - T_\infty$
N : 発生気ほう数 ($1/\text{m}^2\text{h}$)	V_b : 気ほう体積 (m^3)
Q_b : 気ほうの運ぶ熱量 ($\text{kcal/m}^2\text{h}$)	A : 伝熱面面積 (m^2) $D = \sqrt{A}$
Q_c : 対流による伝熱量 ($\text{kcal/m}^2\text{h}$)	α : 熱伝達率 ($\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$)
a : 温度伝導率 (m^2/h)	β : 熱膨張率
C_p : 水の比熱 ($\text{kcal/kg}^\circ\text{C}$)	γ : 水の動粘性係数 (m^2/h)
g : 重力加速度 (m/h^2)	ρ_l : 水の密度 (kg/m^3)
t : 時 間 (h)	ρ_v : 蒸気の密度 (kg/m^3)
d : 気ほう直径 (m)	\overline{fd}_0 : Jacob 定数 (m/h)

$$f: \text{気泡発生サイクル (1/h)} \quad Ra: \text{レーリー数 } \beta g (T_w - T_\infty) D^3 / \alpha \nu$$

$$Nu: \text{ヌッセルト数 } \alpha D / \eta C_p a$$

7. む す び

今後さらにより広範囲の条件のもとでシミュレーションを繰り返しモデルの向上をはかる予定であり、さしあたり気ほう攪乱の影響をできるだけ実際に近い形で考慮することを考えている。

本報告を終るにあたってご指導くださった北大工学部の齊藤 武教授ならびに谷口 博助教授に厚く感謝申し上げます。またデータの集収・結果の解析の際に本学卒業生の目黒憲一・山田 登の両君(昭和47年卒)、菊地友則・佐々木健雄の両君(昭和48年卒)の助力があったことならびに一場・奥田両教授はじめ本学機械工学科流体工学研究室の各氏のご協力により本報告がなされたことを附記し、心から謝意を表します。さらにシミュレーション実行の際には牧 栄一君はじめ本学電算室の方々ならびに北大大型計算機センターの方々のご協力を得、合わせて深く感謝の意を表します。

(昭和48年5月21日受理)

文 献

- 1) 甲藤好郎: 伝熱概数(昭42).
- 2) H. K. Forster and N. Zuber: J. Appl. Phys., **25**, 474 (1954).
- 3) M. Jacob: Heat Transfer, 1 (1949).
- 4) 西川・ほか: 機械学会論文集, **18-67**, 47, 53 (昭27).
- 5) 宮内・矢木: 水平伝熱面における核沸騰伝熱, 化学工学, **25-I**, 18 (昭36).
- 6) 日本機械学会編: 沸騰熱伝達(昭43).
- 7) P. Griffith and J. D. Wallis: Chem. Engng. Progr. Symp. Ser., **30-56**, 49 (1960).
- 8) C. Y. Han and P. Griffith: The Mechanics of Heat Transfer in Nucleate Pool Boiling. MIT Rep. No. 19 (1968-2).
- 9) N. Zuber: Int. J. Heat Mass Transfer. **6**, 53 (1963).
- 10) 目黒憲一・山田 登: 核沸騰現象に関するデジタル・シミュレーション. 室蘭工大, 昭和46年度卒業論文.
- 11) 菊地友則・佐々木健雄: 核沸騰のデジタル・シミュレーション. 室蘭工大, 昭和47年度卒業論文.
- 12) 山岸英明・花岡 裕: 第10回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 81 (1973-5).

Relativities between Sets and Measurements

Yoshio Kinokuniya*

Abstract

This is a renovation report on relativities between sets and measurements. The usual outer measure plays an important role in relation to the a priori measure too. Constructions themselves of sets imply many specifications relative to the measurements of sets. The continuum problem, Lebesgue non-measurable sets and the notion of Baire category are specially discussed to gain some lights for the renovation of the foundations of analysis.

0. Introduction

Starting the study under the title of “the theory of a priori measure in connection with the empiricist theory of sets” and afterwards supplementing it by the pragmatist dogma¹⁾, we have more and more been made convinced that there should be found tightly intimate relations between the notions of ‘a set’ and ‘its measurement’. Recently we have arrived at some important synthetic view on the relative construction of the two notions. So we will in this paper state it in several steps of discussion.

Through several previous papers, we have obtained a course of axiomatization which can be sketched as follows.

A collection S of elements in a given universe U is called a *descriptive collection* or an *aggregate* if it is admitted as decidable that

$$(\forall p \in U)(p \in S \vee p \notin S).$$

If an aggregate A in a euclidean space is considered as determinate, it should be decidable that

$$(\exists \epsilon \vee \exists B \subset A)(\tilde{m}B > 0)$$

\tilde{m} referring to the apriori measure. If all members of a family of aggregates are contained in a set B and $\tilde{m}B > 0$, then the family is said to be *uniformly bounded*. A euclidean space is thought to be epistemologically and pragmatically comprehensive if it is related to the a priori measure such that:

(i) it conforms to the *axiom of size-conformity*, i.e., if an aggregate is regarded as a limit of summation of some uniformly bounded increasing family of aggregates, then its remainder of summation must be measured by \tilde{m} as tending to zero;

(ii) the *principle of destination* is applicable, i.e., for any aggregate A , if no other value than a can be induced to be equal to $\tilde{m}A$ on the assump-

* 紀国谷芳雄

tion that A is \tilde{m} -measurable, then A is \tilde{m} -measurable and $\tilde{m}A = a$;

(iii) the *a priori construction of \tilde{m} -measurement* is applicable, i.e., for any \tilde{m} -measurable aggregate A the formula

$$\tilde{m}A = \nu(A) \cdot \mu \quad (0.1)$$

is effectible.

In (0.1) μ refers to the uniform point-measure called the *normal point-dimension*, and $\nu(A)$ is called the *inversion number* of A in respect to μ . $\nu(A)$ is considered as an exactification of the notion of 'power' (of a set), so that, by (0.1), it may be concluded that: for any two aggregates A, B in a euclidean space, if $\nu(A) \leq \nu(B)$, it must be that

$$\tilde{m}A \leq \tilde{m}B,$$

and if $\nu(A)/\nu(B) = \lambda$, then

$$\tilde{m}A/\tilde{m}B = \lambda.$$

The aggregates being considered under the above constructions are taken to be called (*determinate*) *sets*. In this view, any euclidean space is taken as an *a priori space*²⁾ reconstructed by the above constructions.

We have firstly attained the following fundamental theorem.

Theorem 0 (Theorem of Measurement). *Any set in a euclidean space is \tilde{m} -measurable, if we admit its \tilde{m} -measure value to be possible to be infinite.*

Subsequently, an important sight of construction has been obtained by the following theorem.

Theorem 1 (Theorem of Limit). *If an indexed class of sets (A_i) ($i \in I$) in a euclidean space is given such that I is simply ordered and*

$$\forall i, \kappa \in I : i \leq \kappa \Rightarrow A_i \subseteq A_\kappa,$$

and

$$A = \cup_{i \in I} A_i, \quad (0.2)$$

and if A is regarded as the limit of (A_i) , then it must be that

$$\tilde{m}A = \sup \tilde{m}A_i.$$

In regard to (0.2), we should thus distinguish two cases: (i) A is the limit of (A_i) ; (ii) A is not the limit of (A_i) . However, it is notable that, in case of (ii), A can also be admitted as an aggregate (and hence as a set), because it is demonstrated as follows: Let E be the euclidean space in which A and A_i ($i \in I$) are contained. Then we have

$$(\forall i \in I)(\forall p \in E)(p \in A_i \vee p \notin A_i).$$

Hence

$$(\forall p \in E)(\exists \cdot \forall \cdot \exists i \in I)(p \in A_i).$$

So then, defining as

$$\cup A_i = \{p \in E | (\exists i \in I)(p \in A_i)\},$$

we may have

$$(\forall p \in E) (p \in \bigcup_i A_i \Leftrightarrow p \in \bigcup_i A_i).$$

If (i) is the case we call A the *sum* of (A_i) and (A_i) *summable*, and if (ii) is the case we call A the *union* of (A_i) .

By grace of Theorem 1 we have previously concluded, in the empiricist pragmatism, that there exists no ordinal number to correspond to the continuum³⁾. In this paper, we refer to this subject again in Sect. 2.

Let Q be the set of all rational numbers and

$$Q_x \equiv \{z | z = x + y, y \in Q\}$$

and V be a set of real numbers such that

$$\forall x, y \in V: x \neq y \Rightarrow Q_x \cap Q_y = \emptyset$$

and

$$\bigcup_{x \in V} Q_x = (-\infty, \infty).$$

Then V is a *Vitali set*. If a Vitali set V_A is contained in a set A , then V_A is called a *Vitali set in A*. It is well-known, in the classical analysis, that no Vitali set is Lebesgue measurable. However, in our present view, any Vitali set is possibly thought to be a (determinate) set (, therefore \tilde{m} -measurable, by Theorem 0). The reasoning for this assertion is shown in Sect. 2.

Let $U(p, \rho)$ be a set (called a *closed ball (set)*) in a euclidean space defined as

$$U(p, \rho) \equiv \{q | |q - p| \leq \rho\}$$

where $|q - p|$ denotes the distance between the points q and p , and let $d_A(p)$ be defined by

$$d_A(p) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\tilde{m}A \cap U(p, \rho)}{\tilde{m}U(p, \rho)}. \quad (0.3)$$

Then $d_A(p)$ is called the *lower (normal) density* of a set A at the point p . In this context, one theorem is obtained in comparison with the density theorem^{*)} of Lebesgue, and gives us an interesting example of a set which may be determinate (therefore \tilde{m} -measurable) but not Lebesgue measurable. The proof of the theorem is attained by making a little modification of a proof of the theorem of Lebesgue, that shall be shown in Sect. 3. Incidentally, it will be shown that the usual outer measure (of Lebesgue) plays,

*) Its content is shown in Sect. 3.

in this connection, an important role relative to the a priori measure, too.

In Sect. 5, a counter example of a set is shown to break the distinctiveness of the notion of Baire category.

1. Unfinishing Indication

When a set is taken as a total aggregate of indices, it is called an *indication*. For a simply ordered indication I , denoting as

$$I_{(\kappa)} = \cup_{\iota \leq \kappa} \{\iota\} \text{ and } I'_{(\kappa)} = \cup_{\iota < \kappa} \{\iota\},$$

if for every intermediate $\kappa \in I^*$ it is observed that

$$\nu(I_{(\kappa)})/\nu(I'_{(\kappa)}) = 0, \quad (1.1)$$

then I is said to be of *unfinishing type* or *unfinishing*.

For an indexed disjoint class of sets $(E_i)_{(i \in I)}$ (I : simply ordered), if there is a set E such that

$$(\forall p \in E)(\exists i \in I)(p \in E_i) \text{ and } (\forall i \in I)(p \in E_i \Rightarrow p \in E),$$

(E_i) is called a *partition* or an *I-partition* of E . For an *I-partition* (E_i) denoting as

$$E_{(\kappa)} = \cup_{i \leq \kappa} E_i,$$

if the family $(E_{(\kappa)})_{(\kappa \in I)}$ is summable, we call (E_i) *summable*.

If $(E_i)_{(i \in I)}$ is an *I-partition* of E and if it is destined that

$$\forall i, \kappa \in I: \tilde{m}E_i = \tilde{m}E_{\kappa},$$

(E_i) is said to be *size-preserving*. In this case, in accordance with (0.1) we may express it as

$$\forall i \in I: \tilde{m}E_i = \nu \cdot \mu \quad (1.2)$$

μ being the normal point-dimension and $\nu(E_i) = \nu$ for all $i \in I$. Then, if

$$E_{(\kappa)} = \cup_{i \leq \kappa} E_i \text{ and } E'_{(\kappa)} = \cup_{i < \kappa} E_i,$$

we may define $\nu(I_{(\kappa)})$ and $\nu(I'_{(\kappa)})$ by the relations

$$\tilde{m}E_{(\kappa)} = \nu(I_{(\kappa)}) \cdot \mu \text{ and } \tilde{m}E'_{(\kappa)} = \nu(I'_{(\kappa)}) \cdot \mu. \quad (1.3)$$

In this case, to emphasize the relation (1.2), we call it a *size-preserving I-partition* of E .

If I is unfinishing, then about $\nu(I_{(\kappa)})$ and $\nu(I'_{(\kappa)})$ defined by (1.3) the relation (1.1) holds. In this case, if

$$0 < \tilde{m}E < \infty$$

we have

*) I.e., $\kappa \neq \inf, \sup \iota \ (\iota \in I)$.

$$\frac{\tilde{m}E_{(\varepsilon)}}{\tilde{m}E} = \frac{\nu(I_{(\varepsilon)})\mu}{\nu(I)\mu} = \frac{\nu(I_{(\varepsilon)})}{\nu(I)} \leq \frac{\nu(I_{(\varepsilon)})}{\nu(I_{(\varepsilon)})}.$$

As the right-most term vanishes by (1.1), it must be that

$$\forall \kappa \in I : \tilde{m}E_{(\kappa)} = 0. \quad (1.4)$$

From our standpoint, (1.4) is contradictory, because then $\lim \tilde{m}E_{(\varepsilon)} = \tilde{m}E > 0$ by Theorem 1, whereas $\lim \tilde{m}E_{(\varepsilon)} = 0$ by (1.4). Thus we conclude that:

Theorem 2. *If I is a simply ordered aggregate of unfinished type, then for any set E such that*

$$0 < \tilde{m}E < \infty, \quad (1.5)$$

there can exist no size-preserving I -partition of E to be summable.

The contradictory relation (1.4) may, at the first glance, give us the suggestion that there possibly is an unvanishing atmosphere⁴⁾ in the process $\lim (E - E_{(\varepsilon)})$. In effect, if we take, instead of \tilde{m} , some other measure constructed on a special foundation (e.g., the probability measure of homogeneous occurrence of points), the assertion of Theorem 2 may possibly be related to the atmosphere at infinity.

Incidentally, if our work is succeeded by the integral calculus, a non-summable partition of a set may sometimes be reinstated as meaningful. If (E_k) ($k=1, 2, \dots$) is a size-preserving partition of a set E which satisfies (1.5) and if a function $f(x)$ is assigned its values by

$$f(x) = (1 - \varepsilon_k) \quad \text{for } x \in E_k \quad (k=1, 2, \dots)$$

and

$$\lim \varepsilon_k = 0,$$

then, for any positive number ε , we may have

$$1 - \varepsilon < f(x) < 1 + \varepsilon \quad (1.6)$$

almost everywhere, because there is a finite integer N such that (1.6) may hold whenever $x \in E_k$ and $k > N$, whereof, if $E_{(N)} = \bigcup_{k=1}^N E_k$, we may, in a similar way to the case of (1.4), have

$$\tilde{m}E_{(N)} / \tilde{m}E = 0.$$

In addition, it is notable that we may then have

$$\int_E f(x) dx = \tilde{m}E.$$

2. Vitali Set and the Continuum

Given a set A and a simply ordered indication I , assume that for each $i \in I$ there is a mapping φ_i such that $\varphi_i(A) = A_i$ and that

$$\iota \neq \kappa \Rightarrow A_\iota \cap A_\kappa = \emptyset.$$

Then, defining

$$E = \cup A_\iota,$$

if (A_ι) is a size-preserving I -partition of E and

$$0 < \tilde{m}E < \infty,$$

according to Theorem 2, I cannot be of unfinishing type. However, if we define as

$$E_x = \{x_\iota | \iota \in I, x_\iota \equiv \varphi_\iota(x)\},$$

we may have

$$E = \cup_{x \in A} E_x$$

and this relation may not always be denied even when I is unfinishing.

Now, let $A = [-1, 1]$, V_A be a Vitali set in A and Q_A be the set of all rational numbers contained in A and let

$$A_x = \{y | y - x \in Q_A\}$$

and

$$E = \cup_{x \in V_A} A_x. \quad (2.1)$$

Then it is obvious that

$$0 < \tilde{m}E < \infty.$$

In this case, if we define as

$$V_y = \{x \in E | (\exists z \in V_A)(x = z + y)\}$$

we may have

$$E = \cup_{y \in Q_A} V_y. \quad (2.2)$$

However, since Q_A is an enumerable infinite set and hence, as easily seen, is a set of unfinishing type, and since $(V_y) (y \in Q_A)$ is apparently sizepreserving Q_A -partition of E , by Theorem 2 (2.2) must be meaningless as a summation formula.

If we denote by Q the set of all rational numbers, by R the set of all real numbers and define Q_x by

$$Q_x = \{z | z = x + y, y \in Q\},$$

then we have

$$R = \cup_{x \in R} Q_x$$

to be true. In this context, a Vitali set V_A can be so defined that $(Q_x) (x \in V_A)$ may be a minimal subclass of (Q_x) to satisfy the condition

$$R = \cup_{x \in V_A} Q_x.$$

Then the conception of V_A as a collection may be thought to be consistent in the meaning that V_A is an indication such that $(Q_x)(x \in V_A)$ may fill up R with no overlapping. Such an operative meaning of “*filling up* R ” may not be so clearly found in the collection along Q_A , because Q_A is firstly forced its essential property of enumerability which now turns out to be rather independent of the naive meaning of the collection of (2.2). In effect, since the enumerable infiniteness of Q_A implies the unfinishingness of Q_A , the formula (2.2) is, in our view, concluded to give no summation formula.

In the classical analysis, the set V_A has been decided to be Lebesgue non-measurable because of the size-preserving repartition formula (2.2). In our course, though the formula (2.2) is denied by Theorem 2, we may find no reason to reject the set V_A itself as inconsistent. Incidentally, if V^4 is admitted to be a (determinate) set, it seems no difficult to demonstrate that if A is an interval of finite length

$$\tilde{m} V_A = 0.$$

For all above-stated, if V_A is taken as a well-ordered aggregate to correspond to some regular ordinal, (2.1) too turns to be inconsistent as a summation, because any regular ordinal is apparently of unfinishing type. Moreover, similar relativity is found on the continuum problem too. If the continuum hypothesis of Cantor is true, it must be that, for any interval set E of positive length, we may have

$$\bar{E} = \Omega$$

Ω being the initial ordinal of 3rd class. Then, as Ω is a regular ordinal and hence is unfinishing, by Theorem 2 it is impossible that $0 < \tilde{m} E < \infty^*$, so that it must be that

$$\tilde{m} E = 0.$$

This apparently gives a contradiction. Thus we have the following results.

Theorem 3. *If the ordinal of 3rd class is to be admitted, the continuum hypothesis of Cantor cannot hold in the empiricist pragmatism.*

Theorem 4. *If a regular ordinal corresponds to a bounded set A in a euclidean space, then it must be that*

$$\tilde{m} A = 0.$$

Subsequently, by Theorem 4, it readily follows that :

Corollary 5. *There can exist no ordinal to correspond to the continuum, in the empiricist pragmatism.*

Corollary 6. *The well-ordering theorem cannot generally be admitted*

*) Because $(\{x\})(x \in E)$ is considered as a size-preserving E -partition of E .

in the empiricist pragmatism.

3. Density Theorems

For a linear set E (of real numbers) if $x \in E$ and

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{m_e E \cap [x-h, x+h]}{2h} = 1$$

m_e referring to the outer measure, x is called a *point of density of E* . In relation to this property the following theorem is known.

Theorem 7 (*Lebesgue Density Theorem*) (1st Density Theorem). *Almost every point of a Lebesgue measurable set E is a point of density of E .*

It seems very natural if one intends to apply, in any way, the a priori measure in place of the outer measure in a similar construction to that of Lebesgue density. Fortunately we obtained the following proposition to be true by application of the lower normal density defined by (0.3). The proof was attained by making a little modification of the proof of the Lebesgue density theorem cited to a book by J. C. Oxtoby⁵⁾. For any set E in a euclidean space, let the subset E_r of E be defined as

$$E_r = \{p \in E \mid d_E(p) \leq r\}.$$

Theorem 8 (*2nd Density Theorem*). *For a bounded set E in a euclidean space, if there is a real number $0 < r < 1$ for which*

$$m_e E_r > 0,$$

then we have

$$\tilde{m} E_r \leq r \cdot m_e E_r.$$

Proof. For any $\varepsilon > 0$, there may be found a bounded open set G such that $E_r \subseteq G$ and

$$m_e E_r > (1 - \varepsilon) \tilde{m} G. \quad (3.1)$$

Let \mathcal{S} be the class of all closed ball sets of positive radius U such that

$$U \subseteq G$$

and

$$\tilde{m} E \cap U \leq (1 + \varepsilon) r \cdot \tilde{m} U. \quad (3.2)$$

Now we first take an arbitrary ball from \mathcal{S} as U_1 , and choose U_{n+1} in sequence, as follows. $U_1, \dots, U_n \in \mathcal{S}$ are disjoint and \mathcal{S}_n denotes the subclass of all members of \mathcal{S} that are disjoint to U_1, \dots, U_n . Let δ_n be the supremum value of the diameters of balls of \mathcal{S}_n . Then we choose U_{n+1} from \mathcal{S}_n such that, denoting by $|U|$ the diameter of a ball U , we may have

$$|U_{n+1}| > \frac{1}{2} \delta_n. \quad (3.3)$$

Next, we set the assumption that for the set

$$E_r^* = E_r - \cup_1^\infty U_n \quad (3.4)$$

we have

$$m_e E_r^* > 0. \quad (3.5)$$

Then, since

$$\Sigma \tilde{m} U_n \leq \tilde{m} G < \infty$$

there exists an integer N such that, denoting by m the dimension of the space^{*)}, we may have

$$\Sigma_{n=N+1}^\infty \tilde{m} U_n < \frac{1}{3^m} m_e E_r^*. \quad (3.6)$$

We now take a ball V_{N+k} that is concentric with U_{N+k} and is such that

$$|V_{N+k}| = 3|U_{N+k}|. \quad (3.7)$$

Then we have

$$\tilde{m} \cup_{k=1}^\infty V_{N+k} \leq \Sigma_{k=1}^\infty \tilde{m} V_{N+k} = 3^m \Sigma \tilde{m} U_{N+k},$$

hence by (3.6)

$$< m_e E_r^*.$$

So then $\cup_{k=1}^\infty V_{N+k}$ cannot cover up the set E_r^* , so that

$$E_r^* - \cup_{k=1}^\infty V_{N+k} \neq \emptyset.$$

Hence, there is a point

$$p \in E_r^* - \cup_{k=1}^\infty V_{N+k}. \quad (3.8)$$

Then, in regard to (3.4), we have

$$p \in E_r - \cup_{n=1}^N U_n.$$

As U_n are all closed, $\cup_{n=1}^N U_n$ is closed. So, there must be a ball $U(p) \in \mathcal{S}_N$ which has p as its center. Then, if

$$U(p) \cap \cup_{k=1}^\infty U_{N+k} = \emptyset,$$

by the definition of \mathcal{S}_N we have

$$U(p) \in \mathcal{S}_{N+k} \text{ for all } k=1, 2, \dots,$$

*) I.e., all points in question are contained in the same m -dimensional euclidean space.

hence by (3.3)

$$|U(p)| \leq \delta_{N+k-1} < 2|U_{N+k}|.$$

On the other hand, as $\Sigma \tilde{m} U_n$ is convergent, we have

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |U_{N+k}| = 0,$$

hence

$$|U(p)| = 0.$$

This is a contradiction. So, there must eventually exist k 's such that

$$U(p) \cap U_{N+k} \neq \emptyset. \quad (3.9)$$

Now, let k be the smallest of such k 's. Then, as

$$U(p) \in \mathcal{S}_{N+k-1},$$

by (3.3) we have again

$$|U(p)| \leq \delta_{N+k-1} < 2|U_{N+k}|. \quad (3.10)$$

Besides by grace of (3.9) we have

(the distance between p and the center of U_{N+k})

$$\leq \frac{1}{2}|U(p)| + \frac{1}{2}|U_{N+k}|,$$

then by (3.10)

$$\leq \frac{1}{2}\delta_{N+k-1} + \frac{1}{2}|U_{N+k}| < |U_{N+k}| + \frac{1}{2}|U_{N+k}| = \frac{3}{2}|U_{N+k}|,$$

then by (3.7)

$$= \frac{1}{2}|V_{N+k}|.$$

Since V_{N+k} and U_{N+k} are concentric, this means that

$$p \in V_{N+k}.$$

Therefore

$$p \notin E_r - \bigcup_{k=1}^{\infty} V_{N+k},$$

which is contradictory to (3.8).

This contradiction may firstly be conjectured as caused by the assumption that (U_n) make up an infinite sequence. However, as far as (3.5) holds, we have

$$E_r - \bigcup_{k=1}^{\infty} U_k \neq \emptyset;$$

then, since $\bigcup_1^n U_k$ is closed, any point of $E_r - \bigcup_1^n U_k$ and the set $\bigcup_1^n U_k$ are in

a positive distance, so that there may be chosen U_{n+1} from \mathcal{S}_n and consequently (U_k) must in fact make up an infinite sequence.

Thus, as the cause of the above-mentioned contradiction is left only the assumption (3.5). So then we have

$$m_e^* E_r = 0$$

i. e.,

$$m_e(E_r - \cup U_n) = 0. \quad (3.11)$$

Besides, as (U_n) are disjoint closed sets, we have

$$\tilde{m}E_r \cap (\cup U_n) = \Sigma \tilde{m}E_r \cap U_n,$$

hence by (3.2)

$$\leq (1 + \varepsilon) r \cdot \Sigma \tilde{m}U_n \leq (1 + \varepsilon) r \cdot \tilde{m}G,$$

then by (3.1)

$$< \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} r \cdot m_e E_r. \quad (3.12)$$

On the other hand

$$\begin{aligned} \tilde{m}E_r &= \tilde{m}E_r \cap (\cup U_n) + \tilde{m}(E_r - \cup U_n) \\ &\leq \tilde{m}E_r \cap (\cup U_n) + m_e(E_r - \cup U_n), \end{aligned}$$

so by (3.11) and (3.12)

$$< \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} r \cdot m_e E_r.$$

Since ε is arbitrary, we ultimately have

$$\tilde{m}E_r \leq r \cdot m_e E_r \quad \text{Q. E. D.}$$

4. Homogeneous Probability

When observation of points is restricted within a set E in a euclidean space, if the occurrence of points in a special subset A of E is everywhere expected with the same probability π , or, in other words, there is an aleatory variable point P such that

$$\forall p, q \in E: P_r(P = p) = P_r(P = q)$$

and for every open set $G \subseteq E$

$$P_r(P \in A \cap G) / P_r(P \in E \cap G) = \pi (\leq 1),$$

then A is said to have *homogeneous probability* π in E . In this case, if E is an open set, it is easily seen that

$$\forall p \in A: d_A(p) = \pi.$$

If we use a Vitali set V_I in a bounded interval I , we may really, for any $0 < \pi < 1$, construct a subset A of I which has homogeneous probability π in I , as follows: Denoting by Q the set of all rational numbers, we may readily divide Q into two sets Q_1 and Q_2 such that $Q_1 \cap Q_2 = \emptyset$ and Q_1 has homogeneous probability π in Q . Then, if we define as

$$A = \{x \in I | (\exists y \in V_I)(x - y \in Q_1)\},$$

obviously A has homogeneous probability π in I .

Theorem 9. *If a set A has homogeneous probability π in a bounded open set G in a euclidian space and if $\pi > 0$, then*

$$m_e A = m_e G. \quad (4.1)$$

Proof. Since

$$\tilde{m}A = \pi \cdot \tilde{m}G = \pi \cdot m_e G > 0 \quad (4.2)$$

and, by the assumption, apparently

$$A = A_\pi = \{p \in A | d_A(p) \leq \pi\},$$

we have

$$m_e A_\pi > 0.$$

Then, by Theorem 8 and (4.2)

$$0 < \pi \cdot m_e G \leq \pi \cdot m_e A$$

i.e.,

$$m_e G \leq m_e A.$$

Besides, as $A \subseteq G$

$$m_e A \leq m_e G.$$

Consequently it must be that

$$m_e A = m_e G \quad \text{Q. E. D.}$$

If a set A is Lebesgue measurable, we have

$$m_e A = mA,$$

m referring to the Lebesgue measure. So, if (4.1) holds, by Theorem 8 it must be that $\pi = 1$ (because, when A is Lebesgue measurable, $\tilde{m}A = mA$). Thus we see that: if a set A has homogeneous probability π in a bounded open set and $0 < \pi < 1$, then A cannot be Lebesgue measurable; particularly A cannot be a Borel set (because, as well-known, any Borel set is Lebesgue measurable).

5. Indistinctiveness of the Notion of Baire Category

In analysis, a null set is severally regarded to suggest a degree of negligibility of a property which is taken to be examined for each point of a set whether it is satisfied or not. Similarly, a set of 1st category in the sense of Baire^{*)} has been expected to give a sort of negligibility analogous to that of a null set. But, after all such expectation, it is found notable that the property of 1st category is not so distinctive. We demonstrate it in the following by constructing a counter example.

Let R be the set of all points represented as $p=(x_1, \dots, x_n)$ (x_1, \dots, x_n being real numbers) the total of which make up a euclidean space of dimension n , and Q be a subset of R that consists of all points for which all of x_1, \dots, x_n are rational numbers. Then Q is enumerable, so let it be enumerated as $Q=(q_k)$ ($k=1, 2, \dots$).

Now, let it be that

$$U_k^{(\nu)} = \{p \in R \mid |p - q_k| < 1/2^{\nu k}\} \quad (\nu, k=1, 2, \dots).$$

Then sets $R^{(\nu)}$ ($\nu=1, 2, \dots$) defined as

$$R^{(\nu)} = (R - \bigcup_{k=1}^{\infty} U_k^{(\nu)}) \cup (\bigcup_{j=1}^{\nu} \{q_j\})$$

are all, as readily seen, nowhere dense, so that the set

$$R^* = \bigcup R^{(\nu)}$$

is found to be a set of 1st category. However, it is not difficult to prove that

$$R^* = R,$$

whereas R has generally been thought to be of 2nd category. Thus we find that the notion of (Baire) category is not distinctive.

Mathematical Seminar of the Muroran Inst. Tch., Hokkaido

(Received Apr. 13, 1973)

References

- 1) Kinokuniya, Y.: Mem. Muroran Inst. Tch. **7** (1), 329 (1970); **7** (2), 599 (1971).
- 2) Kinokuniya, Y.: Mem. Muroran Inst. Tch. **7** (3), 636 (1972).
- 3) Kinokuniya, Y.: Mem. Muroran Inst. Tch. **7** (2), (1972).
- 4) Kinokuniya, Y.: Mem. Muroran Inst. Eng. **2** (3), 783-785 (1957).
- 5) Oxtoby, J. C.: *Measure and Category* (Springer-Verlag), (1971).

^{*)} A set is said to be of 1st category (in the sense of Baire) if it can be represented as an enumerable union of nowhere dense sets. If A is not of 1st category, A is said to be of 2nd category.

Totally Ordered Linear Space Structures and Separation Theorem in Real Linear Topological Spaces

Kazuo Iwata

Abstract

As a sequel to 21)*, this time in a real linear topological space, the author deals with the Hahn-Banach separation theorem** (i.e., so-called Mazur's theorem) and the related problems from the view-point of the totally ordered linear space structures*** of the space.

Introduction. In the preceding note 21)*, in a real linear space (excluding the topological consideration) we have dealt with the geometric form of the Hahn-Banach theorem and the Krein's extension theorem in some detail†. On these subjects, now let the space be equipped with a linear topology (occasionally, locally convex), and let the closed hyperplanes and the continuous linear forms thereof be made mention. Then, still more, by copying 21), there are derived the corresponding versions from a general view via our new (for the author) means. For caution's sake, these resulting versions seem to be somewhat mentionable.

The first part of the matter is concerned with the separation theorem of Mazur type††, and the remainder is so with the extension theorem of Krein-Rutman type†††.

The author wishes to express his gratitude to Prof. S. Koshi (Hokkaido Univ.) for his obliging inspection.

Preliminaries. Let E be a real linear space with some non-zero vectors. For convenience' sake, notations and terminology employed in 21) are available as they are, except the symbol \mathcal{T} and the Def. 2. \mathcal{T} is merely substituted by \mathcal{R} , namely e.g., (E, \mathcal{R}) signifies the totally ordered linear space structure of E with respect to \mathcal{R} . For the latter, see below.

* That was written under the direction of the Editors of Hokkaido Math. Jour., and was dedicated to Prof. Y. Katsurada (Hokkaido Univ.) on her 60th birthday.

** By this he means [18], chap. II, § 5, th. 1].

*** For this thought, the author was benefited by D. M. Topping [16], p. 418].

† For the former subject matter, compare 21) with e.g., [9], § 8], [11], p. 460 (Notes and Remarks)] and [12], § 8, Th. 3]. For the latter, compare the same with [13], Th. 3.3], [18], chap. II, § 3, prop. 1] and [19], (V, 5.4), Cor. 1].

†† Cf. 6), 7), 8) and [9], § 8]. Compare the present Theorem 2 with [18], chap. II, § 5, exerc. 3].

††† Cf. e.g., [15], Th. 2.6.3] or [20], Th. XIII. 2.3]. The present Theorem 3 is subsequently compared with [19], (V, 5.4)].

Separation theorems. The said definition is modified as

DEFINITION 1. A system A in E is said to lie (resp., lie semi-positively, lie positively) on one side of a hyperplane $H = \{x \in E : f(x) = \alpha\}$ ($f \in E^*$ being non-zero, α fixed) if $\alpha \leq f(a)$ (resp., $\alpha \leq f(a)$ and not all be α , $\alpha < f(a)$) for each member a of A .

As a topological version of [21], Th. 1], we have

THEOREM 1. Let E be a linear topological space and A a positively independent subset of E . A necessary and sufficient condition that A lies (resp., lies semi-positively, lies positively) on one side of a closed maximal subspace $N(f)$ of E is that there exists a t.o.l.s. (E, \mathcal{R}) , with $A \subset (E, \mathcal{R})^+$, such that (i) holds (resp., (i) plus (ii) holds, (i) plus (iii) holds), where

- (i) $(E, \mathcal{R})^+$ contains some non-void open subset O of E ;
- (ii) some $a_0 \in A$ is an order unit of (E, \mathcal{R}) ;
- (iii) each $a \in A$ is an order unit of (E, \mathcal{R}) .

PROOF. We work with the semi-positive case, and the remains are likewise obtained by [21], Lemmas 1, 2, 3 and 4]. (Necessity) Let $0 \leq f(a)$ ($a \in A$) and not all be zero. Take (E, \mathcal{R}_1) so that $A \subset (E, \mathcal{R}_1)^+$, then $(E, f(\mathcal{R}_1))$ proves to be a t.o.l.s. as required in view of the "closedness" of $N(f)$. (Sufficiency) Hypothesis implies $A \cup O \subset (E, \mathcal{R})^+$. Besides, not only $a_0 \in A$, but also $x \in O$ all are the order units of (E, \mathcal{R}) since O is open for linear topology. These lead up to the conclusion.

EXAMPLES. Let the finite sequence space \mathbf{R}^∞ be equipped with the local convexity by the usual inner product. Setting as $A = \{(\alpha_1, \alpha_2, \dots) : \alpha_t = 0 \text{ for almost all } t, \sum \alpha_t > 0\}$, an example such that (iii) holds (i.e., the sufficient condition (strict case) of our [21], Th. 1] is met) but (i) fails is furnished. On the other hand, therein taking another $A = \{(0, \alpha_2, \alpha_3, \dots) : \alpha_t = 0 \text{ for almost all } t, \sum \alpha_t > 0\}$, an example such that (i) holds (letting $x_0 = 0$, the sufficient condition of [18], chap. II, § 5, exerc. 3] is met) or (iii) holds but (i) plus (ii) fails is furnished. These are because of the fact that given positive reals ξ, ε , there are positive integer n and real d satisfying $nd < -\xi$ and $(nd^2)^{1/2} = \varepsilon$.

Now Theorem 1 is, in line with [21], Th. 2], also interpreted in terms of "absorbing (syn., radial)" by [21], Lemma 4]. Henceforth, we shall proceed from this point of view.

As a general form of the corresponding version of [21], Th. 3], there holds the next theorem. In this theorem, whenever we take into account the topological consideration for quotient space, we let it be equipped with the quotient topology.

THEOREM 2. Let E be a linear topological space, M a linear subspace of E , and let A be a system in E such that the image $\varphi(A + x_0)$ is positively independent in E/M , where φ is the canonical map of E onto E/M . A ne-

cessary and sufficient condition that A lies (resp., lies semi-positively, lies positively) on one side of a closed hyperplane H in E with $H \supset M - x_0$ is that there exists a t.o.l.s. $(E/M, \mathcal{R})$, with $\varphi(A + x_0) \subset (E/M, \mathcal{R})^+$, such that (i) holds (resp., (i) plus (ii) holds, (i) plus (iii) holds), where

- (i) $(E/M, \mathcal{R})^+$ contains some non-void open subset of E/M ;
- (ii) $(E/M, \mathcal{R})^+$ is absorbing at some point of $\varphi(A + x_0)$;
- (iii) $(E/M, \mathcal{R})^+$ is absorbing at each point of $\varphi(A + x_0)$.

PROOF. We work with the case $x_0 \in E$ is equal to zero. The remains are readily verified from this by translation. Now, under the postulate $f(x) = F(x + M)$ ($x \in E$, $x + M \in E/M$) the following assertions are equivalent:

1) in E , A lies (resp., lies semi-positively, lies positively) on one side of a closed maximal subspace $H = N(f)$ with $H \supset M$;

2) in linear topological quotient space E/M , $\varphi(A)$ lies (resp., lies semi-positively, lies positively) on one side of a closed maximal subspace $N(F)$. Indeed, " $f = F \circ \varphi$ " part is clear. Besides, quotient topology for E/M is compatible with the linear structure of E/M , and $(N(f))'$ is open in E if and only if $(N(F))'$ is open in E/M . Therefore the above fact is true and which achieves the desired end by Theorem 1 via [21], Lemma 4].

REMARK 1. In particular, the case where $\varphi(A + x_0)$ is a convex subset of E/M not containing the origin (convex subset A of E not meeting $M - x_0$ is the case) satisfies the initial hypothesis of Theorem 2. Hence, therewith letting $\varphi(A + x_0)$ be open (A is open is the case since φ is open), a fortiori, the Hahn-Banach separation theorem follows.

REMARK 2. For the separation by a (closed) maximal subspace, we are dealing with (cf. [21], Rem. 1]) the positively independent systems in the space instead of the convex subsets not containing the origin. But, moreover, in doing with the convex subsets not radial at the origin for the same purpose, we can proceed by use of Theorem 2 (of course, if possible, alternatively, by taking its non-empty radial kernel).

By the way, we give here a variant of generalized Stiemke theorem.

COROLLARY. *Let E be a non-trivial locally convex space and A a non-empty finite system in E . A necessary and sufficient condition that A does not lie positively (resp., does not lie semi-positively, does not lie) on one side of any closed maximal subspace of E is that $\varphi(A)$ is positively dependent in $E/\{0\}$ (resp., positively dependent therein with coefficients all not zero, positively dependent as in just before and further the linear span of $\varphi(A)$ is $E/\{0\}$), where φ is the canonical map of E onto $E/\{0\}$.*

PROOF. To prove the "only if" part of the first assertion, first let E be Hausdorff. Now, let $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ be positively independent, i.e., the convex hull $\text{co}(A)$ does not contain the origin. While, as it is usually given, $\text{co}(A)$ is compact and hence is closed. With this, take a convex

symmetric open 0-neighbourhood U such that $U \cap \text{co}(A) = \emptyset$. Then considering the subset $B = \bigcup \{U + a_i : i = 1, 2, \dots, n\}$, it follows directly that $\text{co}(B) \ni 0$. Hence by Theorem 1 via [21], Lemmas 1 and 4], a fortiori, A lies positively on one side of a closed maximal subspace of E . Now let E be non-Hausdorff. Whereas, Hausdorff space $E/\overline{\{0\}}$ associated with E is at least one dimensional and locally convex. Therefore the present assertion is valid from the fact above and Theorem 2. The converse is clear since $\overline{\{0\}} \subset H$ for any closed maximal subspace H of E . The remains of the proof are attained via these by reductio ad absurdum and by use of (further) quotient topology of $E/\overline{\{0\}}$ (cf. every finite dimensional subspace thereof is closed).

Extension theorem. We next deal with the extension theorem of Krein-Rutman type. To do this, we take the following.

DEFINITION 2. Let (E, \mathcal{P}) be a partially ordered linear space. The subset $\{x : 0 < x(\mathcal{P})\}$ of E is called the positive cone of E and is simply denoted by C . But, if necessary, some of them are given by the form $(E, \mathcal{R})^+$ as before.

DEFINITION 3. A partially ordered linear space which is simultaneously a linear topological space is called an ordered linear topological space. By the way, linear topology for E will be denoted by \mathcal{O} .

As a corresponding version of [21], Th. 4 (2)][†], there holds the following. This is logically equivalent with [19], (V, 5.4), Theorem (Bauer-Namioka)] excepting the trivial case when $f \in M^*$ is identically-zero, and so too is [21], Th. 4 (2)] with Cor. 1 *ibid*.

THEOREM 3. *Let E be an ordered linear topological space with positive cone C . Let M be a linear subspace of E and f a non-identically-zero linear form on M . A necessary and sufficient condition that f can be extended to a positive continuous linear form F on E is that there exists a t.o.l.s. (E, \mathcal{R}) with the following properties:*

- (i) $A_f \cup C \subset (E, \mathcal{R})^+$, where A_f stands for $\{x \in M : f(x) > 0\}$;
- (ii) $(E, \mathcal{R})^+$ contains some $O \in \mathcal{O}$ which meets M .

PROOF. (Necessity) Take (E, \mathcal{R}_1) so that $A_f \cup C \subset (E, \mathcal{R}_1)^+$ by [21], Th. 4 (1) and Lemma 1]. Then $(E, F(\mathcal{R}_1))$ turns out to be a t.o.l.s. as required by [21], Lemma 2] in view of the continuity of F . (Sufficiency) By property (ii), $(E, \mathcal{R})^+$ is absorbing at each point of $M \cap O$ since O is \mathcal{O} -open. Hence by [21, Th. 4 (2)], we get a positive linear form F on E extending f . Besides, it follows whereby that $O \subset \{x \in E : F(x) > 0\}$, and F is continuous.

SUPPLEMENT TO THEOREM 3. Our condition (i) plus (ii) above is, as a matter of fact, equivalent to that $A_f \cup C \cup O$ ($O \in \mathcal{O}$ meets M) holds positive

[†] Here the author, adds the following. In the case of [21, Th. 4 (2)], on hypothesis, "positiveness of f " was over-imposed. Henceforth, this imposition is rescinded.

linear independence. In view of this, the logical equivalences aforesaid are directly ascertained too. Let us work with the former case, and the latter is similarly done from this. First, our condition is necessary. To see this, letting U be a convex symmetric 0-neighbourhood in hypothesis, take m_1 in M so that $f(m_1 - m) > 0$ whenever $m \in M \cap (U - (C^U\{0\}))$. f is positive is immediate, and $A_f \cup C$ is positively independent. Suppose now that $A_f \cup C^U (U + m_1)$ were no longer so, then there would exist both finite many respective vectors $a_r \in A_f$, $c_s \in C$, $u_t + m_1 \in U + m_1$, and corresponding scalars $\alpha_r \geq 0$, $\beta_s \geq 0$, $\gamma_t > 0$ with $\sum \gamma_t = 1$, such that $p = \sum \alpha_r a_r + \sum \beta_s c_s + \sum \gamma_t (u_t + m_1) = 0$. But then, by the above, this yields $f(p) > 0$, a contradiction. For the converse, we may assume with ease that $O \in \mathcal{O}$ in hypothesis be convex. Moreover, it follows thereby clearly that $f(x) \geq 0$ ($x \in M \cap (O + (C^U\{0\}))$). Hence by taking $m_2 \in M \cap O$, $(-O) + m_2$ serves for a convex 0-neighbourhood as required since $f(m_2 - m) \geq 0$ whenever $m \in M \cap ((-O) + m_2) - (C^U\{0\})$.

In this connection, the hypothesis in [19], (V, 5.4), Corollary 2 (Krein-Rutman)] explicitly implies that positively independent subset $A_f \cup C$ itself contains an $O \in \mathcal{O}$ which meets M . Hence this cited comes under a special case of Theorem 3 except only when $f \in M^*$ is identically-zero.

We close this note with focusing attention on an extreme case of Theorem 3 (one-sided specializations thereof are also easy). That is, the following is a just consequence of [21], either Th. 2 (semi-strict case) or Th. 4 (2)] (resp., Theorem 1 (semi-positive case) or Theorem 3).

COROLLARY. *Let E be a totally ordered linear topological space with positive cone C . Then there exists a non-zero positive (resp., non-zero positive continuous) linear form on E iff C is absorbing at some point (resp., C contains some non-void $O \in \mathcal{O}$).*

In other words, on putting $C = (E, \mathcal{R})^+$, above positive nature is characterized as $C = (E, f(\mathcal{R}))^+$ for some non-zero $f \in E^$ (resp., non-zero $f \in E'$), where two non-zero linear forms are the case iff they are positive scalar multiples each of the other.*

(Received May 19, 1973)

References

- 1) E. STIEMKE: Über positive Lösungen homogener linearer Gleichungen. Math. Ann. **76** (1915), 340-342.
- 2) M. B. CARVER: System of linear inequalities. Annals of Math. (2) **23** (1922), 212-220.
- 3) L. L. DINES: Definite linear dependence. Annals of Math. **27** (1925), 57-64.
- 4) S. BANACH: Sur les fonctionnelles linéaires II. Studia Math. **1** (1929), 223-239.
- 5) —————: Théorie des opérations linéaires. Warszawa (1932), 27-29.
- 6) S. MAZUR: Über konvexe Mengen in linearen normierten Räumen. Studia Math. **4** (1933), 70-84.
- 7) M. EIDELHEIT: Zur Theorie der konvexen Mengen in linearen normierten Räumen. Studia Math. **6** (1936), 104-111.

- 8) S. KAKUTANI: Ein Beweis des Satzes von M. Eidelheit über konvexe Mengen. Proc. Imp. Acad. Tokyo, **13** (1937), 93-94.
- 9) V. L. KLEE, Jr.: Convex sets in linear spaces. Duke Math. J., **18** (1951), 443-466.
- 10) KY FAN: On system of linear inequalities. Annals of Math. Study, **38** (1956), 99-156, Part I.
- 11) N. DUNFORD and J. T. SCHWARTZ: Linear operators, Part I, chaps. II and V. Wiley (Interscience Publishers), Inc, New York, 1958.
- 12) D. A. RAIKOV: Vector spaces, chap. II. Moscow, 1962. (Russian). (Japanese transl. by Y. YOSHIZAKI: Tokyo Tosho Co., 1966.)
- 13) J. L. KELLEY, I. NAMIOKA and co-authors: Linear topological spaces, chaps. 1 and 4. D. Van Nostrand Co. Inc., Princeton, 1963.
- 14) A. WILANSKY: Functional analysis, chaps. 3 and 12. Blaisdell Publishing Co., New York, 1964.
- 15) R. E. EDWARDS: Functional analysis, chap. 2. Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, 1965.
- 16) D. M. TOPPING: Some homological pathology in vector lattices. Can. J. Math. **17** (1965), 411-428.
- 17) C. GOFFMAN and G. PEDRICK: First course in functional analysis, chap. 2. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1965.
- 18) BOURBAKI, N: Espaces vectoriels topologiques, chap. I et II. Éléments de mathématique, livre V. Hermann, Paris, 1966.
- 19) H. H. SCHAEFER: Topological vector spaces, chaps. II and V. The Macmillan Co., New York, 1966.
- 20) B. Z. VULIKH: Introduction to the theory of partially ordered spaces, chap. XIII. Wolters-Noordhoff, Ltd., Groningen, The Netherlands, 1967.
- 21) K. IWATA: Totally ordered linear space structures and separation theorem. Hokkaido Math. Jour. (Sapporo, Japan), Vol. I, No. 2 (1972), 211-217.

人造黒鉛の動ヤング率に対する気孔率効果

松 本 昭 彦

Porosity Effects on Young's Modulus of Graphite

Akihiko Matsumoto

Abstract

A bending vibration technique was used to determine the Young's modulus and Q^{-1} of a series of polycrystalline graphite at room temperatures. The structure of matrix materials and pores was examined by using X-ray diffractometry, photomicrography, and electron microscopy. The porosity of graphite was measured by a pycnometer method. An apparent linear correlation between the Young's modulus and the porosity was recognized. Precise calculations of modulus curves can be made for graphite with the application of the theory of composite materials.

緒 言

人造黒鉛の物理的性質に影響をおよぼす因子は多岐にわたっている。黒鉛製品は微量の灰分を除けば他は炭素よりなる同種のものである。しかし、原料となる骨材・バインダーの化学成分や成形・焼成過程などの相異から、結晶子寸法、異方性、気孔の大きさ・形状・連結性、および気孔率などがおのおの異なっており、そのために物理的性質も一定ではない。従ってこれらのパラメータのうちの一つだけをとり出して物性たとえば弾性率、電気伝導度、熱伝導度との関連をしらべることは重要であるが、なかなかむずかしい問題である。従来のデータもそれほど多くはない^{1)~3)}。この小論では同一の原料および製造工程からえられた材料によって試片を作り、動ヤング率と気孔率との相関を調べた。同時に内部摩擦として Q^{-1} をも測定した。

実験方法および試料

A. 動ヤング率 E および振動吸収係数 Q^{-1} の測定

この実験では、試料棒に横振動を与えてその共振周波数と減衰とを測定し、 E および Q^{-1} を求めた。棒が横振動をする際のたわみは、一般にせん断と曲げによる両者のひずみをふくんでいるが、試料が細長くしかも比較的うすい場合には、振動は曲げ振動のみを考慮すればよい。用いられた角棒試料では、断面二次半径と棒の長さおよび波長との比が 10^{-3} 程度でとくに図-6のような目的でしらべた場合でも最大 3×10^{-2} であった。また振動中の空気の抵抗はそれほど大きいわけではなく、回転慣性も無視できる。ゆえにこれらを考慮すれば、棒の自由横振

動の式はつぎのように書くことができる。

$$Ek^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (\gamma E)k^2 \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

y はたわみ, k は断面二次半径, ρ は密度である。第二項の γE は粘性率に対応する係数で⁴⁾, 粘性抵抗は引張りまたは圧縮のひずみ速度に比例するものと考ええる。この項が減衰項である。解を $y = Y(x) T(t)$ において (1) 式に代入すれば, T の側に減衰振動

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + 2\alpha \frac{dT}{dt} + \omega^2 T = 0 \quad (2)$$

があらわれる。ここに α, ω^2 はそれぞれ

$$\alpha = \frac{\gamma Ek^2}{2\rho} \left(\frac{m}{l} \right)^4, \quad \omega^2 = (2\pi f)^2 = \frac{Ek^2}{\rho} \left(\frac{m}{l} \right)^4 \quad (3)$$

で, m は振動様式による定数, l は試料の長さである。このとき (1) の解は

$$y = Y(x)e^{-\alpha t} \cos(\sqrt{\omega^2 - \alpha^2} t + \varphi) \quad (4)$$

となる。これが観測される減衰振動である。勿論振動の条件 $\omega^2 > \alpha^2$ は充されている。 α^2/ω^2 はこの実験の試料では 10^{-6} 程度の小さな値をとるので, 観測値 $\sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$ を ω に等しいとおけば, (3) 式より直ちに E を求めることができる。いま角棒の厚さを a とおけば,

$$E = \frac{48\pi^2 l^4}{m^4 a^2} f^2 \quad (5)$$

である。 f は共振周波数, m は両端自由の場合, 基本振動で 4.730, 倍振動では 7.853, 10.996, ... の値をもつ定数である。

自由振動の際に, ある時刻における振動の全エネルギーを W , つづく 1 サイクルの間に物体の内部で消費されるエネルギーを ΔW とすれば, 内部摩擦は $\Delta W/W$ で定義される。棒の横振動の運動エネルギーは, 棒の断面積を A とすれば,

$$\frac{1}{2} \int_0^l \rho A \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l \rho A k^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} \right)^2 dx \quad (6)$$

で示される。このうちで第二項の回転エネルギーは微小とみなされるから, 運動エネルギーは第一項の移動エネルギー K に等しいと考えてよい。この K には振幅 $Y(x)e^{-\alpha t}$ の 2 乗がふくまれている。ゆえに K が極大になる時刻とそれから 1 周期 $\tau = 2\pi/\omega$ の後の時刻の運動エネルギーをそれぞれ K_i, K_{i+1} とすれば, $\Delta W/W$ は,

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{K_i - K_{i+1}}{K_i} = \frac{e^{-2\alpha t} - e^{-2\alpha(t+\tau)}}{e^{-2\alpha t}} \simeq 2\alpha\tau \simeq 2 \left(\frac{2\pi\alpha}{\omega} \right) \equiv 2\lambda \quad (7)$$

となる。ここに λ は対数減衰率である。この実験では $\alpha\tau$ は 5×10^{-3} 程度で一応 $\alpha\tau \ll 1$ とみられるので (7) 式のような省略が可能になるわけである。振動吸収係数 Q^{-1} は λ/π である⁵⁾ から,

(7) 式によれば Q^{-1} は内部摩擦 $\Delta W/W$ に比例する量となり、

$$Q^{-1} = \frac{\Delta W}{2\pi W} \quad (8)$$

である。いま、振動中に振幅が初めの値の $1/n$ に減少する場合を考える。振幅がこの値になるまでに、図-1 の減衰振動曲線において N 個の波形がふくまれているとすれば、

$$\frac{1}{n} = \frac{y_2}{y_1} \frac{y_3}{y_2} \dots \frac{y_{N+1}}{y_N} = \frac{y_{N+1}}{y_1} \simeq e^{-\lambda N},$$

$$\therefore \lambda \simeq \frac{\log n}{N} \quad (9)$$

ゆえに Q^{-1} は、

$$Q^{-1} = \frac{\log n}{\pi N} \quad (10)$$

である。すなわち、振幅が初めの値の $1/n$ に減少するまでの波の数を計数すれば Q^{-1} が求められる。

測定装置のブロックダイアグラムは図-2 の通りである。両端にうすい鉄片をはりつけた長方形の棒状または板状の試料の節点を木綿糸で支え、一端を励振コイルによって駆動し強制振動を起させる。励振コイルの電流の周波数を連続的に変化してゆくと、その周波数が試料の固有振動数 f と一致したとき、試料は共振の状態になり受振コイルを流れる電流は極大に達する。このときの発振器の周波数をエレクトロニックカウンタで読む。この実験では $10^2 \sim 10^3$ Hz であったが、ヤング率はこの f の値から (5) 式で計算される。つぎに励振を止め、予めセットされた振幅値たとえば共振時の $1/2$, $1/5$ などの値まで減衰してゆく間の波の数 N を計数する。この N の値を (8) 式に代入すれば Q^{-1} が求められる。この装置は積雪の粘弾性 E , ηE を測定するために製作された装置に二三の改良を加えたものである⁶⁾。

B. 気孔率 P の測定

気孔を取扱うには、形・大きさあるいは開放形・閉鎖形の区別などいろいろな要素を考慮しなければならない。しかし、それらの個々の差異によって多孔質の特徴を示すことを止め、単に気孔の総体積 v と試料のみかけの体積 V との比 $P(\%)$ をパラメータにする場合も多い。このような場合には気孔率 P と材料の性質との相関をしらべた方がより簡単な関係がえられるからである。いま試料の真比重を D_0 、みかけ比重を D とすれば、 P は

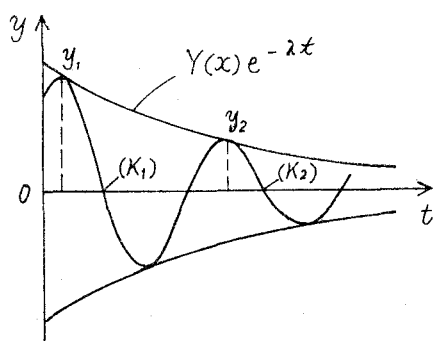
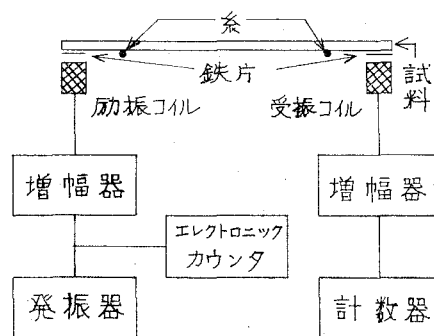


図-1


 図-2 E , Q^{-1} 測定装置

$$P = \frac{v}{V} \times 100 = \frac{D_0 - D}{D_0} \times 100 \quad (11)$$

である。この D_0 の測定には比重びんの方法と空気圧の比較によるベックマン比重計とが用いられた。比重びんによる方法⁷⁾では気孔の影響をなくするために、黒鉛をめのもう乳鉢で磨砕し、100 メッシュのふるいを通った粉末を比重びんに入れ、液体としては黒鉛がぬれ易いブタノールを用いて D_0 を測定した。東芝・ベックマン空気比較式比重計は操作は簡単であるが結果への信頼度がやや落ちる。誤差は 10% をみこまねばならない。実験ではこの方法も比較のため用いた。

C. 試 料

この実験に供せられ試料は、原料・製造工程・熱処理条件が同一である材料から採取された。またフェノール系樹脂を含浸した黒鉛についても同じ測定を行った。たとえば、後述の図-7 の 14 個の試料は熱処理温度 2800°C の加圧成形品からきり出されたものであるが、5×10×150 mm の長方形板状で加圧面が 10×150 mm の面となっている。おのおのの試料については、気孔の構造と異方性、結晶子の大きさと選択的な配向などが問題になる。これらの点については、顕微鏡、電子顕微鏡、X 線回折によって調べた。

実験結果および考察

A. 試料の観察

実験条件として試料の気孔率を唯一のパラメータにすることは極めて困難ではあるが、できるだけ他の幾何学的諸因子の互いに類似した試料をえらび出さねばならない。そのため気孔や結晶子についてしらべた。

気孔の顕微鏡写真と電子顕微鏡写真の例を図の 3, 4, 5 に示した。試料はみかけ比重 1.6 程度の黒鉛で、図の 4 と 5 は同じものである。図-5 の一部にはレプリカ膜の変形が認められるけれども大体において気孔の再現性はよいと思われる。図-3 と 4 における細部の模様のちがいは、一つにはバインダーの熔融程度や連結状態の相異によるものであろう。この切断面にあらわれた気孔の部分の径は 10~30 μ の場合が比較的多く、写真ではわれ目と考えられるような大きな気孔はみあたらない。図-5 の右下には鋭角の切れこみがみられるが、これはこの気孔がフィラー粒子間の空隙として残されたものであることを示している。観察された気孔にはこの種のものが多い。粒子内にすでに存在していた気孔や焼成の際バインダー内に生じた気泡はかなり小さな径をもつことが予想される。これらの顕微鏡写真が気孔の大きさや形状について試料の平均的な断面を示しているとは必ずしもいえない。しかしこの写真にあらわれた気孔の総面積と試料面の全面積との比を測り、この 2 次元値から 3 次元の体積比 P の大体のみつもりをしてみると、比重びん法による測定値より明らかに低い値をうるから、上のような微細な気孔の存在が推定できる。気孔配列の異方性は写真による計測だけでなく、顕微鏡の接眼ミクロ

メータの所に手製の角度円板をとりつけ、視野内にある気孔の長手方向について角度分布を二三としてしらべたが、顕著な異性はみられなかった。以上述べた事実を考慮すれば、気孔に関する限りこれらの試料を「黒鉛母体の中にいろいろな大きさの気孔が等方的に一樣な分散をした材料」とみなすことができる。このことが一つには、弾性率に対する連続体的取扱いの根拠を与えている。

黒鉛結晶子の大きさについては、X線の回折強度の半値幅によって算定するのが普通である。しかしこの方法には種々の仮定と補正が必要であり、えられた結果も限られた範囲でのみ有効である。この実験では結晶子寸法の値よりも、それが試料によって差異があるかどうかを調べることにむしろ主眼がおかれているので、ここではやや簡略化された方法を選んだ。まず Cu $K\alpha$ 線を試料の加圧面とそれに垂直に交わる長手方向をふくむ側面にあて、(002)の回折線図形の半値幅を測り、標準シリコンによる幾何学的補正、 $K\alpha$ 二重線による修正などを施したのち、その訂正された値 β を用いて c 軸方向の結晶子の厚さ $L_{c(002)}$ を次式によって求めた。

$$L_{c(002)} = \frac{K\lambda}{\beta \cos \theta} \simeq \frac{91}{\beta'} \quad (12)$$

ここに θ は回折角、 λ は Cu $K\alpha$ 線の波長 (1.5418 Å)、 K は 1.0 の値をもつ定数、 β' は β (ラジアン) を度数であらわした値である。図-7 の試料では、 $L_{c(002)}$ の値が 2 例で 1.8×10^2 Å、他は $2.9 \sim 4.2 \times 10^2$ Å であった。値の一部には互いに 2 倍ほどの差もみうけられるが、 L_c は order としてはほぼ一致している。

黒鉛はふつうは六方晶系に属する層状構造をもつ結晶で、 c 軸方向の単位格子の長さ c_0 は

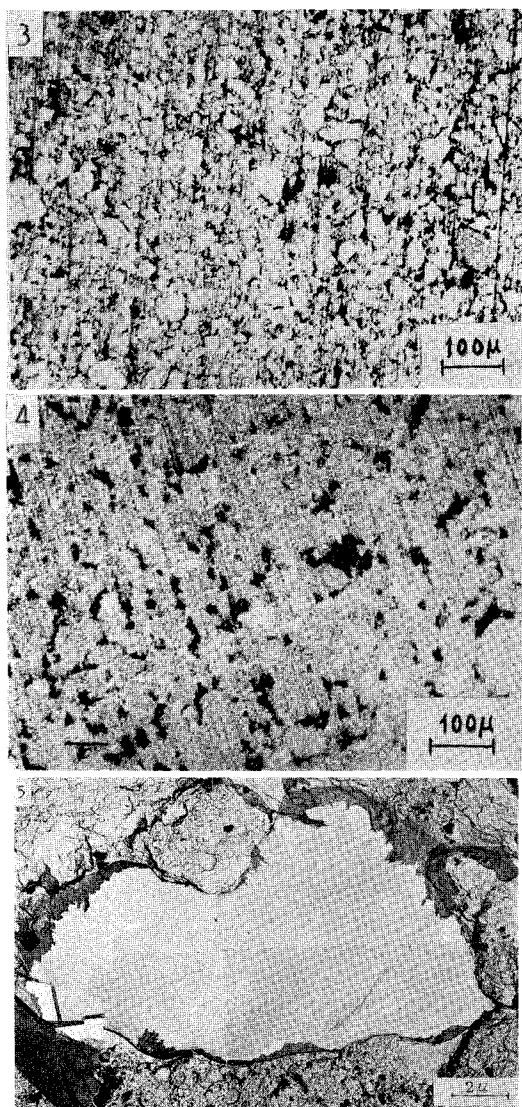


図-3 試料 A, 図-4 試料 E,
 図-5 E 気孔 (電顕写真 $\times 7500$)

6.707 Å である。人造黒鉛の場合はこの格子定数 c_0 が上記の値より幾分大きい。炭素の六角網平面の積み重なりが無秩序な状態から次第に秩序ある状態へと移行して黒鉛化が進行し、それとともに c_0 は減少し上記のような値に近づいてゆく。図-7 の黒鉛では 2 例が 6.78 Å, 他は 6.75 Å であった。これを Warren の考え方⁸⁾ に従って、網面が規則的な六方晶系の積み重なり方をしている確率すなわち Warren の P_1 値を計算してみると、 c_0 が 6.75 Å の場合 0.72 となった。

成形の際にたとえば圧縮によって結晶子の c 軸が選択的に圧縮方向に配向するという事実が知られている。このために製品に異方性が生ずる。この異方性を表示するには、Bacon⁹⁾, Guentert¹⁰⁾ などの方法があるが、ここでは先に述べた互いに直角な二つの表面にあてた X 線の回折図形の (002) 積分強度の比をしらべた。加圧面とその側面との (002) 積分強度をそれぞれ I_1, I_2 とすれば、図-7 の試料では I_1/I_2 が 1.6~1.8, うち 2 例が 1.1~1.2 であった。これらの値は異方性の表現として必ずしも高い確度をもつとはいえないが、表面に平行な基底網面を有する結晶子の数をあらわす一応の目安になるものと思われる。

以上黒鉛母体について結晶子の構造・異方性の点からみれば、一組として扱った試料では互いに大きな差はなかった。

B. 動ヤング率

振動が線形の範囲内にあることは必要な条件であるから、ひずみ振幅を顕微鏡で観察した。棒の midpoint の上下振幅はたかだか 0.1 μ , ゆえに棒の各点におけるひずみ振幅の最大値は中央表面に生じ 10^{-7} 程度である。したがってヤング率を C.G.S. で 10^{11} とすれば、応力は 10 g/cm² である。この実験では静ヤング率も比較のため二三の試料で測定した。用いられたのは三点曲げによる棒の midpoint 降下量からヤング率を計算する最も簡単な方法である。この方法ではたわみはそれほど小さい値まで読みとることはできないから、当然荷重を大きくせねばならずどうしても塑性ひずみが混じってくる。そのため実験の結果でも静ヤング率の方が動ヤング率よりつねに低い値を示した。この場合の応力は、midpoint 降下をたとえば 0.3 mm とすれば動ひずみのときの値の 3000 倍にも達する。以上のようなことからこの動的測定法は応力とひずみの間の直線関係を十分満足するもの¹¹⁾ とみなすことができる。

つぎに、棒の長さ l と厚さ a との比 l/a が異なる試料を同一のブロックからきり出し、寸法比とヤング率と

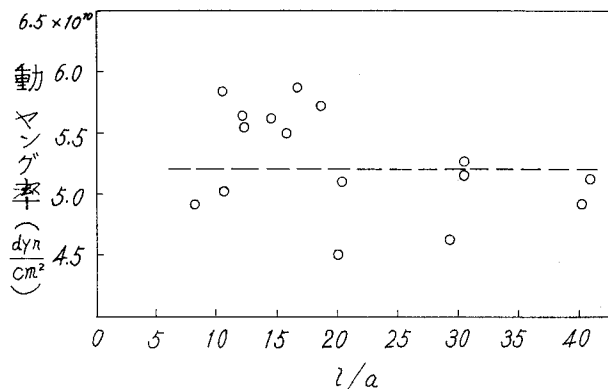


図-6 寸法比と動ヤング率の関係

の関係をしらべた。太い棒に対しては振動が曲げ振動よりせん断振動に変わる。この実験ではこのような移行を検出することも予想されたが、試片をあまり厚くすると励振コイルの電流を増大することが必要になり、波形のひずみおそれが出る。そのため l/a の最小値を図-6のように10附近にとった。試料の長さは約107 mm, 厚さは2.3~13.0 mmである。図の結果よりこのような l/a の範囲では動ヤング率は寸法比にほとんど無関係であることがわかる。したがって試片間のわずかな寸法差はヤング率の測定には影響しない。また支えの糸の位置を節の所から少しずらして振動させてみたが、ヤング率の値にはほとんど変化はみられなかった。

室温における動ヤング率と気孔率の代表的な関係は図-7, 8および表-1に示されている。

表-1には図-7の試料の測定値の一部を示す。図-8のうちで2点は25°Cにおける測定値であるが、図-9からわかる通り5度以内の温度変化は結果に誤差範囲内の影響を与えるに過ぎないので同一の図に記入した。また今回使用された材料に関してはフェノール樹脂の含浸もヤング率の値を左右するには至っていない。図-7, 8によって動ヤング率が気孔率とともに減少する傾向は明白となったが、互いの構造上に残る差異にもかかわらず、測定値の分布は曲線よりのゆらぎの少ないものとなっている。

このことを考慮した上で製造工程のやや異なる各種の試料について、室温における測定値をすべて同じグラフの上にプロットしてみた。これが図-10である。これは少し乱暴なやり方ともいえるので定量的な結論はさし控えねばならないが、ヤング率に対しては気孔率が他の因子にくらべてかなり大きな影響を与えていることが図からよみとれる。

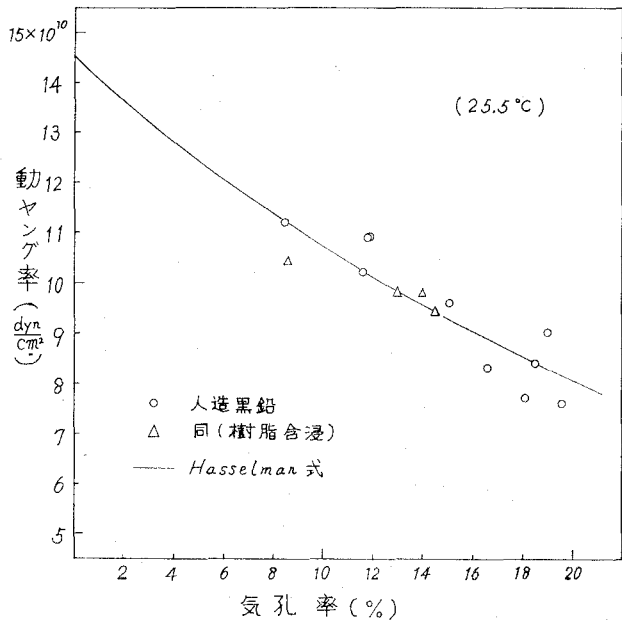


図-7 人造黒鉛 (I)

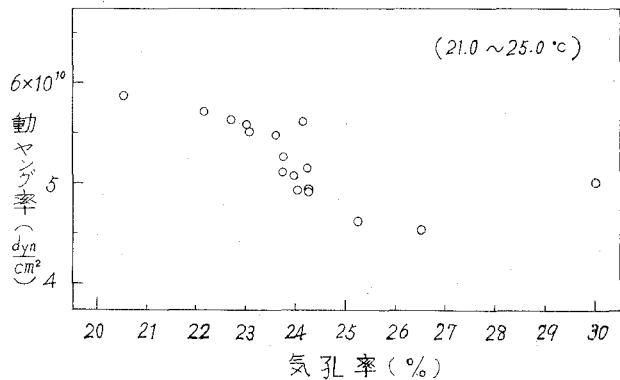


図-8 人造黒鉛 (II)

さきに A の項では黒鉛を気孔が一様に等方的に分散した試料とみなすことができると述べた。これまでの実験結果を考え合せると、試料を近似的に均一等方な黒鉛質を第一相とし、その中に同じく均一等方に分散された気孔を第二相とする複合体とみることができる。気孔自身の力学的性質は母体のそれとは全くかけはなれているために、いわゆる複合材料とはちがった構成となっている。それゆえにかえて気孔率 P がパラメータとして著しい効果を示すのであろう。ヤング率 E への寄与は実質部分によるものであるから、 E は気孔を全く含まないときの極限值 E_0 に対して $(1-P)$ 倍の値をとることがまず考えられる。しかし、気孔を囲んでいるフィラー粒子またはバインダーの連結状態などが E に及ぼす影響を考慮すると、 E はさらに修正された形

$$E_0(1-hP) \text{ あるいは } E_0(1-P)f(P)$$

をとるとしてよいだろう。これらの式の P は % になおさない体積比のままの値である。 h を

表-1 E, Q^{-1}, P

試 料	動 ヤング 率 (dyn/cm ²) $E \times 10^{-10}$	振動吸収係数 $Q^{-1} \times 10^3$	気孔率 (%) P
A	10.40	1.55	11.6
B	8.36	2.02	18.5
C	10.90	1.59	11.8
D	8.34	1.92	16.6
E	7.69	1.52	18.1
F	9.78	1.49	13.9
G	9.40	1.96	14.5

F, G: 樹脂含浸

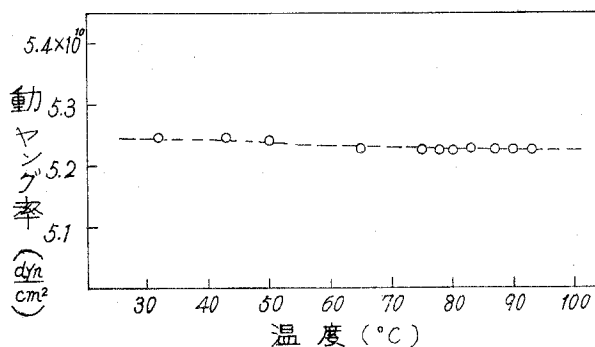


図-9

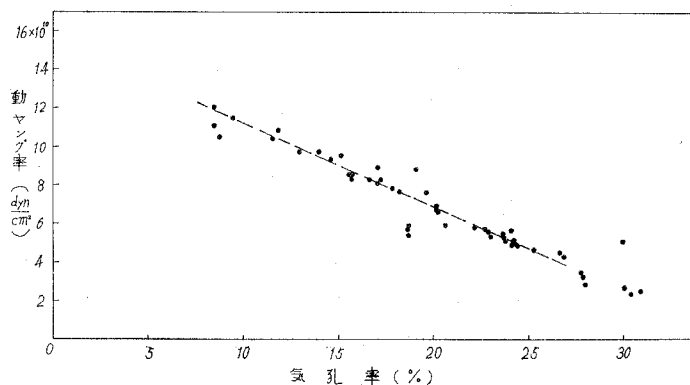


図-10

定数とみなせる場合には、初めの式は E に対する最も簡単な 1 次式である。実際に 図-10 の直線は E , P の関係を明確に示している。また 図-7 の点の配置も何らかの直線上にのるようにみえる。しかし、この 1 次式は矛盾をふくむ。 h は $h < 1$ とはなりえない。また $h=1$ の場合も除いてしまったから、 $h > 1$ でなければならない。これは気孔率 P が 1 より小さいときでも E が零になりうることを示す。このことはすでに 図-10 の直線にもあらわれている。したがって E を P の 1 次方程式として表わす試みは、 P の限られた範囲内で結果を整理する目的にのみ有効である。このように気孔率の効果が単に積算されてゆくとは考えにくいので、改めて第二の式の形で調べることにした。このような形で簡単な方程式を導いたのは Hasselman¹²⁾ である。彼の計算は複合体の理論を応用したもので、第二相が気孔のとき E の値は、

$$E = E_0 \frac{1-P}{1-(A+1)P} \quad (13)$$

で示される。式の中の A は定数で E_0 とともに実験結果から計算で求められる。すなわち、

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \frac{1}{E_i^2} & \sum \frac{P_i}{E_i(1-P_i)} \\ \sum \frac{P_i}{E_i(1-P_i)} & \sum \frac{P_i^2}{(1-P_i)^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum \frac{1}{E_i} \\ \sum \frac{P_i}{1-P_i} \end{bmatrix} \quad (14)$$

である。図-7 について計算してみると、 $E_0 = 14.5 \times 10^{10}$ dyn/cm²、 $A = -3.2$ である。図の中に画かれた曲線はこれらの計算結果を示したものである。Hasselman の式はヤング率と気孔率の関係をよく表わしていると思われる。

C. 振動吸収係数

室温における振動吸収係数 Q^{-1} と気孔率の関係は 図-11 に示されている。 Q^{-1} の気孔率に対する依存性は認められなかった。都竹^{13),14)} が明らかにしたように内部摩擦が黒鉛内転位の振動すなわち Granato-Lücke モデルによって説明されるらものとすれば、それに対して気孔の界面が検出するほどの影響を間接的にも与えていないことになる。なお、図-12 に Q^{-1} と

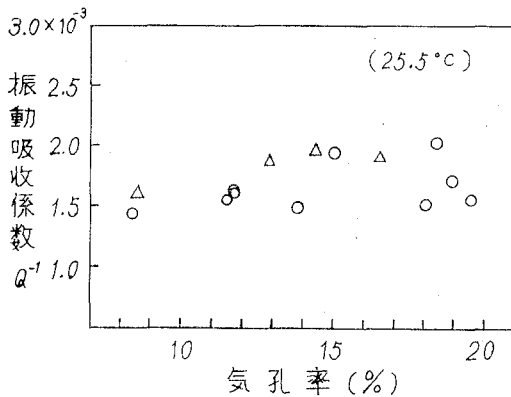


図-11 (△: 樹脂含浸)

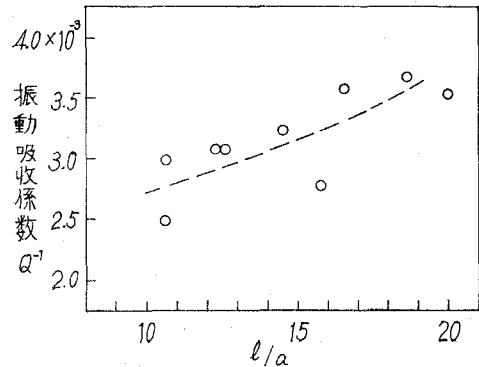


図-12 寸法比と Q^{-1} の関係

寸法比との関係を示したが、この点についてはまだ説明できる段階に至っていない。なお、ヤング率および Q^{-1} の振動数依存性は測定範囲では明らかとはならなかった。

結 言

曲げ共振法により多結晶黒鉛における動ヤング率と気孔率の関係をしらべてえた主な結論はつぎの通りである。

- 1) 実験に供された試料の動ヤング率は $2 \sim 15 \times 10^{10}$ dyn/cm² の範囲にあり、この値は黒鉛単結晶の弾性定数 c_{44} (2.3×10^{10} dyn/cm²), c_{33} (47×10^{10} dyn/cm²) と同程度である。
- 2) 動ヤング率は気孔率に強く依存する。その依存の度合は、母体黒鉛あるいは気孔のミクロな構造の相異による影響を超えている。
- 3) 従来動ヤング率を気孔率の1次関数として取扱うことが多かったが、複合体の理論を適用した方が妥当な説明を与える。
- 4) 動的方法は応力・ひずみの線形性に対して適切であり、試料寸法の相異による測定値の変化も少ない。

この研究の測定は室蘭工業大学機械工学科卒業生相沢憲四郎、同産業機械工学科卒業生田巻邦康両君の御協力によるものである。また、試料の入手について日本大学理工学部都竹卓郎教授、日立化成工業株式会社、文献ならびに装置に関して室蘭工業大学化学工学科渡辺治夫教授、城本義光教授、電気工学科松田敏彦助教授、電子工学科南条淳二助手の特別の御配慮をえた。ここに記して深く感謝の意を表する。最後に終始御討論御援助をいただいた機械工学科内藤正鄰教授、三橋秀信および浜田恒平両助手に厚くお礼申し上げる。

(昭和48年5月21日受理)

文 献

- 1) Barrachin, A. M., Jouquet G., Micaud, G. and Pattou, F.: J. Nucl. Mater. **20**, 294-302 (1966).
- 2) Kulcinski, G. L., Wagner, P. and Cowder, L. R.: J. Less-Common Metals **7**, 383-392 (1964).
- 3) Sutton, A. L. and Howard, V. C.: J. Nucl. Mater. **7**, 58-71 (1962).
- 4) Muto, K.: ZS. angew. Math. Mech. **10**, 346-353 (1930).
Sezawa, K.: ibid. **12**, 275-279 (1932).
- 5) たとえば、長崎誠三編：金属物理実験室, 241 (アグネ, 1964).
- 6) 山地健次, 黒岩大助：低温科学物理篇第13輯, 49-57 (1954).
- 7) 赤松秀雄, 中川鶴太郎：炭素 **5**, 59-64 (1956).
- 8) Houska, C. R. and Warren, B. E.: J. Appl. Phys. **25**, 1503-1509 (1954).
- 9) Bacon, G. E.: J. Appl. Chem. **6**, 477-481 (1956).
- 10) Guentert, O. J.: J. Chem. Phys. **37**, 884-891 (1962).
- 11) 金 順一, 片瀬政幸, 村田建次郎：炭素 No. 50, 8-14 (1967).
- 12) Hasselman, D. P. H.: J. Amer. Ceram. Soc. **45**, 452-453 (1962).
- 13) Tsuzuku, T.: Carbon, **1**, 25 (1963).
- 14) Tsuzuku, T.: Carbon, **1**, 511 (1964).

Zn-Al 共析合金の超塑性挙動におよぼす Mg の影響*

田中 雄一・井川 克也

The Influence of Mg addition on the Superplastic behaviour of the Zn-Al eutectoid alloy

Yuichi Tanaka and Katsuya Ikawa

Abstract

The influence of 0.02 wt% Mg addition on the superplastic properties of the quenched and the annealed Zn-Al eutectoid alloys was investigated at 250°C. The main results obtained were as follows:

(1) Addition of 0.02% Mg does not significantly affect superplasticity but flow stress increases with Mg addition. The longest annealing process after quenching does produce large α_1 grain boundary. With addition of Mg, much α_1 grain boundary is appeared by annealing.

(2) The magnitude of the strain rate sensitivity index m identify origin of superplastic behaviour. The finer grain size material has a lower flow stress and high m region persists to higher strain rate than for the coarser grained materials. This tendency is enhanced with addition of Mg.

(3) Experimental results support that grain boundary shearing has occurred as a result of grain boundary migration during superplastic deformation.

I. 緒 言

超塑性現象は、きわめて小さい作用応力のもとで、くびれを生ずることなしに異常に大きな伸びを示す性質であり、特定の材料に限定して表われる現象ではなく、結晶体の一般的な性質であると考えられている。現在では、超塑性機構の解明に平行して実用面の研究も盛んのようにある^{1)~3)}。

ある種の金属は非常に可塑性に富み、複雑でしかも精密な塑性加工製品が数多く作られている。たとえば、引抜き加工における極細線、圧延による金箔・アルミニウム箔などの製造、あるいは、高圧・高速プレスまたは放電衝撃を利用した加工製品、および超音波エネルギーを用いた加工手段に重畳した加工によるものなどである。これらは確かに大きな可塑性を利用した加工ではあるが、材料自身がつ内的な要因に依存せず、外的因子による寄与が大きく作用した結果のものであり超塑性とは言えない。材料の内的因子による可塑性—変形能を表わすには、引張試験による伸びが尺度として適切である。一般的な加工条件では、金属の伸びは、

* 1972 年 11 月 日本金属学会・日本鉄鋼協会北海道支部大会に発表

50~60% 程度であり、延性に大きな影響を与える加工温度を考慮に入れても、伸びは 100%、絞り 80% 程度までしか期待できない。これに対して、超塑性材料では数 100% から 2,000% の異常な伸びとほぼ 100% に近い絞りが得られることが知られている^{4)~8)}。

「超塑性」という語は、1945 年 Bochvar による Zn-(15~22%) Al 合金で観察された異常に大きな伸びを示す現象を「Сверхпластичность-超塑性」と呼んだことに始まる。この合金系は、その後 Presnyakov によって系統的に研究された。これらの研究結果は、Underwood⁹⁾ によって詳細に解説されている。異常に大きい塑性が得られるという現象それ自体は、1920 年に Zn-Cu-Al 三元共晶合金が Al のような普通の結晶性材料とは異なり高温ガラスの挙動に似た性質を示すことを観察した Rosenhain¹⁰⁾ の研究が最初である。さらに Sauveur¹¹⁾ は温度勾配をつけた鋼棒をねじり試験し変態温度領域に相当する部分の異常変形の観察を行なっている。しかしながら、異常に大きい塑性すなわち超塑性現象の直接的な発見は、Pb-Sn および Bi-Sn 共晶合金で 2,000% 以上の伸びを観察した Pearson¹²⁾ (1934 年) による研究が発端である。

Backofen, Turner と Avery¹³⁾ は、超塑性現象を粘弾性流動現象と考え、流動応力 σ をひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ の関数として $\sigma = K\dot{\epsilon}^m$ として表わし実験結果と一致することを示した。ここで K は定数で、 m はひずみ速度感受性指数である。現在まで報告されている数多くの研究は Backofen らの解析法によって議論されている。それらの結果は、詳細に解説されており、超塑性の発生条件はつぎのように要約される。(1) 結晶粒径が微細 ($\bar{L} < 10 \mu$) で、かつ安定であること、(2) 十分に低いひずみ速度で変形すること、(3) 融点 ($^{\circ}\text{K}$) の 1/2 以上の温度で変形することである。

Zn-Al 共析合金は、超塑性を示す多くの合金の中でも、きわめて容易に組織的な必要条件を得ることができる¹⁴⁾ ため、非常に多くの研究がなされている^{15)~20)}。これらの研究の多くは、比較的高い純度の材料により研究されており、不純物あるいは第 3 元素の影響については不明の点が多い。一方、Zn-Al 共析合金は実用化の段階に入りつつあるが、その機械的強度は必ずしも充分ではない。第 3 元素の添加によって常温における強度を増大させ、かつ高温において超塑性を示すならば、多くの工業的応用に利用できるであろう。常温強度を改善する元素として Mg, Cu, Ni などが考えられるが²¹⁾、本研究では比較的性質の似ている Mg を微量添加した Zn-Al 共析合金の超塑性挙動を詳細に検討する。なお本実験終了期近くに、竹岡²²⁾ らにより Zn-22% Al 合金への Mg 添加の影響について詳細な研究結果が発表された。したがって、本報告では、竹岡らの結果を十分参照、比較しつつ、未だ不明である長時間の焼鈍によって結晶粒径を粗大化させた試料の超塑性挙動について主として述べることにする。

II. 安定変形の機構

延性材料を引張試験したとき、均一変形は安定流動が生じている間でのみ可能である。安定変形は、くびれの発生によって不安定変形となる。実際に荷重 P のもとで変形する試験片

(断面積, A ; 標点間距離, L) を考えると, 微小伸び dL の起こる試験片は僅か硬化するが, 一方断面減少によって弱くなる。前者の現象がまさっていると, 試験片はある点で変形が始まったとき, 他の点で引続き変形が起るためそこでは変形が停止し, 変形は均一に進行する。しかし, もしそこが断面収縮によって弱くなると試験片は不安定な状態となる。すなわち $0.3 T_m$ 以下の温度では, 材料がひずみ硬化能を失ったときにくびれが生ずる。この条件は $dp=0$ で定義される。すなわち,

$$p = \sigma A$$

$$dp = \sigma dA + Ad\sigma = 0$$

一方非圧縮性体では

$$\frac{dL}{L} = -\frac{dA}{A}$$

ここに, ひずみ ϵ は $\int_{l_0}^{l_0+dL} dL/L$ であるから, $d\epsilon = dL/L$ となる。

したがって

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \sigma \quad (1)$$

これは **Fig. 1** に示したように, 荷重の最

大点で真応力—真ひずみ曲線の傾きが真応力と等しくなることを示す。また, ある金属に対して, 第 1 近似で荷重—伸び曲線は, つぎの関係式で表わすことができる。

$$\sigma = K\epsilon^n \quad (2)$$

したがって, 最大荷重に対応する伸びは,

$$\epsilon_s = n \quad (3)$$

として示されることがわかる。それ故, 加工硬化指数 n は一般の金属において <0.3 であるから, 均一伸びは 30% を越えない。さらに安定な伸びをうるには, 除荷後軟化焼鈍を行ないひずみ硬化能を恢復しなければならない。

冷間加工においては, 材料がひずみ硬化を生じないならば, 均一伸びはありえない。しかし $0.5 T_m$ 以上の温度では, ひずみ硬化能が僅かでもかなり大きい均一伸びを示すことが知られている。このような状態では, 恢復と硬化との平衡関係が成立し, ひずみ速度感受性が変形への重要な支配因子となる。流動応力とひずみ速度の定量的関係は, つぎのように表わされる。

$$\sigma = K'\dot{\epsilon}^m \quad (4)$$

ただし $\dot{\epsilon}$ はひずみ速度, m はひずみ速度感受性指数, K' は定数である。**Fig. 2** は, 引張試験中に n と m の値によって試験片の形状変化を模型的に示したものである²³⁾。 $n=0.3$, $m=0.003$

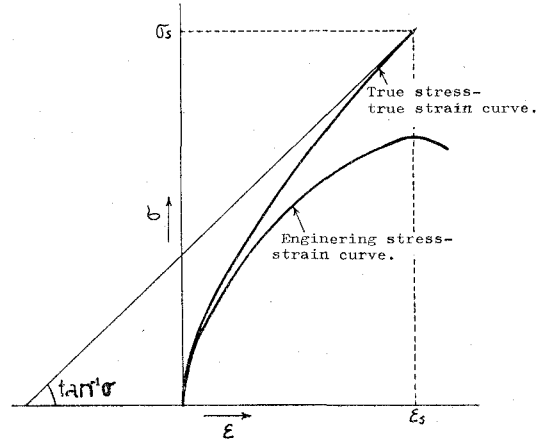


Fig. 1. Consider construction for the determination of the point of maximum load.

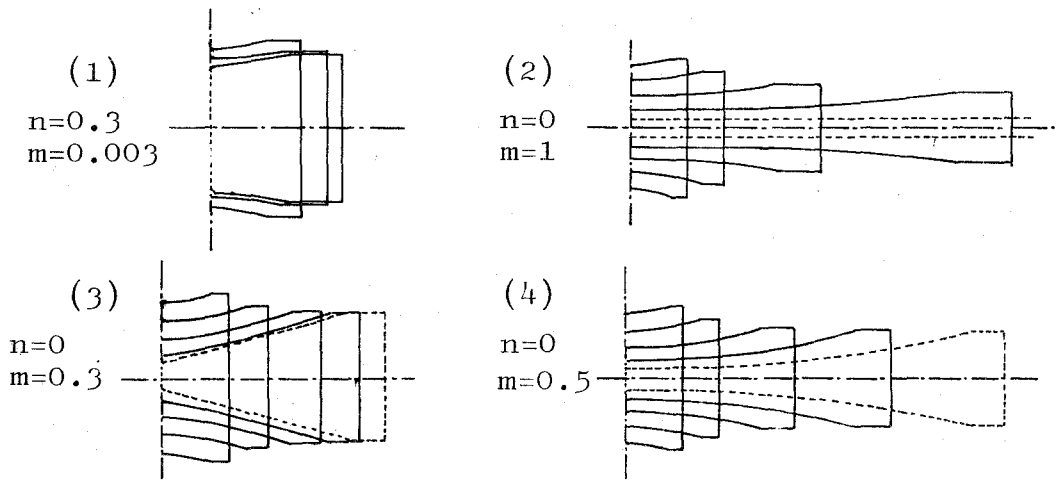


Fig. 2. Relation between specimen-shape and work hardening index, n and strain rate sensitivity index, m during tensile test.

の(1)は、前述の冷間変形に相当する一般的な延性金属の場合である。試験片は、約30%の均一伸びを示し、その後直ちにくびれを生じ破断する。(2)は $n=0$, $m=1$ の場合の同様の関係を示したが、これは粘性流動体に相当する。また(3)および(4)は $n=0$ とし、 m が0.3および0.5の値の場合である。 $n=0$ は加工硬化を生じないことを意味し、超塑性変形がこれに相当する。両者とも、くびれを生じ逐には破断するが、くびれは局部的でなく全体にわたって細長くなる。得られる全伸びは、 $m=0.3$ より0.5の試料で大きい。これらの実験事実の詳細は、Backofen¹³⁾らによっても研究されており、超塑性を示す金属に対して(4)式をつぎのように考えて解析している。

$$\sigma = K' \dot{\epsilon}^m \quad (5)$$

(5) 式の流動応力 σ を荷重 P と断面積 A で表わし

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = -\frac{1}{A} \frac{dA}{dt}$$

とすると

$$-\frac{dA}{dt} = \left(\frac{P}{K'}\right)^{1/m} \left(\frac{1}{A^{(1-m)/m}}\right) \quad (6)$$

(6) 式は、 $m < 1$ である限り断面積が小さい程急激にその面積は減少することを意味し、 $m=1$ のとき、ニュートン粘性の挙動を示し断面積減少速度は、その断面に依存しなくなる。それぞれの m 値について、断面積とくびれ速度の関

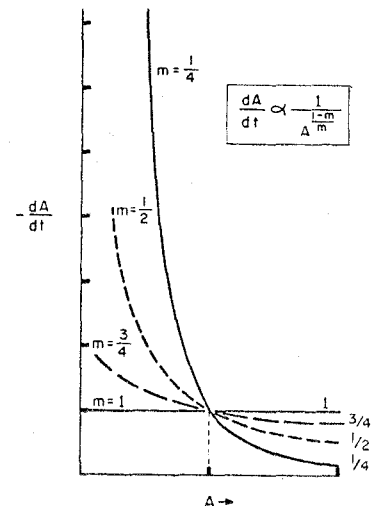


Fig. 3. Dependence of the cross sectional shrinkage rate on cross section size for different amounts of strain rate sensitivity.

係を Fig. 3 に示した。このように塑性流動式から求めた状態式においても、ひずみ速度感受性指数の大小によって全伸びが大きく支配されることがわかる。これらの関係は、Hart²⁴⁾によって解析的に証明されている。

本報告では、ひずみ速度感受性を超塑性の尺度とみなし、議論を進めていくことにする。

III. 実験方法

1. 試料

まず、純 Al (99.99%) および純 Zn (99.99%) を共析成分割合に配合した溶融合金を作り約 0.3% のヘキサクロルエタンを用いて脱ガスを行なった。Mg 添加合金は Al-Mg 母合金により、0.02% の Mg を添加したものである。これら溶融合金を、それぞれ金型に鋳込み、12^号~25^号×120 mm のインゴットを得た。溶解はすべて大気中にて、高純度黒鉛ルツボを用いて行なった。各インゴットは 350°C で 72 時間の均一化焼鈍を施した後 350°C の熱間圧延により厚さ 1.5 mm の板材とした。この板材から Fig. 4 に示す形状寸法の引張試験片を作成した。得られた各試料の化学成分を Table 1 に示す。引張試験片は再び 375°C に 1 時間保持した後、-17~-18°C の 23% 食塩水中に焼入し、室温において共析分解を完了させた。この操作により、両試験片とも発熱を示し、Al と Zn のそれぞれの一次固溶体 α 相 (Al に富む相) と β 相 (Zn に富む相) に分解し、微細な α - β 混合組織となる。なお Mg 添加試料では、発熱反応が遅延して起こる。これは、Cu 添加の場合²⁵⁾と同様であった。

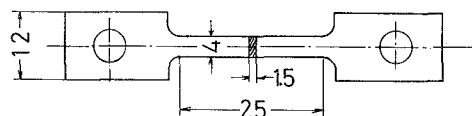


Fig. 4. The shape and dimension of specimen.

Table 1. Chemical composition of specimen (wt%)

	Al	Zn	Mg
Zn-Al eutectoid alloy	22.50	77.25	—
0.02% Mg alloy	22.00	77.25	0.02

結晶粒径の異なる組織をうるため、250°C で長時間の焼鈍を行なった。Hilliard の方法によって求めた結晶粒径は、Mg を添加しない試験片において、1 時間で 0.7 μ 、96 時間で 1.9 μ 、408 時間で 2.3 μ であった。0.02% Mg 添加の試験片では、それぞれ 0.65 μ 、1.6 μ 、1.8 μ であった。その他に、比較のため溶体化処理後炉冷した試料も用いた。

2. 引張試験

引張試験は、インストロン型の引張試験機 (島津 IS-5000) を用いて、もっとも超塑性が顕著に生ずると報告されている 250°C の温度で大気中にて行なった。試験片温度の測定は、試験片のつかみ部上下 2 カ所に CC 熱電対を接触させ測定した。試験用炉は上下 2 ブロックの加熱帯より成り、それぞれ独立に制御することによって 250 \pm 2°C に引張試験中温度制御が可能

であった。昇温に要した時間は約 30 分であり、さらに 30 分保持後負荷した。また試験は、クロスヘッド速度 0.05~50 mm/min (初期ひずみ速度 $2 \times 10^{-3} \sim 2 \text{ min}^{-1}$) の範囲で行なった。

ひずみ速度感受性指数 m の決定は、引張速度急変試験により行なった。Fig. 5 は、この方法を示したものである。すなわち時間 t^* でクロスヘッド速度を V から V' に変化 ($V < V'$) させる。クロスヘッド速度の増加によって、荷重は図のように急激な増大後、緩慢な増加の後定常状態変形が起る。クロスヘッド速度が V から V' に変化した後のひずみ量に等しくなるまで、 V での曲線を時間 B まで延長し荷重を求める。これらの測定から m は

$$m = \frac{\log\left(\frac{P_A}{P_B}\right)}{\log\left(\frac{V'}{V}\right)}$$

となる。計算された m の値は低速度 V での値とみなせ、その時のひずみ速度は、

$$\dot{\epsilon} = \frac{V}{\text{時間 } B \text{ における試験片の長さ}}$$

で表わせる。これらは、ひずみ履歴の影響を完全に無視しているが、Backofen らによれば再現性のある関係が得られることが実証されている。

3. 組織観察

変形前後の組織観察を光学顕微鏡・電子顕微鏡および X 線回折で行なった。光学顕微鏡観察は、試料をエメリー紙で粗研摩後 10% NaOH 水溶液を用いてエッチングして行なった。電子顕微鏡観察は、上述の試料に 2 段レプリカ (Cr シャドウィング) により行なった。なお電子顕微鏡は日立製作所製 HU-125 である。X 線回折用試料は、引張試験片の一部から採取してエメリー紙で 0.5~0.8 mm の厚さに粗研摩後、HF: 5%, NH_4OH : 5%, H_2O : 90% の液で化学研摩して厚さ約 0.1 mm にしたものである。静止状態で X 線回折撮影を行なった。照射条件を、特性 X 線: Cu K_α , 電圧: 30~40 kV, 電流 13~15 mA, 照射時間 90~120 分, とし、試料から約 25 mm の距離に設置したフラットフィルム上に回折環をえた。

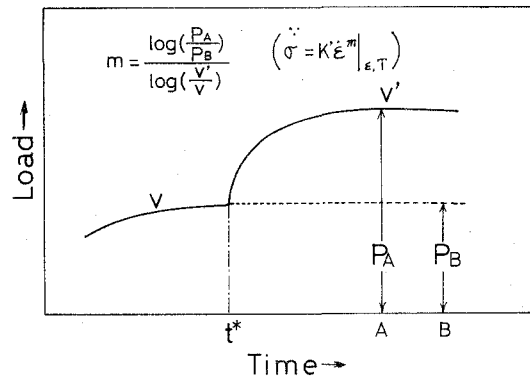


Fig. 5. A schematic load-time diagram representing a velocity change from v to v' at time t^* .

IV. 実験結果

1. 変形前の組織観察

350°C の単相 α_1 領域から約 -18°C の食塩水中に焼入し、室温で共析反応を行なわせた試料の組織を **Photo. 1 (a)** および **(b)** に示す。**(a)** は Zn-Al 共析合金の光学顕微鏡組織で **(b)** は 0.02% Mg 合金のレプリカ電子顕微鏡組織である。いずれも α 相 (Al に富む相) と β 相 (Zn に富む相) が微細に均一に分布している。しかし 0.02% Mg 合金においては、 α_1 結晶粒界 (α_1 は高温における面心立方晶の固溶体である) が認められる。これは、竹岡らの研究においても指摘されている。これに対し、Zn-Al 共析合金の炉冷材は **Photo. 1 (c)** に示すように層状組織を示している。

Photo. 2 は、**Photo. 1** で示したそれぞれの組織の X 線回折結果である。**(a)** **(b)** の Zn-Al 共析合金および 0.02% Mg 合金とも同様に、 α 相および β 相の回折環は連続線となっている。このことから両合金は、 α , β 相が何れもきわめて微細に無秩序に方向性なく分布していることがわかる。このことは、光学顕微鏡、レプリカ観察の結果と一致する。一方 **(c)** の炉冷材は環状の回折線を示すが、その強度にはむらがある。したがって炉冷材は α , β 相の結晶粒 (層間距

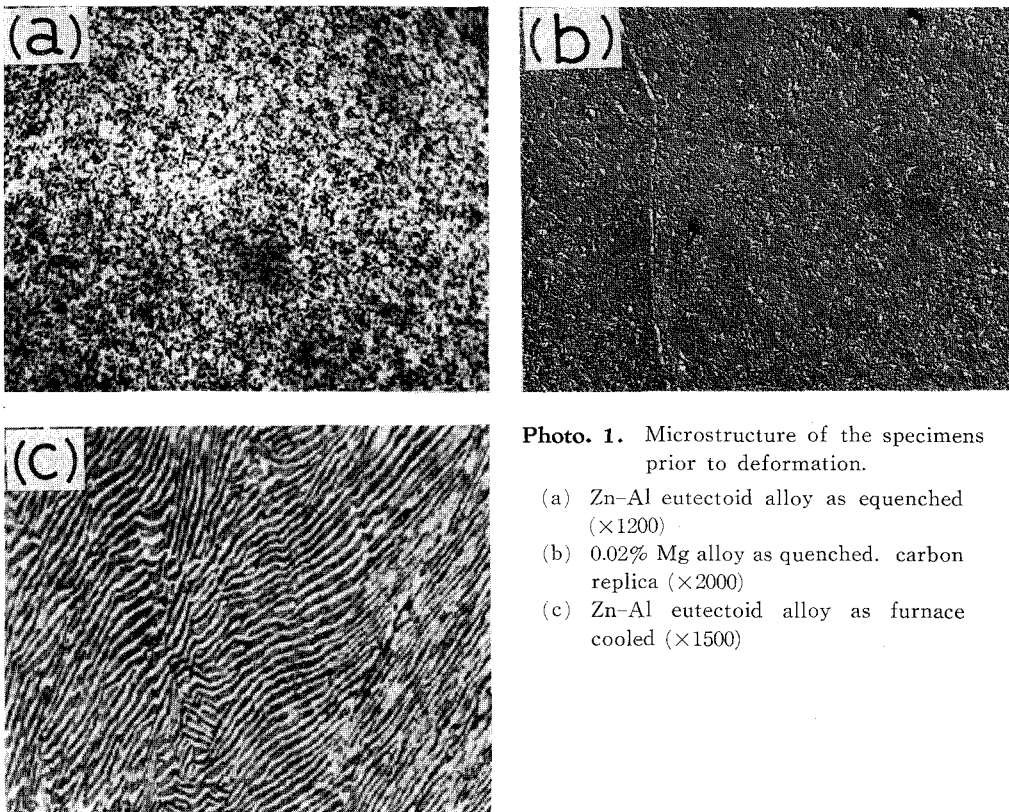


Photo. 1. Microstructure of the specimens prior to deformation.

- (a) Zn-Al eutectoid alloy as equenched ($\times 1200$)
- (b) 0.02% Mg alloy as quenched. carbon replica ($\times 2000$)
- (c) Zn-Al eutectoid alloy as furnace cooled ($\times 1500$)

離)は十分小さいが、幾分方向性をもつことがわかる。

Photo. 3 は、焼入後の微細組織を 250°C で長時間焼鈍した場合の組織変化を示したものである。Zn-Al 共析合金 (a) (b) から、焼入状態で認められなかった α_1 粒界が焼鈍時間の増大により明瞭となることがわかる。一方 0.02% Mg 合金 (c) (d) においても同様な傾向を示すが、その出現はより顕著である。このように、長時間の焼鈍によってより明瞭になるのは、 β 相 (明るい相) の成長が α_1 粒界に阻止される結果であり、非常に強固な粒界であることがわかる。超塑性挙動に与える影響も大きいと考えられるが、これについては後述する。(e) は、(d) の高倍率組織を示したものであるが、 α_1 粒内部は α , β 相の等軸組織である。 α 相が角ばっているが、これは他の試料においても共通している。さらに焼鈍時間の等しい (a) と (c) あるいは (b) と (d) を比較すると Mg 添加により結晶粒の成長が抑制されることがわかる。

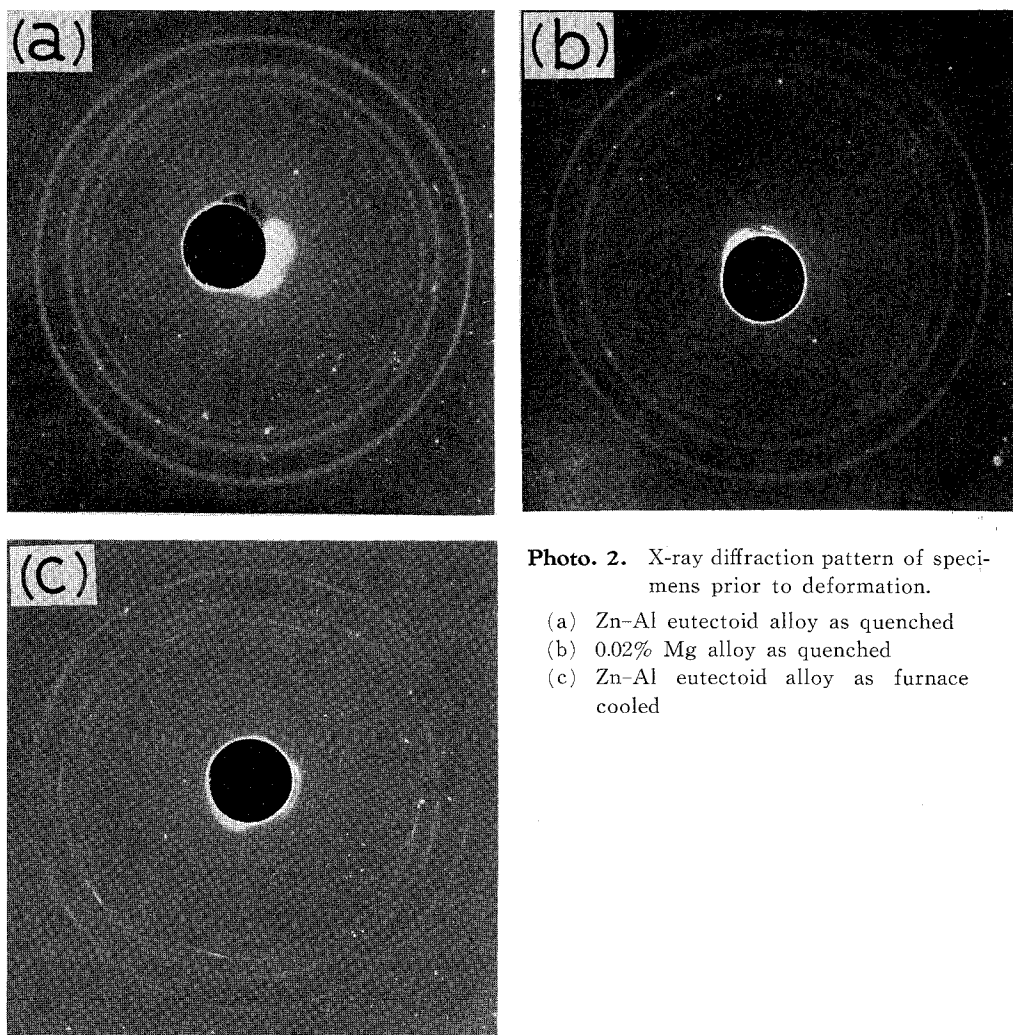


Photo. 2. X-ray diffraction pattern of specimens prior to deformation.

- (a) Zn-Al eutectoid alloy as quenched
- (b) 0.02% Mg alloy as quenched
- (c) Zn-Al eutectoid alloy as furnace cooled

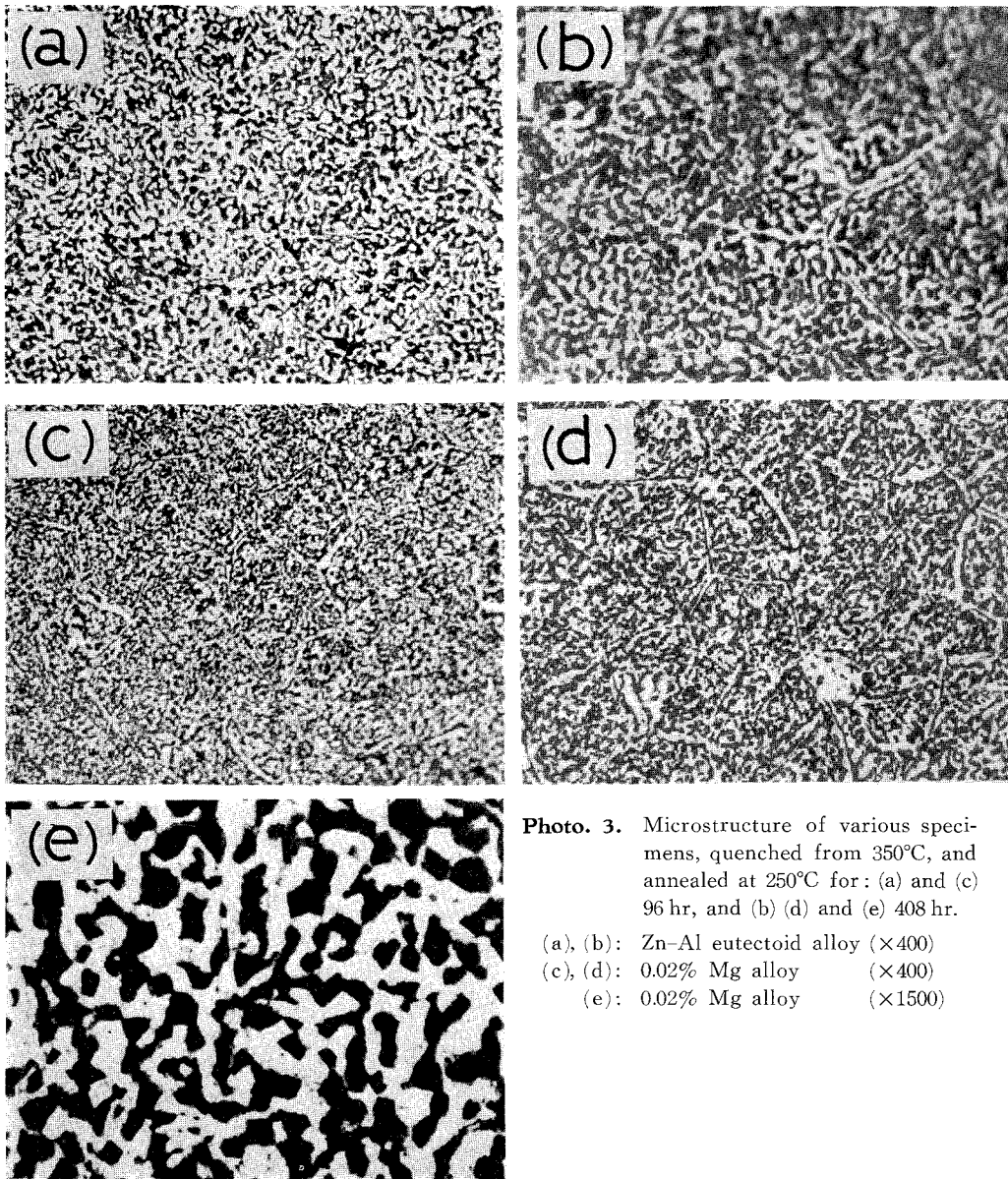


Photo. 3. Microstructure of various specimens, quenched from 350°C, and annealed at 250°C for: (a) and (c) 96 hr, and (b) (d) and (e) 408 hr.

(a), (b): Zn-Al eutectoid alloy (×400)
 (c), (d): 0.02% Mg alloy (×400)
 (e): 0.02% Mg alloy (×1500)

2. 顕微鏡組織におよぼすひずみの影響

Photo. 4 (a) (b) は Zn-Al 共析合金および 0.02% Mg 合金を、ひずみ速度 10^{-1} min^{-1} 、試験温度 250°C で引張変形させた後の顕微鏡組織である。いずれも未変形のチャック部に比較し変形部 (断面減少率で 85%) は、著しい結晶粒の成長を起すことが明らかである。すなわち、ひずみによって結晶粒の成長が著しく促進される。しかし粒形は変形前と同様等軸である。さらに相境界が丸味をおびているのが観察される。これは他の報告¹⁶⁾と一致している。このこと

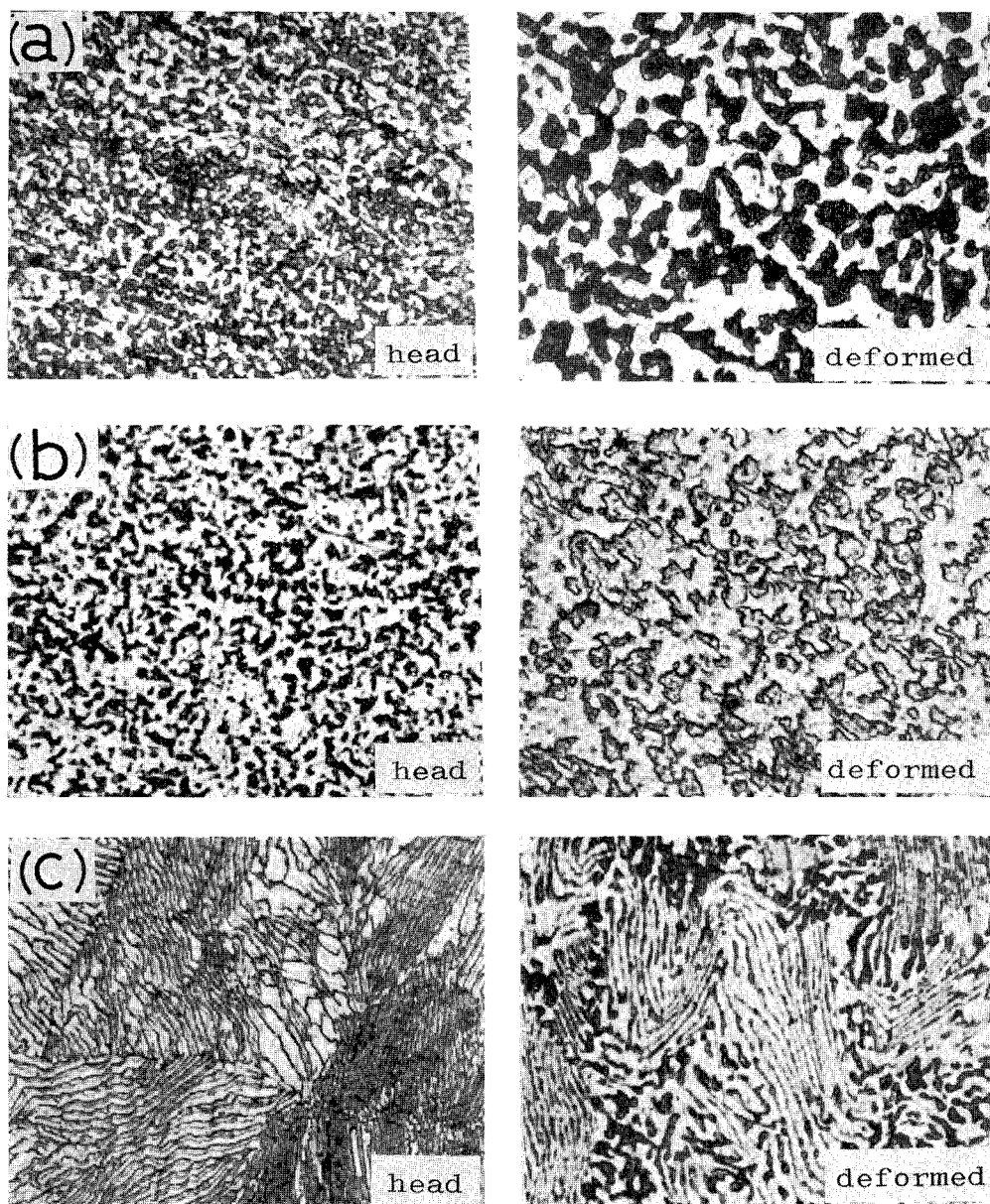


Photo. 4. Change in microstructure during tensile testing at 250°C.
($\times 1500$).

- (a) Zn-Al eutectoid alloy (head and deformed portions)
- (b) 0.02% Mg alloy
- (c) furnace cooled Zn-Al eutectoid alloy
 $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ min}^{-1}$.

から変形中に粒界の移動が生ずることがわかる。(c)は Zn-Al 共析合金の炉冷材を同様の条件で引張試験した場合の顕微鏡組織変化を示したものである。チャック部は層状組織がそのまま保れているが、85% 断面収縮部は特異な組織となる。すなわち、層状組織の粒化が生じ α , β 相の等軸組織を呈するようになる。

ひずみによる結晶粒の粗大化は、X 線回折によっても確認された。**Photo. 5** は、**Photo. 4 (a)** 試料の 83% 断面収縮した部分の X 線回折像である。回折環は点の集まりで構成されるようになり、幾分広がりをもつようになる。このことから結晶粒の成長があることがわかる。さらに回折環の強度が均一なことから、変形後の組織も方向性をもたないことがわかる。

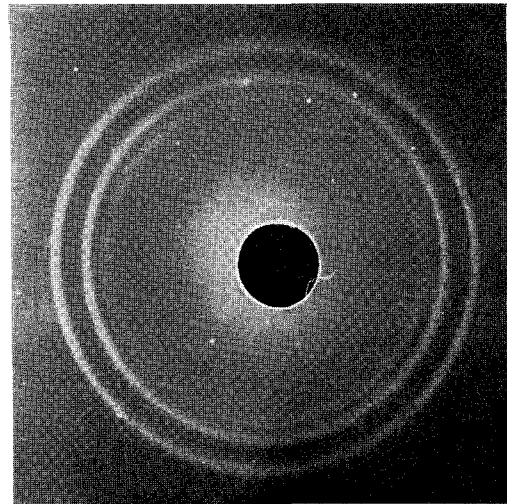


Photo. 5. X-ray diffraction pattern Zn-Al eutectoid alloy deformed to 83% reduction of area at 250°C. $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ min}^{-1}$. Initial grain size is 0.7μ .

3. 引張試験結果の検討

Fig. 6 は、引張応力-伸び曲線におよぼす組織と Mg 添加の影響を示したものである。伸びの測定は、平行部 (25 mm) が均一に伸びると仮定して計算した。いずれの試験片においても、伸びが 10% に達する以前に最大荷重に達している。層状組織の炉冷材は、いずれも高い引張強度を示すが伸びは小さい。これに反して焼入試料では、Zn-Al 共析合金および 0.02% Mg 合金とも 600~700% もの長大な伸びを示す。焼鈍によって結晶粒径を増大させるにともない引張強度が増加する反面伸びは減少する傾向を示す。また結晶粒径を $1.8 \sim 1.9 \mu$ とした両試料の比較から、Mg 添加が伸びを著しく減少させることがわかる。これらの伸長率の著しい差異は後述するひずみ速度感受性を考慮に入れて再度考察する。**Fig. 6** の塑性曲線を見ると、最初ひずみ硬化領域がある。これは、すでに竹岡²²⁾らによって指摘され、このひずみエネルギーが連続的再結晶の駆動力になることを示唆している。

Fig. 7 および **Fig. 8** はそれぞれ Zn-Al 共析合金と 0.02% Mg 合金について焼鈍によって結晶粒径を変化させた場合のひずみ速度感受性とひずみ速度の関係を示したものである。なお比較のために、それぞれの炉冷材の挙動も併せて示した。微細な等軸組織をもつ試料は、いずれもひずみ速度感受性がひずみ速度に強く依存しており、あるひずみ速度範囲で最高値を示す。Mg の添加により、ひずみ速度感受性の高いレベルを示すひずみ速度範囲は縮少する傾向がみられる。またひずみ速度感受性の最高値は、両試料とも結晶粒径の増大とともに低ひずみ

速度側に移行する。このような傾向は多くの超塑性合金においてよくみられ¹⁶⁾、金属が超塑性を示すには結晶粒径ならびにひずみ速度に最適な条件があることがわかる。さらに合金の組成が異なれば、当然ひずみ速度感受性とひずみ速度の関係も変化するので前述した Fig. 6 の焼鈍材 (結晶粒径; 0.02% Mg 合金 1.8μ , Zn-Al 共析合金 1.9μ) の場合におけるような著しい差異が生じてくる。一方、炉冷材のひずみ速度感受性は、ひずみ速度の増大により 0.3~0.2 の緩慢な減少を示す。

各合金の組織を変化させ異なるひずみ速度感受性を示す条件で破断するまで引張試験を行ない、ひずみ速度感受性指数と全伸びの関係を示したのが Fig. 9 である。これをみると、どの材料も一つの曲線で表わすことができる。ひずみ速度感受性が約 0.2 までは伸びは緩慢な変化を示すが、0.2 以上になると非常に敏

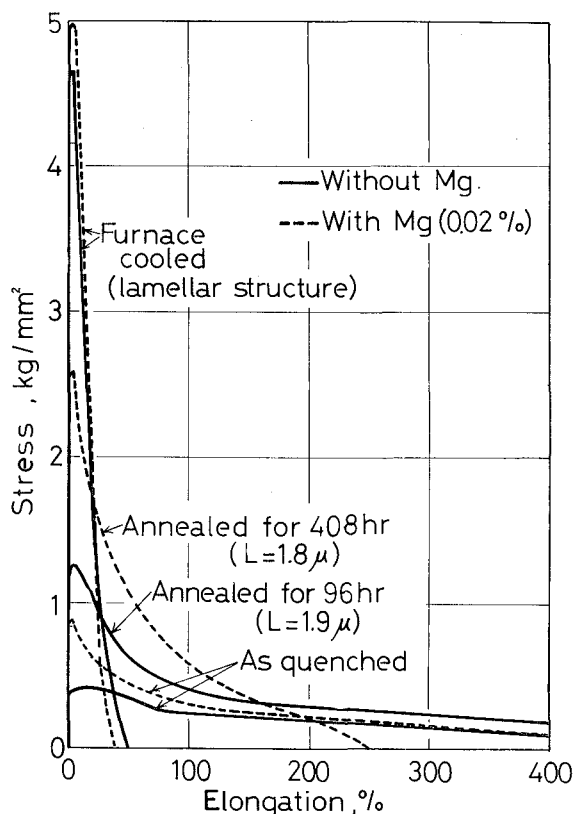


Fig. 6. Influence of the grain size and the Mg content on the stress-strain curve of Zn-Al eutectoid alloy. $\dot{\epsilon}=10^{-1} \text{ min}^{-1}$ At 250°C .

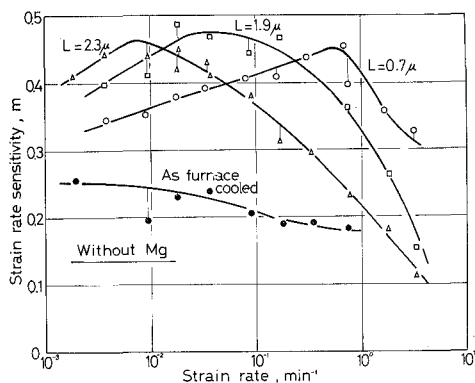


Fig. 7. The influence of grain size on the strain rate sensitivity-strain rate behavior of Zn-Al eutectoid alloys.

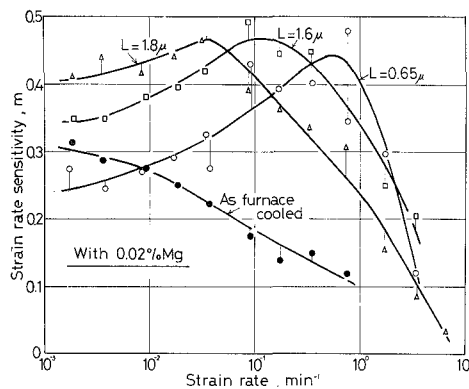


Fig. 8. The influence of grain size on the strain rate sensitivity-strain rate behavior of the 0.02% Mg alloy.

感となり、ひずみ速度感受性の僅かな増大で著しく伸びが大きくなる。このように Backofen¹³⁾ らによって指摘されたひずみ速度感受性の超塑性挙動の指標的意味が明白となる。前述のようにひずみ速度感受性が大きくなると、断面積減少速度は断面積にほとんど依存しなくなるため、くびれを生じた部分以外でも同じ変形速度で変形が進むため異常に大きな伸びを起こしうるわけである。

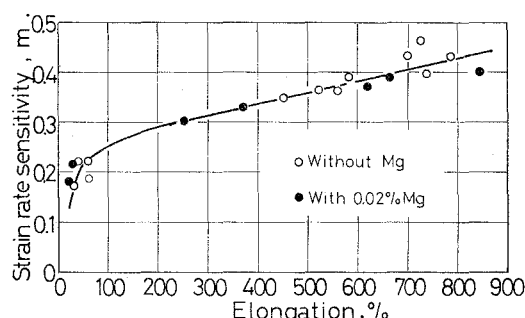


Fig. 9. Dependence of the total elongation on the strain rate sensitivity index, m .

V. 結果の考察

本研究の実験結果から、Zn-Al 共析合金に 0.02% の Mg を添加した焼入状態の微細結晶粒組織の試料においては、250°C の最適超塑性条件のもとでその影響は僅かであって超塑性を示すことが明らかにされた。しかし Mg の添加は、粒界移動を抑制し高い応力を必要とすることが示唆された。一方、竹岡²²⁾ らによると室温における 0.02% Mg 合金の引張強度は 0% Mg 合金に比較し 8 倍であることが報告されている。したがって、多くの工業的応用合金として、Mg 添加の Zn-Al 共析合金は実用性が高いと考えられる。

現在まで提案されている超塑性の変形機構は、体積拡散または粒界拡散による拡散クリープ、結晶粒界すべり、および結晶学的すべりと粒界移動あるいは再結晶による連続的回復の三グループに分類されるが⁸⁾、いまだ確定されていない。それぞれの変形機構を詳細に考察し本実験結果と比較検討してみよう。

(a) 拡散クリープ機構との関連： 拡散

クリープ変形は格子内あるいは粒界を通して、応力に誘起された空孔の移動によるものである。原子の移動は、空孔の移動と逆方向に進み (Fig. 10) 変形を生ずる。変形速度を支配する重要な関係は、空孔の拡散径路に関連している。すなわち、

格子拡散クリープ²⁶⁾

$$\dot{\epsilon} = \frac{B_1}{L^2} \cdot \frac{\Omega \sigma}{kT} \cdot D_i$$

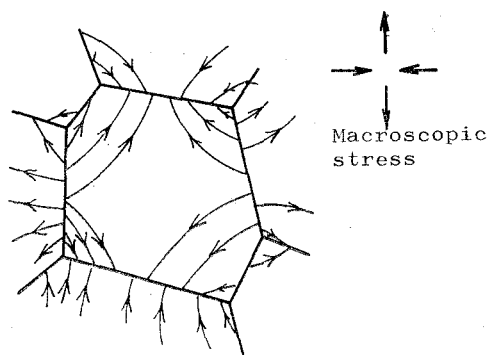


Fig. 10. The self-diffusion currents model when the grain is subjected to a shearing stress.

粒界拡散クリープ²⁷⁾²⁸⁾

$$\dot{\varepsilon} = \frac{B_2}{L^3} \cdot \frac{\Omega_0}{kT} \cdot w \cdot D_{g,b}$$

(L は粒径, Ω は原子容, w は粒界幅, B_1, B_2 は定数, D_i と $D_{g,b}$ はそれぞれの拡散係数)

それぞれ応力と結晶粒径のひずみ速度依存の関係が、超塑性変形挙動と類似している。しかし、これらの場合ひずみ速度感受性指数は1に等しく超塑性の実験事実と矛盾する。さらに空孔の拡散に基づく逆方向の物質移動によって原子が相対的に引張応力方向に移動しなければならないが、実験結果から超塑性変形後粒成長は認められたが、等軸のままであり (Photo. 4), このことも事実と一致しない。したがって、この拡散クリープの機構は Zn-Al 共析合金系の超塑性挙動の主要原因とはなり難いであろう。

(b) 粒界すべりとの関連: Fig. 11 は Zn-Al 共析合金および 0.02% Mg 合金の各一定ひずみ速度での結晶粒径と流動応力の関係を両対数で示したものである。図に示したひずみ速度は、いずれも超塑性を示す範囲にある。流動応力と結晶粒径の関係は、両合金ともほぼ直線で示され、その傾きは1に近い。Nabarro²⁹⁾によれば、結晶粒界が流体層とみなせるとき流動過程は一般につぎの式で示される。

$$\frac{\sigma}{\dot{\varepsilon}} \approx \frac{LkT}{Db^2}$$

ここに D は拡散係数, b は原子間距離である。

一定温度、一定ひずみ速度では、

$$\sigma \propto L^2$$

したがって Fig. 11 の結果からその傾きが1であることは、結晶粒界すべりが起きていることを示していると考えられる。このように考えると、変形後の組織が等軸のまま保持され、かつ流動応力が微細結晶粒ほど小さいことなど実験事実をよく説明できる。Holt¹⁶⁾によると、超塑

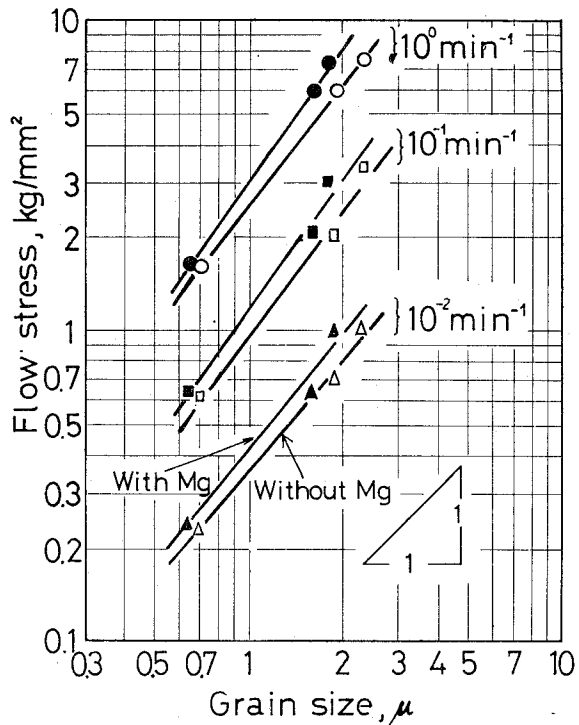


Fig. 11. The grain size dependence of the flow stress at various constant strain rates.

性を示す Zn-Al 共析合金は全伸びの 60% 以上が粒界すべりによるものであることを示しており上述のことが支持される。

しかしながら粒界すべりは粒それ自身変形することなしに連続的に起りえない。Gifkins³⁰⁾ は 400% 以上の伸びが観察されるとき、粒界すべりの他に調整機構の必要性を述べている。

(c) 動的回復過程との関連： 前述のように粒界すべりが変形の主機構とすると、粒界の三重点で応力集中が起るために、空洞が形成され大きな伸びは得られないと考えられる。このような空洞形成を緩和するために、Holt³¹⁾ によると拡散流動、結晶学的すべり、粒界移動ならびに再結晶などが可能であるとしている。そして、その中で一般に結晶粒界移動がより重要な機構であると考えられている。しかし結晶粒界が化学的組成の同一な相の境界である場合、変形によって強くゆがんだ粒界は、粒界移動によって応力緩和できる。一方異相境界のすべりで生じた硬化領域は、溶質原子の再配列を必要とし単純な粒界移動によって、そのひずみを緩和できない。また Parker ら³²⁾ により、結晶学的すべりと粒界すべりが同時に起こり、粒界近傍で局部的なゆがみが生じ、それが粒界移動の駆動力となり粒界移動を起こさせるとする考えが示されている。この場合核は形成せず粒界が移動し新しいひずみのない結晶粒を作り、そこは初めの延性を示す組織となる。超塑性合金は 1μ 程度の結晶粒径であるから微小距離だけ粒界が移動することで、このような過程が可能となる。本実験結果 (Pohto. 4) から、粒界は丸味を帯びかつ移動していることがわかった。ところで粒界移動を起こすためには、ひずみエネルギーを必要とする。Fig. 6 に示したように塑性曲線の最初にひずみ硬化が認められた。したがって、それが粒界移動の駆動力となっていると考えられる。すなわち、ひずみ硬化エネルギーによって連続的再結晶が生ずるわけである。

一方 Mg を 0.02% 添加した場合、より大きい応力で変形しなければならなかったが、これは、より大きなひずみエネルギーを必要とすることを意味し実験結果をうまく説明できる。

これらの考察から、Zn-Al 共析合金の超塑性は主として結晶粒界移動をともなった結晶粒界すべりによると考えられ、その際ひずみエネルギーを駆動力とした連続的再結晶が生じているとみなせる。さらに結晶粒径の増大にともない超塑性はより低ひずみ速度側で生ずるようになるが、これは結晶粒界すべりを連続して起させるのに必要な粒界移動の距離が増大し、それだけ応力緩和の調整過程に長時間を必要とするためであろう。

なお、Mg 添加でより明瞭に出現する α_1 結晶粒界と超塑性の関連、あるいは Zn-Al 共析合金の実用化の問題などについて、今後さらに検討する必要がある。

VI. 総 括

Zn-Al 共析合金および 0.02% Mg 添加合金の焼入組織および焼鈍組織の超塑性挙動を検討し、つぎの結果をえた。

(1) Mg 添加により流動応力は顕著に増大するが、全伸びは減少せず超塑性を示す。また Mg 添加および焼鈍によって α_1 粒界が出現し、この粒界で β 相の成長が抑制される。

(2) ひずみ速度感受性指数 m は、超塑性挙動の指標となる。両試料において m はひずみ速度と結晶粒径に依存し、 m の最高値を示すひずみ速度範囲は結晶粒径の増大により低速側に移る。

(3) Zn-Al 共析合金の超塑性変形は主として結晶粒界移動をともなった結晶粒界すべりによるものであり、その際ひずみエネルギーによって連続的再結晶が生ずると考えられる。

終りに、本研究に対して終始ご協力いただいた本学金属工学科卒業生・杉本悟君に心から謝意を表します。

(昭和 48 年 5 月 17 日受理)

文 献

- 1) 大下・武井：日本金属学会誌，**35** (12)，1120 (1971)。
- 2) W. Johnson, T. Y. H. Al-Naib and J. L. Duncan: J. Inst. Metals, **100**, 45 (1972)。
- 3) 西村・宮川：日本機械学会誌，**75**, 128 (1972)。
- 4) D. Oelschlägel: 日本金属学会報，**6**, 11 (1967)。
- 5) D. Oelschlägel: 金属，**39**, 33 (1969)。
- 6) 井口：塑性と加工，**10**, 190 (1969)。
- 7) 氏家：金属材料，**11** (7), 77 (1970)。
- 8) R. H. Johnson: Metall. Rev., No. 146, 115 (1970)。
- 9) E. E. Underwood: Metals, **12**, 914 (1962)。
- 10) W. Rosenhain, J. L. Haughton and K. E. Bingham: J. Inst. Metals, **23**, 261 (1920)。
- 11) A. Sauveur: Trans. Amer. Inst. Min. Met., **206**, 928 (1924)。
- 12) C. E. Pearson: J. Inst. Metals, **54**, 111 (1934)。
- 13) W. A. Backofen, I. R. Turner and D. H. Avery: Trans. ASM., **57**, 980 (1964)。
- 14) R. D. Garwood: J. Inst. Metals, **81**, 407 (1952-53)。
- 15) T. H. Alden and H. W. Schadler: Trans. AIME., **242**, 825 (1968)。
- 16) D. L. Holt: Trans. AIME, **242**, 25 (1968)。
- 17) P. Chaudhari: Acta Metallurg., **15**, 1777 (1967)。
- 18) E. V. Lee and E. E. Underwood: Metall. Trans., **1**, 1399 (1970)。
- 19) W. Schulze and F. Sauerwald: Z. Metallkde., **53**, 660 (1962)。
- 20) H. Mitbauer and F. Sauerwald: Z. Metallkde., **43**, 244 (1952)。
- 21) D. エールシュレーゲル：超塑性，日本金属学会シンポジウム予稿，p. 5 (1972)。
- 22) 竹岡, D. Oelschlägel, 和泉：日本金属学会誌，**35** (8), 780 (1971)。
- 23) H. P. Stüwe: Z. Metallkde., **61**, 704 (1970)。
- 24) E. W. Hart: Acta Metallurg., **15**, 351 (1967)。
- 25) 田中・村田・井川：投稿中。
- 26) C. Herring: J. Appl. Physics, **21**, 437 (1950)。
- 27) R. L. Coble: J. Appl. Physics, **34**, 1679 (1963)。
- 28) R. B. Jones: Nature, **207**, 70 (1965)。
- 29) W. A. Backofen, F. J. Azzarto, G. S. Murty and S. W. Zehr: Ductility, ASM Metals, p. 279 (1968)。
- 30) R. C. Giffkins, J. Inst. Metals., **95**, 373 (1967)。
- 31) D. L. Holt and W. A. Backofen: Trans. ASM., **59**, 755 (1966)。
- 32) C. M. Packer, R. H. Johnson and O. D. Sherby: Trans. AIME., **242**, 2485 (1968)。

Ar 気流中におけるクロマイトの炭素還元

片山 博・田中章彦

Carbon Reduction of Chromite in Argon Flow

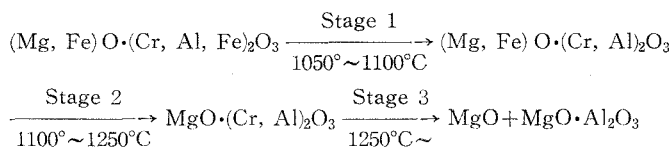
Hiroshi G. Katayama and Akihiko Tanaka

Abstract

In the present work, chrome ore from the Soviet Union and pure chromite separated from it were reduced with powdered graphite over a temperature range of 1050° to 1400°C under a flow of argon.

The results may be summarized as follows:

1) The composition of the chromite used in the present work is non-stoichiometric ($Y_2O_3/XO=1.1$), but becomes stoichiometric when it is reduced at temperatures below 1050°C. This is achieved by the reduction of Fe^{+++} to Fe^{++} . At higher temperatures, it may be considered that the chromite is reduced by the following process with increasing temperature:



2) The reduction products of the stage 1 are metallic iron and cementite, while the chromium-bearing product, $(Cr, Fe)_7C_3$, is produced only after beginning of reaction of the stage 2.

3) The chrome ore containing gangue minerals is reduced more easily than the purified chromite.

I. 緒 言

クロム鉱石は $XO \cdot Y_2O_3$ ($X: Mg^{2+}, Fe^{2+}, Y: Cr^{3+}, Al^{3+}, Fe^{3+}$) なる一般式で表わされるクロマイトとカンラン岩, ジャモン岩, ドロマイトその他の脈石鉱物から成る複雑な鉱石である¹⁾。この鉱石の固相域における炭素還元反応については従来かなり多くの研究ながされておる^{2)~4)}、温度による還元生成物の変化や酸化鉄の優先還元および還元促進作用等がある程度明らかにされている。しかしながら今なお不明の点も多く残されており、たとえばクロマイトの還元におよぼすスピネル組成および脈石鉱物の影響などはほとんど未解明の状態である。これは従来の研究が脈石を分離しない鉱石あるいは分離不完全な試料を用いているために脈石の影響が重複して現われ、これが結果の解析を困難にしたことによると思われる。そのため本研究においてはまず第一にほぼ純粋なクロマイト試料について炭素還元実験を行なってその還元過

程を明らかにし、ついで脈石分を含む鉍石試料を炭素還元し、これら両者の結果の比較から脈石成分の影響を検討しようと試みた。

II. 試料および方法

1. 試 料

日本電工栗山工場提供のソ連産クロム鉍石ならびにこれよりその脈石分を除去した A, B2 試料を用意した。A 試料はこれを -150 mesh に粉碎したものあり、N₂ 気流中、約 900°C に 1 時間加熱し水分等の揮発分を除去したものを A' 試料とし多くの実験に供した。B 試料は -100 mesh に粉碎し、水中の沈降速度の差を利用して大部分の脈石ならびに微粉を除き、ついで HCl(1+1) と HF との 10:1 の混酸にて 70°C に 1 時間加温することにより残りの脈石分を除き -150 mesh に粉碎し使用した。それぞれの化学分析値は表-1 に示す。B 試料はこの精製により SiO₂ の大部分は除かれ、また CaO, MgO も減少し、ほぼクロマイトの組成に到達した。

表-1 試料の化学分析値 (%)

	Cr ₂ O ₃	FeO	Fe ₂ O ₃	SiO ₂	Al ₂ O ₃	MnO	CaO	MgO	Ig. Loss*
A	47.40	8.21	3.56	7.32	7.44	0.12	1.44	18.15	3.95
B	61.91	8.64	4.47	0.10	8.81	0.13	0.43	14.26	0.26

* N₂ 気流中、900°C に 1 時間加熱したときの減量

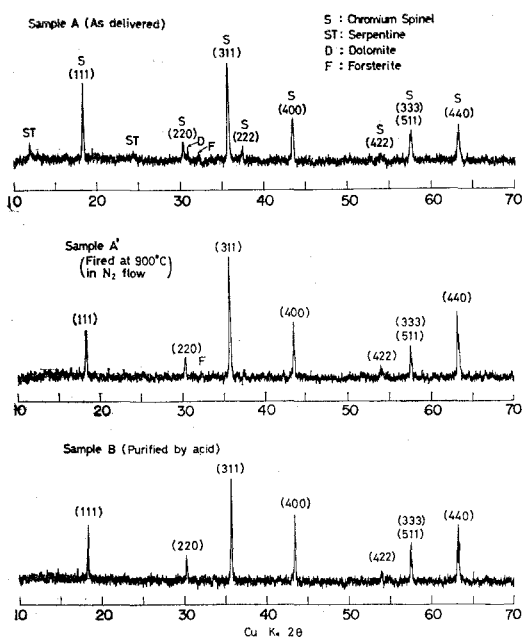


図-1 試料の X 線回折図

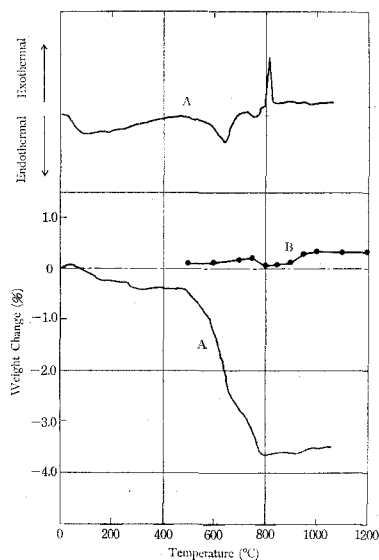


図-2 供試クロム鉍石の示差熱分析および加熱重量変化曲線

これらの試料について X 線回折, 示差熱分析, 熱天秤分析を行なった結果を図-1, 2 に示す。A 試料の脈石鉱物としては X 線回折によりジャモン石, ドロマイト, フォルステライトが同定され, また図-2 の熱分析曲線から緑泥石およびゲーサイトの含有も推定された。しかし主要脈石鉱物はジャモン石であり他はきわめて少量であった。なお加熱処理した A' 試料は脈石鉱物が大半熱分解し, X 線回折図にはジャモン石および緑泥石の熱分解生成物であるフォルステライト⁵⁾ の回折ピークがかすかに認められた。B 試料は X 線回折の結果, クロマイト以外の回折ピークは認められなかった。しかし各温度に 1 時間加熱して得た加熱重量変化曲線は 750°~900°C 間にて減量を示し, これよりドロマイトが少量残留するものと推測される。

2. 還元剤およびその配合量

還元剤としては電極用黒鉛棒を -150 mesh に粉碎して用いた。これは N₂ 気流中約 900°C に加熱して揮発分を除去した後還元実験に供したが, その灰分は 0.09% の高純度のものであった。

黒鉛の必要配合量は試料中の酸化鉄および酸化クロムが還元されてそれぞれ最高級炭化物の Fe₃C および Cr₃C₂ を生成し, また還元生成ガスは CO のみであると仮定して求めると, A' 試料の場合は 16.54%, B 試料では 19.58% となる。これより黒鉛の配合量は両試料とも 20% とした。これは試料 4.8 g に対し黒鉛 1.2 g に相当する。

3. 還元実験

還元装置の概略は図-3 に示す。還元率は後述のように還元加熱間の重量減にもとづいて決定したので, 反応管中への酸素の混入は還元剤および黒鉛ルッポを燃焼消費して誤差をもたらす。そのため反応管は気密に連結するとともに実験開始時の雰囲気置換には真空排気法を採用し, さらに還元中は活性銅塔⁶⁾ を通じて, 十分脱酸素した Ar ガスを流した。

実験の手順はおよそ次のようである。配合試料は内径 20 mm, 深さ 25 mm の黒鉛ルッポに入れ反応管の上部に吊下げる。ガラスキャップを気密に連結した後, 管内を 10⁻² mmHg 以下になるまで排気する。その後精製 Ar ガスを流量を調節しつつ導入する。次

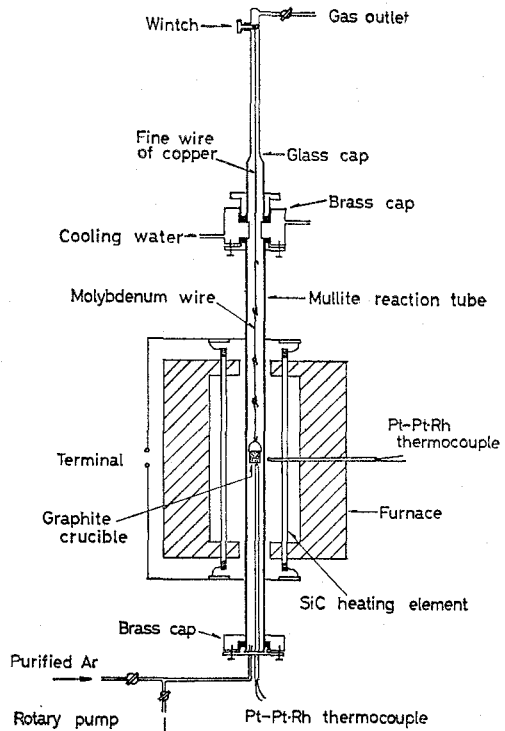


図-3 還元装置

に試料昇降用ウインチによりルツボを下降させ、還元反応がほとんど起らない 900~1000°C の位置に約 3 分間保持して予熱する。ついで Ar ガスの流通を停止し試料を所定位置に降下させる。試料の降下により炉内温度はいったん低下するが 2~3 分後に所定温度に復元する。ついで Ar ガスを 300 ml/min. の流量で流し、これを還元開始時刻とした。一定時間経過後、試料は速やかに引上げ、冷却水を通じてある真鍮製キャップ内で十分冷却した。

4. 還元率の決定

炭材を内蔵した試料の還元率は普通還元後の試料の化学分析値より算出される。しかしながら還元クロム鉱石については生成金属または炭化物の分別定量法が確立されていないので、止むなく還元間の重量減から還元率を求めることとした。この場合試料やルツボの減量は予備加熱により除去し、あるいはブランク試験により補正することが可能である。ただ還元生成ガスの組成が問題であり、そのため排出ガスについて CO₂ を定量した。その結果 CO₂ 生成量は還元温度および時間に関係なく数 mg 程度の一定した値を示し無視し得ることが判明した。以上よりブランク減量を補正した後の還元重量減は CO 量に相当するものとみなし、かつ被還元成分は酸化クロムおよび酸化鉄のみであると仮定して次式によって還元率を算出した。

$$\text{還元率 (\%)} = \frac{\text{各還元条件における重量減 (\%)}}{100\% \text{ 還元に対応する重量減 (\%)}} \times 100$$

5. 還元試料の試験

還元後の試料について次の各試験を行ない、得られた結果にもとづき還元反応の進行状況を検討した。まず鉄鋼中の非金属介在物の分析方法⁷⁾を準用し被還元クロムおよび鉄の分別定量を試みた。すなわち細粉試料 0.5 g に H₂SO₄ (1+7) 100 ml を加え 90~95°C に 3 時間加熱することにより溶解率は一定するので、その濾液について Cr および Fe を定量した。このほか Cu K α 線または Fe K α 線を用いて X 線回折を行ない還元生成物を同定した。また 2, 3 の還元試料は樹脂中に分散固定し、粒の断面が露出するまで研磨した後顕微鏡観察を行なった。

III. 実験結果

1. 還元率の変化

A', B 両試料について温度および時間を種々変化させて還元率を測定した結果は図-4, 5 に示す。いずれも 1100°C 以下の温度では還元率は非常に低く、これ以上の温度においてようやく顕著な上昇が認められる。脈石成分を含む A' 試料の還元率曲線は 1250°C 以下の場合には約 20% の還元率、1250°C 以上の温度では約 50% の還元率を境にして勾配が変化し還元速度は低下する。しかしその後も還元率は停滞することなく上昇を続ける。また温度の上昇に対して還元率はほぼ等間隔に上昇し、1350°C では 180 分後に 100% に到達する。

クロマイト試料 (B) の還元率は A' 試料に比べて一般に低く、A' 試料が 100% の還元率を

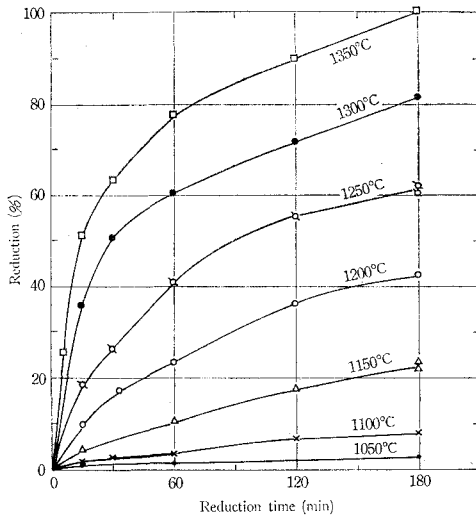


図-4 鉱石試料 (A') の還元率曲線

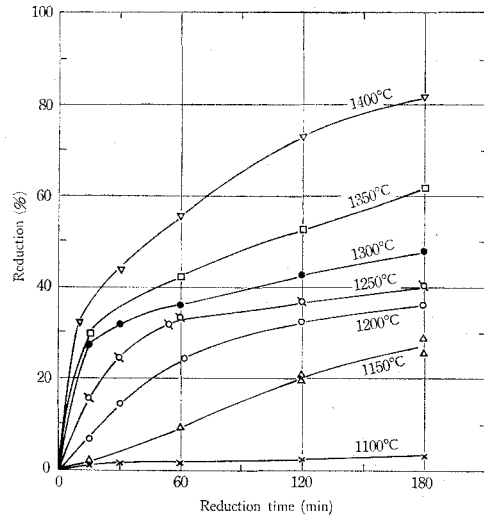


図-5 クロマイト試料 (B) の還元率曲線

示した 1350°C, 180 分の還元条件でもわずか 62% の還元率に達するにすぎない。また還元速度は 30% 前後の還元率を境にして大幅に変化し、その後の還元率の上昇はとくに 1300°C 以下の温度の場合非常に低くなっている。その結果、温度による還元率の上昇は 1100~1200°C 間よりもむしろ 1200~1300°C 間の方が低く、さらに高温において再び高くなるという興味ある傾向を示している。

2. 被還元クロムおよび鉄の酸溶性

希硫酸溶解法により被還元クロムおよび鉄の分別定量を試みた結果は図-6, 7 に示す。これより両試料とも鉄はクロムより溶出率が高く、とくに 1200°C 以下の低温においては鉄

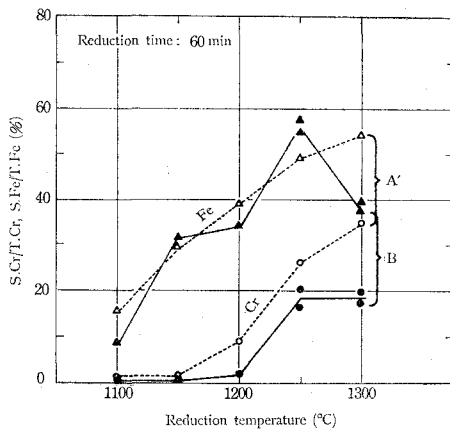


図-6 還元温度による Cr および Fe の溶出率の変化

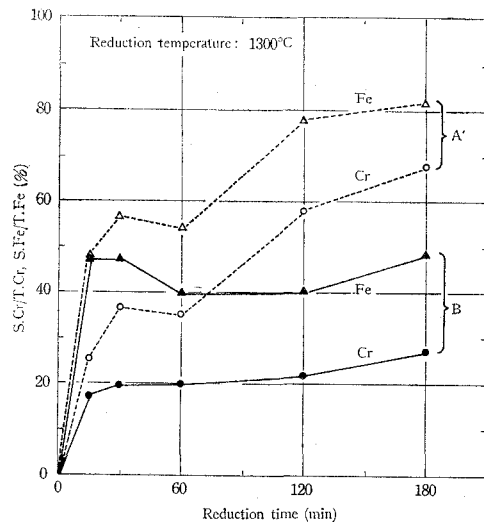


図-7 還元時間による Cr および Fe の溶出率の変化

の優先的還元を示す結果が得られている。しかし両成分の溶出率は還元時間および温度の上昇に対して必ずしも連続的に上昇せず、逆に低下する場合もある。また鉄およびクロムの合計溶出率を求めて前掲の還元率データと比較すると、低温、短時間還元の場合は両者の値がほぼ一致するが、高温、長時間になると合計溶出率は還元率を大きく下まわるようになる。そこで2, 3の還元試料の酸溶解後の残渣についてX線回折分析を行なった結果、 $(\text{Cr, Fe})_7\text{C}_3$ が検出された。これより還元生成物中のクロム濃度がある程度高くなるとクロムおよび鉄はともに酸に難溶となり、結局本実験の分別定量法は還元率の決定に採用できないことが判明した。

3. 還元試料のX線回折結果

還元試料の代表的なX線回折図を図-8, 9に示す。これより1200°C以上における還元生成物は両試料ともすべて $(\text{Cr, Fe})_7\text{C}_3$ であり、その回折ピークは高温になるほど高くなっていく。1100°Cの還元生成物の回折ピークは $(\text{Cr, Fe})_7\text{C}_3$ の最強ピークより高角度側に移動しており、むしろ金属鉄に近似する。鉄を主成分とする相はCu K α 線を用いると同定が困難なので、1100°Cの還元試料はさらにFe K α 線を用いて分析した。その結果はとくに図示しなかったが

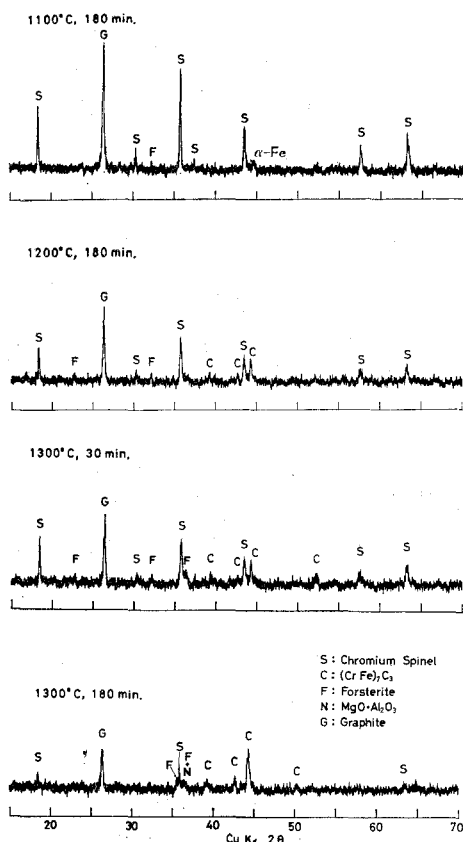


図-8 還元後の鉬石試料(A')のX線回折図

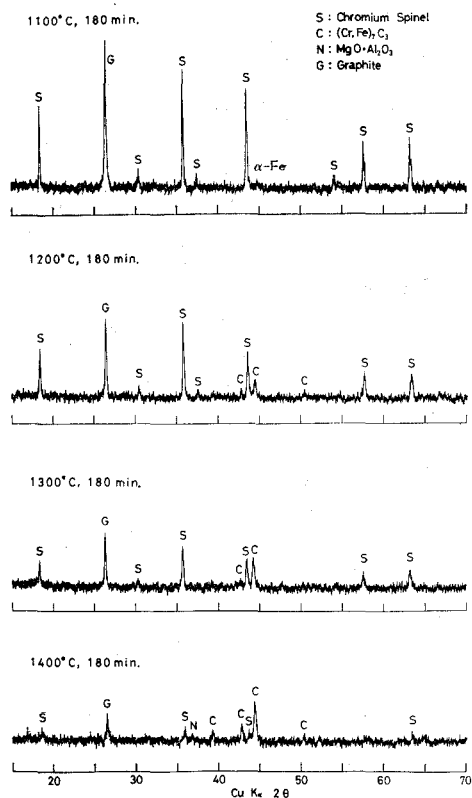


図-9 還元後のクロマイト試料(B)のX線回折図

金属鉄が明確に同定され、また微弱ながらセメントタイトの回折ピークも認められた。

クロマイト相の回折ピークは還元の進行にともない炭化物量に反比例して低下し、同時にピークの位置はいく分高角度側に移動する。最終スピネル相の $\text{MgO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$ は脈石成分を含む A' 試料の場合 1250°C 付近から現われるが、クロマイト試料の場合は 1400°C にいたって初めて生成する。もちろんこのスピネル相は純粋な $\text{MgO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$ ではなく少量の酸化クロムを含むため格子定数はいく分大きくなっている。また MgO は最強の回折ピークが炭化物とほぼ重複するため図示した回折図では明確に同定し得ないが、1350°C にて 180 分還元した A' 試料は MgO の第 2 順位の回折ピークを示し、その生成を確認することができた。

最後に脈石成分の変化をみると、A' 試料はほとんどすべての還元条件においてフォルステライトが同定され、エンスタタイトは 1150°C 以下の温度で短時間還元した試料にのみ検出された。原試料中のジャモン石は 1000°C 以上の温度に加熱されるとフォルステライトとエンスタタイトを生成するが⁸⁾、後者は還元反応の進行にともない消失することが知られた。

4. 還元試料の顕微鏡組織

1200°C および 1400°C において還元したクロマイト試料の顕微鏡組織を写真-1 に示す。(a), (b) は 1200°C, 180 分の還元試料の組織であり、クロマイ粒の表面に炭化物 (白色) が薄い層状あるいは脈状に生成している。なお (a) はクロマイト粒の断面組織であるが、(b) は表面の組織であると思われ凹凸の多い構造を示している。1400°C の還元試料は炭化物が多量生成し、

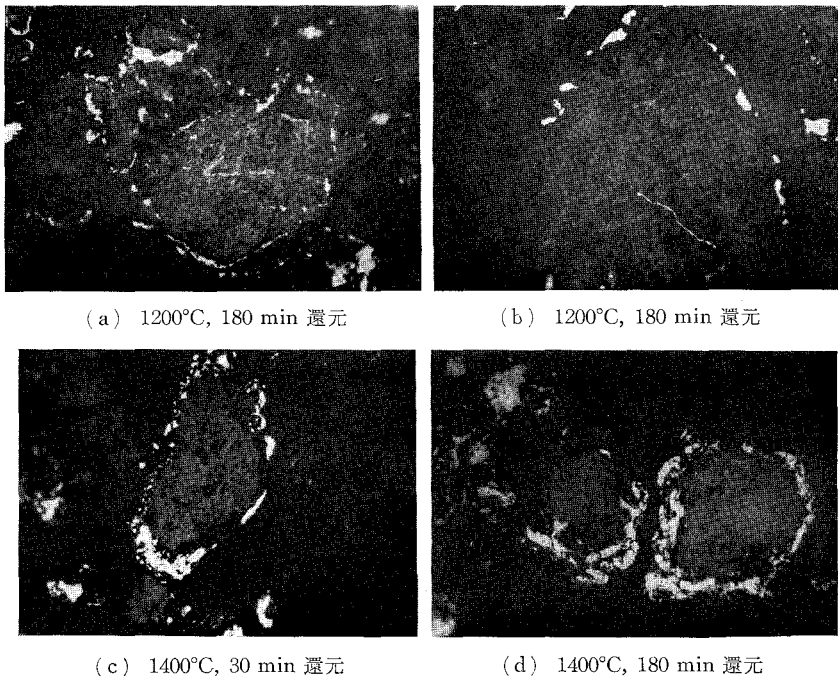


写真-1 還元試料 (B) の顕微鏡組織 (×400)

とくに 180 分還元を試料 (d) は比較的厚い炭化物層を形成している。しかしこの層は多孔質であり、したがって還元ガスの出入りは比較的容易であると思わたる。また 30 分の短時間還元を試料 (c) はスピネル層 (内層) が多孔質であるが、180 分の還元試料では比較的緻密であり焼結が進んだことを示している。

IV. 考 察

1. 熱力学的検討

クロマイトを構成する単一酸化物ならびにスピネルの炭素還元反応の標準自由エネルギー変化 (ΔG°) は図-10 に示す^{9), 10)}。これよりクロマイト中の被還元成分は本実験の温度範囲では酸化鉄および酸化クロムと考えてさしつかえない。ただ脈石を含む鉍石試料の場合は含有するけい酸が高温域において還元する可能性がある。

鉄はクロムより還元されやすく、とくに 1100°C 以下の温度ではほとんど鉄のみが還元され、このときの還元生成物は主として金属鉄であり、また少量のセメンタイトを混えた。クロムを多量に含む生成物すなわち $(\text{Cr}, \text{Fe})_7\text{C}_3$ が同定されたのは

1150°C 以上の温度の還元試料であり、このことも自由エネルギーの変化からほぼ説明できる。なお図-10 において酸化クロムの炭素還元反応の ΔG° 値は Cr_3C_2 が生成する反応について算出しているが、 Cr_7C_3 が生成するとしてもその値はわずかに大きくなるだけである。実際に $(\text{Cr}, \text{Fe})_7\text{C}_3$ が生成したのは Cr-Fe-C 系状態図¹¹⁾ から当然の結果であり、鉄が共存する場合はこの複炭化物を生成する方が還元反応の ΔG° 値が小さくなるためであろう。

2. クロマイトの還元段階

前掲の還元率データを 180 分の一定還元時間について、温度に対して再プロットすると図-11 になる。これより鉍石試料の還元率は温度に対してほぼ直線的に上昇しているが、クロマイト試料は図に示されるような段階変化を示す。これはクロマイトの構成酸化物が温度により順次還元されるためと考えられたので、化学組成にもとづいて考察を試みた。

まずクロマイト試料の成分酸化物を還元されやすい順に組合せてスピネル組成を求めると表-2 の上欄のようになる。スピネル鈞合説¹²⁾ によると普通のクロマイトは $\text{Y}_2\text{O}_3/\text{XO} \div 1$ であ

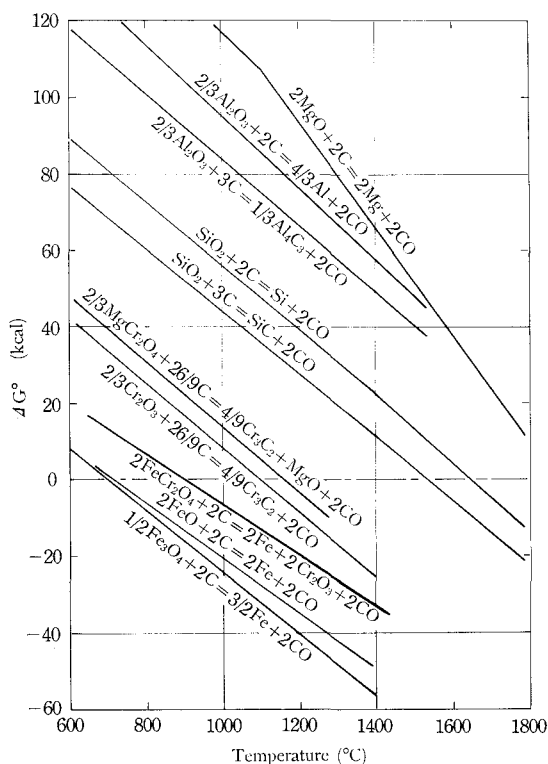


図-10 炭素還元反応の標準自由エネルギー変化

表-2 クロマイト試料のスピンネル組成 (wt. %)

	FeO·Fe ₂ O ₃	FeO·Cr ₂ O ₃	MgO·Cr ₂ O ₃	MgO·Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃	Y ₂ O ₃ /XO
I	6.61	21.06	61.76	5.61	4.96	1.1
II	2.86	32.01	52.56	12.56	0	1.0

I: 原クロマイト試料の組成, II: Fe³⁺→Fe²⁺ の変化後の組成

るが、本実験のクロマイト試料はこのモル比が約 1.1 であり、この原因は J. R. Rait¹²⁾ によれば過剰のアルミナが γ -Al₂O₃ の形でクロマイト中に固溶しているためといわれている。この種のクロマイトは真空中における加熱により、あるいは還元初期段階において容易に Fe³⁺→Fe²⁺ の変化が起り Y₂O₃/XO = 1 のクロマイトになるので²⁾、この変化後のスピンネル組成を求め表-2 の下欄に示した。次にこれらの値から I→II の変化に相当する還元率 (I) ならびに II の状態から Fe₃O₄ 成分、ついで FeO·Cr₂O₃ 成分が段階的に還元されるときの還元率 (II および III) を求め、積算して示すと図-11 の各破線となる。各破線はそれぞれ実際の還元率曲線が停滞を示す還元率と近似するので、本実験のクロマイト試料は温度によりある程度段階的に還元され、その組成はおよそ次のように変化していくと推定される。

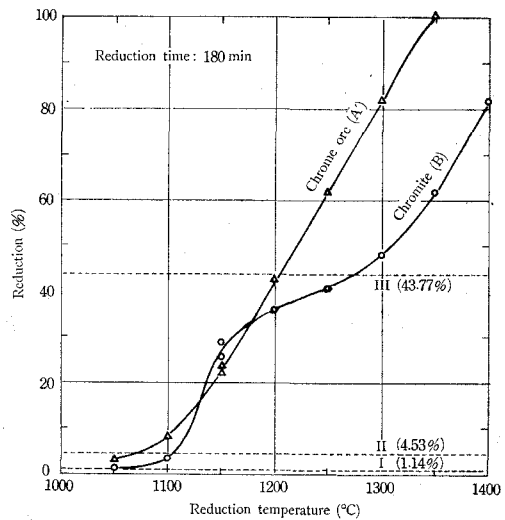
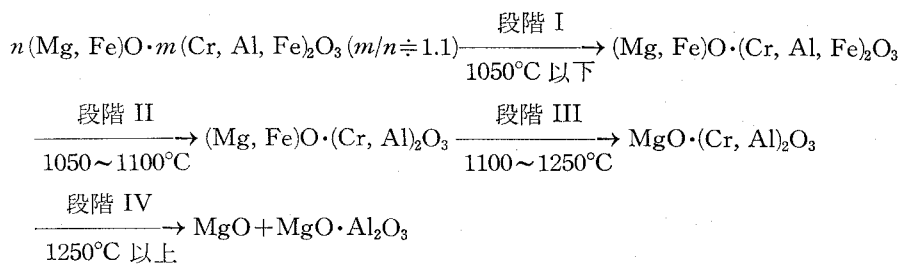


図-11 温度による還元率の変化



なお段階 II の還元生成物は金属鉄およびセメントaitであり、(Cr, Fe)₇C₃ は FeO·Cr₂O₃ 成分が還元しはじめると現われる。また FeO·Cr₂O₃ は Cr₂O₃ を遊離することなく両酸化物が同時に還元される。段階 III の還元反応が大半終了するとスピンネル相はほぼ MgO·Cr₂O₃—MgO·Al₂O₃ 系の固溶体となり、これからの Cr₂O₃ の還元速度は 1300°C 以下の温度では非常におそく、結局還元率曲線は 1150~1250°C 間において停滞を示す。1300°C 以上になると Cr₂O₃ の還

元速度は次第に大きくなり還元率は再び急上昇する。

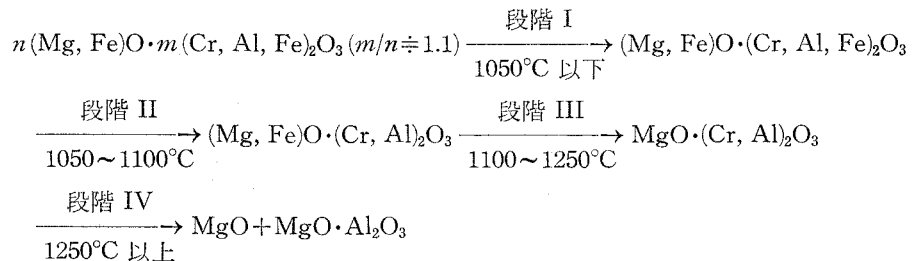
3. 脈石成分の影響

図-11 において A', B 両試料の還元率は 1150°C 付近においてほぼ一致するが、この温度より高低いずれ側においても脈石成分を含む A' 試料の方が高い還元率を示す。試料はともに -150 mesh に粉碎して用いたが、実際の粒度分布を測定すると A' 試料はクロマイト試料 (B) より微粒分が多い。しかし 1150°C 付近ではむしろクロマイト試料の方が高い還元率を示しているの、その原因を粒度の相違にのみ求めることはできない。A 試料は示差熱分析によりゲーサイトを含むことが知られたので、これを加熱処理した A' 試料は当然遊離の酸化鉄を含んでいる。したがってこれが低温域において容易に還元され高い還元率を示したものと考えられる。しかしながら高温域における両試料の還元率の大きな相違はこれだけでは説明できず、さらにけい酸の還元や脈石成分の反応促進作用等も推測されるので、今後の検討課題とする予定である。

V. 結 言

ソ連産のクロム鉱石とこれより脈石成分を除去したクロマイトの 2 試料について、Ar 気流中、1050~1400°C の温度範囲にわたって炭素還元実験を行なった。得られた結果を要約するとおおよ次のようである。

- 1) 本実験のクロマイト試料は非化学量論的組成を有し、 $Y_2O_3/XO \div 1.1$ である。
- 2) クロマイトの還元反応は温度によりある程度段階的に進行し、本実験の試料ではおおよ次のような経過をたどる。



なお段階 I は $\text{Fe}^{3+} \rightarrow \text{Fe}^{2+}$ の還元反応であり、これによりクロマイトは $Y_2O_3/XO = 1.0$ の組成になる。また段階 II の還元生成物は金属鉄および少量のセメントタイトであり、段階 III 以降は $(\text{Cr, Fe})_2C_3$ のみが生成する。

- 3) 脈石成分を含む鉱石試料はクロマイト試料よりほとんどすべての還元条件において高い還元率に達する。この原因としては鉱石試料が遊離の酸化鉄を含むことがあげられるが、これだけでは高温域における両試料の還元率の大きな相違を説明できず、他にけい酸の還元や脈石成分の反応促進作用等も推測されるので、今後さらに研究を行ない解明する予定である。

本研究の実施にあたり、試料の提供その他の御便宜をいただいた日本電工株式会社ならびに実験に協力された松井 聡君に謝意を表する。

(昭和47年6月1日、日本鉄鋼協会・日本金属学会阿北海道支部合同講演会にて発表)。

(昭和48年5月19日受理)

文 献

- 1) 吉本文平： 鋳物工学, 502-504 (技報堂, 昭和33年)。
- 2) A. N. Morozov, S. S. Lisnyak, and A. M. Belikov: *Stal in English*, **1963** (2), 119-122.
- 3) W. L. Hunter and D. L. Paulson: *U. S. Bur. Mines, Rept. Invest.*, No. 6755 (1966).
- 4) 高島利夫・飯島 繁： 鋳物学雑誌, **8** (4), 251-270 (1967).
- 5) 中平光興： 鋳物学雑誌, **5** (1), 25-35 (1960).
- 6) 藤本昌利： 物性, **1961** (9), 614.
- 7) 日本学術振興会編： 鉄鋼化学分析全書, **8**, 139-141 (日刊工業新聞社, 昭和38年)。
- 8) 荒井康夫・永井彰一郎： 化学と工業, **16** (1), 59-68.
- 9) O. Kubaschewski, E. Ll. Evans, and C. B. Alcock: *Metallurgical Thermochemistry*, 421-429 (Pergamon Press, Ltd., 1967).
- 10) J. D. Tretjakow and H. Schmalzried: *Berichte der Bunsengesellschaft*, **69** (5), 396-402 (1965).
- 11) たとえば日本鉄鋼協会編： 鉄鋼便覧, 1667 (丸善, 昭和37年)。
- 12) 佐々木茂式： 窯業協会誌, **66** (4), C 113-120 (1958).

直流電圧によるがいしの暴露試験結果

本間 皓治・野崎 久司・大窪 協

Outdoors Insulators Contamination Test under Direct Voltage Application

Koji Honma, Hisashi Nozaki and Kyo Okubo

Abstract

To solve the troubles due to insulators contamination on bus design under impressed high direct voltage, insulators contamination test was made outdoors.

The results of test is:

- 1) Contamination process is accelerated under impressed direct voltage, and much more accelerated in the neighbourhood of the electric field with another polarity of the impressed voltage.
- 2) Contamination distribution characteristics on each insulator is various in the same insulator string.
- 3) Contamination material is accumulated on disc type insulators surface with the exposed hours but not on rod type insulators surface due to rain washing effect.
- 4) Contamination substance is mainly sodium and calcium.

1. ま え が き

現在世界各国の電力系統は、ほとんどが交流方式によって施設され運転されている。しかし、近年になって、直流電流のもつ送電の有利性が再認識され、また半導体技術の進歩に伴うサイリスタ・バルブ (Thyristor valve) の開発などにより、周波数変換所、海峡横断送電、および長距離送電などに直流送電方式が検討せられ、一部において実用化されている^{1),2)}。我国においては、佐久間周波数変換所で実用化されており、緊急時の電力融通に利用されている。また、昭和52年を目標に、北海道一本州送電連系を直流ケーブルで行なう計画がなされている。このために、直流汚損による高圧母線の絶縁設計問題の解決が迫られている。この一端を探索するために、工場群による大気汚染、および海岸が近くにあるための塩害が絶縁物に大きな影響を与えると思われる室蘭工業大学において、昭和45年12月より昭和47年5月までの間、各種がいしを懸架して、直流電圧課電によるがいしの汚損状況を観測してきたので、ここに報告する。

2. 実験設備と実験方法

がいし暴露試験の諸設備と暴露試験方法、および汚損測定方法の概略について説明する。

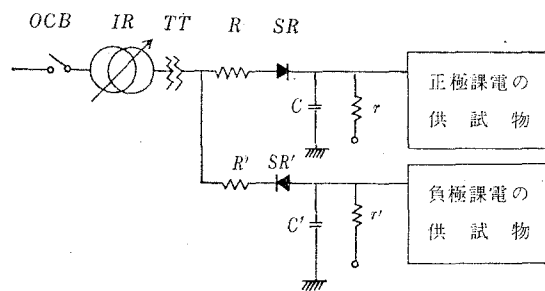
2-1. 暴露地点とその周囲状況

がいしの暴露地点は、室蘭工業大学の校舎屋上（地上高 11 m）に設定された。同大学は海拔 45 m のところにあり、校舎の東側と西側とは高さ 200 m の丘陵が南北方向に連なっている。また南東方向 2.5 km のところに太平洋岸を配し、南西方向 4 km の地点には、140 m の丘陵を介して工業地区、および室蘭港が控えている。室蘭地方の気候の特徴は、春から夏にかけて霧が多発し、冬季は雪が少なく、風の強い日が多い。

2-2. 試験電源設備

試験電圧は直流電圧 ± 100 kV、定格電流 1 A の設備であり、図-1 にこの回路構成を示す。

交流電源 6.6 kV を油入しゃ断器 (Oil filled Cutout Breaker), および誘導電圧調整器 (Induction Regulator) を介して試験用変圧器 (Testing Transformer) で昇圧する。これを 330 mm² ACSR (Aluminium Cable Steel Reinforced) に



OCB	: 油入しゃ断器	(7.2kV, 100MVA)
IR	: 誘導電圧調整器	(6.6kV / 0~3.3kV, 220kVA)
TT	: 試験用変圧器	(3.3kV / 300kV, 300kVA)
R (R')	: 電流抑制用保護抵抗器	(45kΩ)
SR (SR')	: 整流器	(240kV, 1A)
C (C')	: 平滑用コンデンサ	(0.083μF, 189kV)
r (r')	: 電圧測定用抵抗器	(100MΩ)

図-1 DC ± 100 kV, 1 A の直流高圧発生回路

よって、校舎屋上の過電流抑制用保護抵抗器に接続し、整流器スタック、および平滑用コンデンサで直流に変換された直流高圧が、供試がいし連に課電されている。

i) 整流装置

整流装置は逆電圧（せん頭値）600 V、定格平均順電流 1 A のアバランシェ型ダイオード 400 個を直列接続したものである。なお整流素子の小数キャリアの蓄積効果による転流時の過電圧、および開閉サージ電圧などの過渡電圧から整流素子の損焼を防ぐために、コンデンサ (0.05 μ F, 1000 WV) を各整流素子と並列に接続している³⁾。これら整流素子とコンデンサの対を、直径 30 cm、高さ 80 cm の塩化ビニル筒の中に 200 組ずつ収納し、油浸形の整流器スタックを形成している。直流電圧 100 kV を発生するために、上記スタック 2 台を直列に接続して使用した。なお整流素子群を収納している塩化ビニル筒、および、これを支える 250 mm ディスク形支持がいしの表面は、シリコン・コンパウンドを塗布して絶縁を補強してある。

ii) 平滑用コンデンサ

平滑用コンデンサは、静電容量 0.25 μ F、定格電圧 63 kV の OF 式コンデンサ 3 個を直列

に接続し、合計静電容量 $0.083 \mu\text{F}$ 、定格電圧 189 kV に組み合わせたものである。

iii) 過電流抑制用保護抵抗器

過電流を抑制するために、当初、試験用変圧器と整流器スタックの間に塩化ビニル筒製の水抵抗器（溶液は自動車用不凍液）を挿入していた。しかし、暴露試験を続行している間に、交流側の短絡インピーダンスが予想していたよりも高く、かつ、しゃ断器も充分迅速に動作することが判明したため、この過電流抑制用保護抵抗器の挿入は実験の途中から中止した。

2-3. がいし懸架台と供試がいし

がいし懸架台は 75 cm の等辺山形鋼で縦 5.5 m 、横 3.6 m 、高さ 3.7 m 、のやぐらを組み、これに、もれ電流測定用の 130 mm 懸垂がいしを介して、各種の供試がいし連を懸架した。

表-1 供試がいし一覧表

がいしの種類	1連の連結数	連数			
		正課電	負課電	無課電	合計
250 mm 懸垂がいし	10	5	5	0	10
280 mm 懸垂がいし	8	4	4	2	10
250 mm スモッグがいし	6	2	2	0	4
長幹がいし (LC-8024)	2	2	2	0	4
合計		13	13	2	28

懸架した供試がいしの種類、1連のがいし個数、課電電圧極性、ならびに、その連数は、表-1に示し、その配置は図-2に記載してある。がいし連の間隔は 90 cm 以上とっており、中央部には無課電の 280 mm 懸垂がいし2連を懸吊した。また、中央部と左右対称に、正極課電と負極課電の供試がいし連をそれぞれ懸吊した。汚損やもれ電流の測定条件を均一にするために、供試がいしは懸吊前に水道水で良く洗滌してある。

データを整理する都合上、各種供試がいし連にアルファベットで記号名をつけ、また、課電電圧極性を区別するために正負符号と無課電を表わす零符号を添えた。図-2の半円の上部はがいしの種類を表わし、半円の下部は課電電圧極性、およびがいしの懸架位置の呼び名を示している。また、同じ懸架位置であっても、汚損測定を終えて再懸架した無暴露と見なせる供試がいし連には、添数字を付けて、これを区別した。

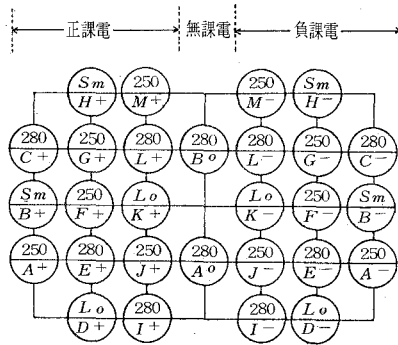
2-4. 測定方法

i) がいし連のもれ電流の測定

がいし連のもれ電流の測定回路は、図-3に示すように、絶縁がいしと並列に $10 \text{ k}\Omega$ ($9 \text{ k}\Omega + 900 \Omega + 90 \Omega + 9 \Omega + 1 \Omega$) の抵抗分圧器を接続し、もれ電流を電圧に換算して計測している。この電圧を12打点の自動平衡形記録電圧計（以下、自記記録電圧計と呼ぶ。）2台を用いて、1分間毎にサンプリングして記録した。2台の自記記録電圧計の測定要素は表-2に示している。

表-2 自記記録電圧計で測定した要素

機 番 チャ ンネル	自記記録電圧計 1号			機 番 チャ ンネル	自記記録電圧計 2号		
	日付 46.1.16 ~46.3.20	日付 46.3.20 ~46.4.13	日付 46.4.13 ~47.5.11		日付 46.1.16 ~46.3.20	日付 46.3.20 ~46.4.13	日付 46.4.13 ~47.5.11
1	D ⁻	D ⁻	D ⁻	1	K ⁻	M ⁻	K ⁻
2	I ⁻	I ⁻	B ⁻	2	G ⁻	K ⁻	H ⁻
3	A ⁻	A ⁻	E ⁻	3	正極電圧	G ⁻	I ⁻
4	H ⁻	H ⁻	C ⁻	4	C ⁺	正極電圧	L ⁻
5	J ⁻	J ⁻	A ⁻	5	F ⁺	C ⁺	M ⁻
6	負極電圧	負極電圧	負極電圧	6	M ⁺	F ⁺	J
7	D ⁺	D ⁺	D ⁺	7	K ⁺	M ⁺	K ⁺
8	I ⁺	I ⁺	B ⁺	8	G ⁺	K ⁺	H ⁺
9	A ⁺	A ⁺	E ⁺	9	E ⁺	G ⁺	I ⁺
10	H ⁺	H ⁺	C ⁺	10	C ⁻	E ⁺	L ⁺
11	J ⁺	J ⁺	A ⁺	11	F ⁻	C ⁻	M ⁺
12	変圧器電圧	変圧器電圧	変圧器電圧	12	M ⁻	F ⁻	正極電圧



注

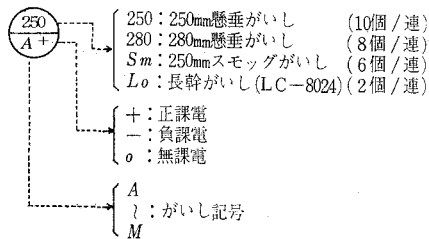


図-2 供試がいしの配置図

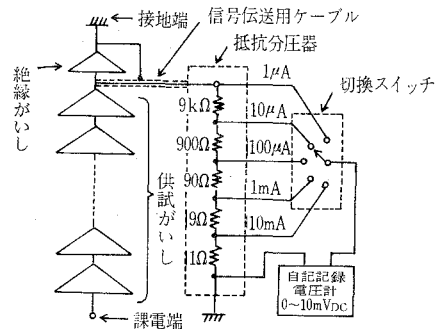


図-3 がいしのもれ電流測定回路

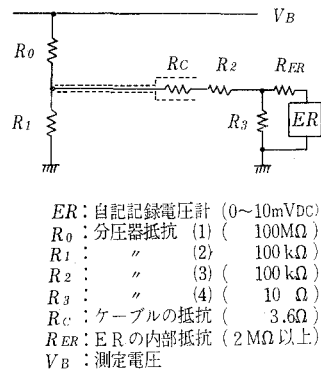


図-4 直流電圧測定回路

ii) 直流印加電圧の測定

直流印加電圧の測定は、図-4で示すように、抵抗分圧器と自記記録電圧計によって行なった。測定電圧を V_B 、自記記録電圧計の指示を V_{ER} とすると、

$$V_{ER} \approx \frac{R_3 \cdot V_B}{2R_0}$$

で表わすことができる。

なお直流印加電圧とならんで、整流器スタックに課電される交流電圧も常時監視した。これは試験用変圧器の電圧線輪電圧を整流・分圧して、自記記録電圧計に描かせた。

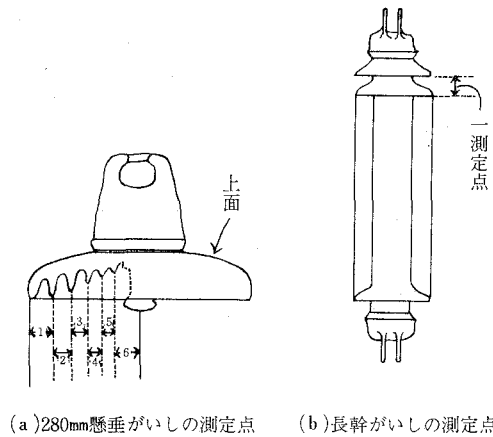


図-5 がいし面の測定点

iii) 気温・湿度の測定

気温および湿度の測定は、電源投入時と電源しゃ断時、および定時刻に乾湿温度計により測定し、日報に記入した。また、気象条件が特に変化した場合も、その都度、時刻とともに記録した。

iv) 等価塩分付着量の測定

塩分付着量の測定方法は、交流汚損がいしと同じ方法¹⁾を採用した。すなわち、被測定がいしの磁器部を蒸留水で洗滌し、その洗滌水の固有抵抗を計測する。この固有抵抗値に該当する既知濃度の食塩水の固有抵抗値から食塩量を求める。これを等価塩分付着量と称する。

280 mm 懸垂がいし、および長幹がいしの汚損測定点を図-5に示す。280 mm 懸垂がいしの場合は、がいし下面を6分割して、ヒダから次のヒダまでを1測定点とし、6測定点を得、がいし上面は一括して1測定点として、合計7測定点を得る。ただし、がいし下面のピン近傍におけるセメント部分は除外している。250 mm 懸垂がいし、および250 mm スモッグがいしの場合も、280 mm 懸垂がいしと同様に、がいし下面で4測定点、およびがいし上面で1測定点で合計5測定点とした。

長幹がいしの場合は、笠の先端から次の笠の先端までを1測定点とし、上端あるいは下端から最短距離の笠までを考慮して、[笠の枚数+1] 個の測定点を得た。

3. 実験結果および考察

本章では、供試がいしの等価塩分付着量とがいしの種類、課電々圧極性、および課電時間などとの関係について述べる。なお、参考までに汚損測定を行なった全がいし連の等価塩分付着量の平均値と標準偏差および課電時間の一覧表を付録に載せた。

3-1. 同一連内がいしのがいし位置と等価塩分付着量

連内の下方(課電側)のがいし下面が、汚損物質で黒くすすけているのが観察できる。連内の上方(接地端)のがいしに向うに従って、黒ずんでいるのが薄らいでゆく。特に課電時間が長くなるほど、この黒ずみは濃くなってゆく。がいし上面においても、がいし下面ほどはな

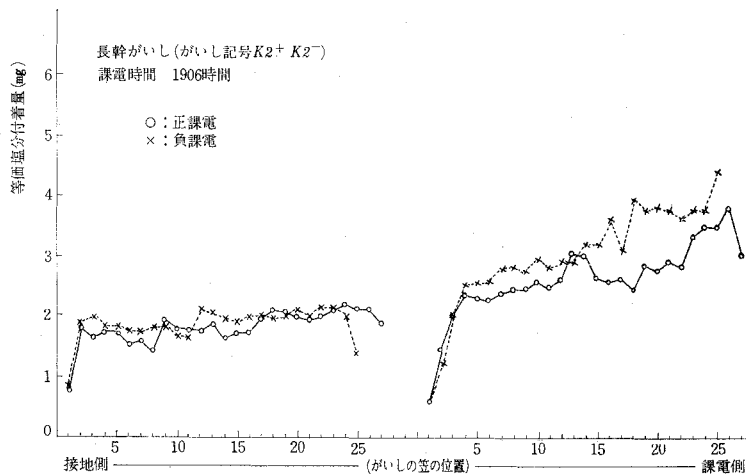


図-6 長幹がいしの位置(笠一枚相当分)と等価塩分付着量の関係

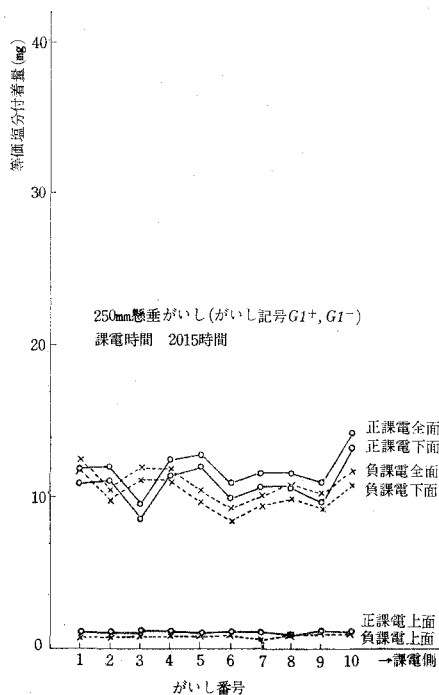


図-7 250 mm 懸垂がいし連の位置と等価塩分付着量の関係

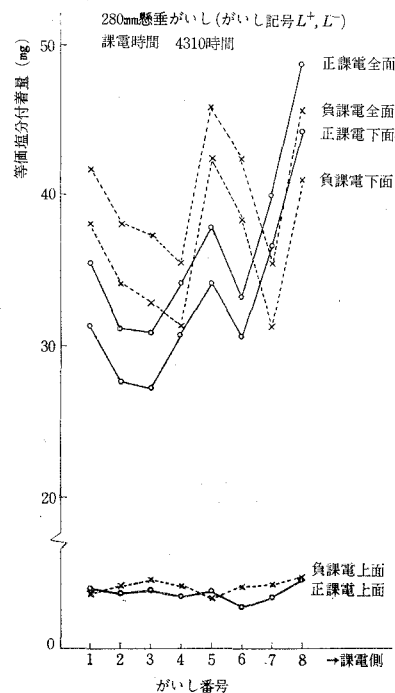


図-8 280 mm 懸垂がいし連の位置と等価塩分付着量の関係

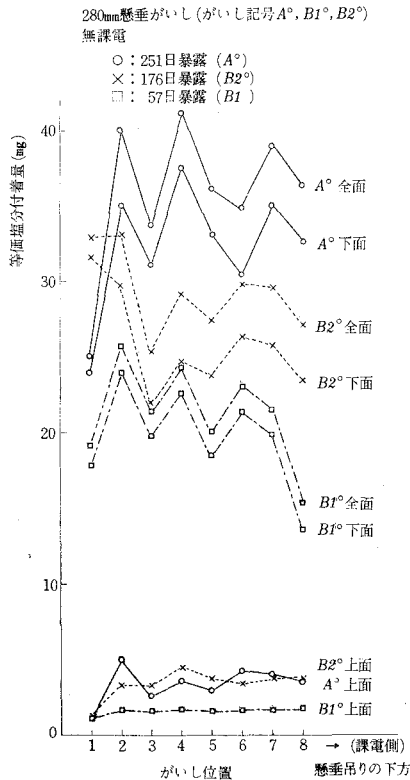


図-9 280 mm 懸垂がいしの位置と等価塩分付着量の関係

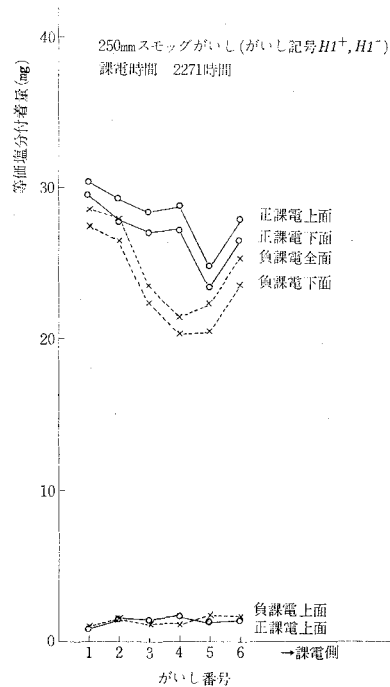


図-10 250 mm スモッグがいし連の位置と等価塩分付着量の関係

いが、接地端側のがいしと課電端側のがいしとは、色の濃さによって識別が可能である。

同一連内のディスク形がいし (懸垂がいしとスモッグがいしを総称してこう呼ぶ。) の等価塩分付着量とがいし位置の関係については、課電端と接地端のがいしの汚損が多く、中間は比較的少ない⁴⁾といわれているが、本実験においては、これに合致する例もあれば、逆に課電端と接地端の汚損の少ない例もあり、一様な汚損分布のパターンは得られなかった。

一方、長幹がいしの場合は、接地端側から課電端側に向うに従って、汚損が次第に増加しているのがわかる⁵⁾。

これら、がいしの汚損分布の代表的な例を 図-6 から 図-10 までに載せる。

3-2. 課電々圧極性と等価塩分付着量

同一種類のがいしを等時間、異なる電圧極性で暴露課電した時、それらががいしの等価塩分付着量と課電々圧極性との関係を検討してみる。検討方法としては、まず最初に等分散性の検定 (F-検定) を行ない、分散に差がないと検定されたものには t-検定、そうでないものには、Welch の検定を施した⁶⁾。

有意水準 5% の検定結果によると、250 mm 懸垂がいし連の 87%、同じく 280 mm 懸垂が

いし連の 80% のものが、課電々圧極性の違いによって平均等価塩分付着量に差がないと検定された。しかし、250 mm スモッグがいし連では 67% のものが差があると検定され、このすべてが、正極課電の方の平均等価塩分付着量が多かった。また長幹がいし連では、75% のがいし連に差があると検定され、このうち正極課電の方が多いと検定されたものが 25%、負極課電の方が多いと検定されたものが 50% であった。

このように、がいしの種類によって、課電々圧極性の違いによる平均等価塩分付着量に差があるものと、そうでないものがあることが判った。

3-3. 課電がいしと無課電がいしの等価塩分付着量

課電がいし連の等価塩分付着量と無課電がいしのそれとを比較するために、280 mm 懸垂がいし連 (1 連 8 個) を 2 連、無課電で懸吊し、暴露を行なった。同一期間暴露した正極課電および負極課電と無課電のがいし連との等価塩分付着量と比較検討してみる。検討方法は前述の 3-2 節と同じである。

暴露日数 57 日 (478 時間課電) のがいし連において、がいし上面の等価塩分付着量は、課電および無課電の違いによる差異は見られない。しかし、がいし下面では、課電がいしの等価塩分付着量は無課電がいしのそれよりも 30% ほど多い。

暴露日数 176 日 (1207 時間課電) のがいし連においては、がいし上面では差異は見られないが、がいし下面において、正極課電と無課電のがいしを比較した場合には、等価塩分付着量に差異はないと検定されたが、負極課電と無課電の場合には、負極課電の等価塩分付着量の方が無課電のそれよりも 20% ほど多いと検定された。

以上の結果より、直流課電によって集塵作用が働き、がいしの汚損が促進するということができる。

3-4. がいし形状の違いによる等価塩分付着密度の比較

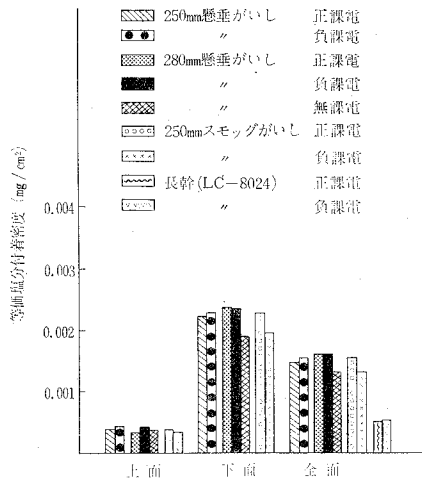
図-11 はディスク形がいしの上面、下面および全面の等価塩分付着密度と長幹がいしの等価塩分付着密度を示したものである。

ディスク形がいしでは、それぞれのがいしの寸法・形状ともに異なっているが、等価塩分付着密度の値に大きな差はないといえる。

しかし、長幹がいしの場合には、ディスク形がいし全面の 1/3 程度の等価塩分付着密度である。この値は、ディスク形がいしの比較的に汚損の少ない部分であるがいし上面の等価塩分付着密度の 120% 程度に相当する。このことから、長幹がいしは洗滌効果が大きいために、おおむね軽汚損のままで使用可能ながいしであるといえることができる。

3-5. ディスク形がいし下面の等価塩分付着密度分布

ディスク形がいし下面のヒダ別の汚損分布を調べるために、250 mm 懸垂がいし、280 mm 懸垂がいし、および 250 mm スモッグがいし下面のヒダ別の等価塩分付着密度を図-12 に示す。



図一11 等価塩分付着密度の分布

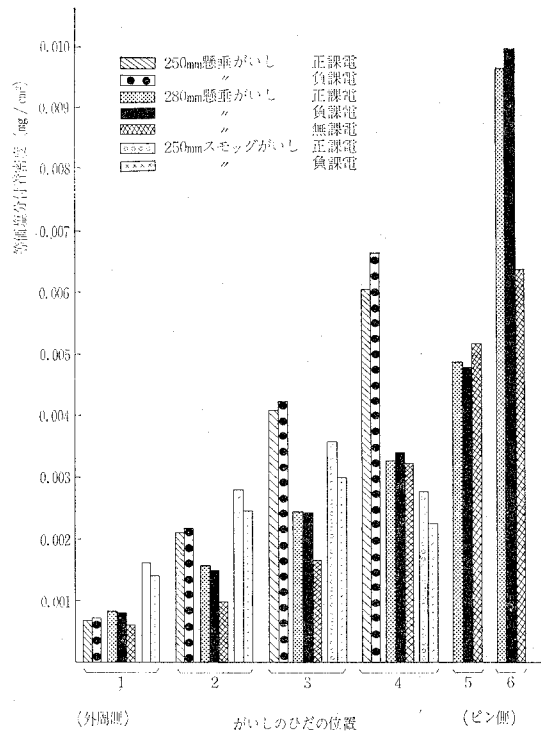
がいし下面のヒダには、がいしの外周側から中心側（ピン側）に向って順番号が付けられている。同図によると、250 mm 懸垂がいし、および 280 mm 懸垂がいしでは、ピン側に近づくに従って等価塩分付着密度は漸次増加する傾向を示している。しかし、

250 mm スモッグがいしでは、ヒダ番号 1 からヒダ番号 3 までは、等価塩分付着密度は順次増加しているが、ヒダ番号 4 すなわち、ピンに一番近いヒダの部分では、ヒダ番号 2 の部分よりも等価塩分付着密度は少なくなっている。すなわち、250 mm スモッグがいし下面の等価塩分付着密度の分布は、懸垂がいしと異なった傾向を示し、それは逆 V 曲線のようにになっている。

3-6. 懸架位置の相違と等価塩分付着量

同じ種類で、かつ、同じ暴露課電圧をもつがいし連であっても、がいし懸架台の懸吊位置の違いによって、等価塩分付着量に変化が見られることが推測できる。この間の関係を調べるために、同極性電位課電で、かつ、同じ暴露課電圧を持つ 250 mm 懸垂がいし連と 280 mm 懸垂がいし連の 2 種類で、各がいし連とも正極課電、および負極課電の合計 4 組について、等価塩分付着量との関係を前述の 3-2 節の方法に従って検討した。この供試がいし連の課電時間はすべて 4310 時間である。

この検定の結果、有意水準 5% では、250 mm 懸垂がいし連、および 280 mm 懸垂がいし連とも、がいし上面において等価塩分付着量に差はなかったが、がいし下面においては、負極課電の 280 mm 懸垂がいし連の組を除いた残りの 3 組（正極課電の 250 mm、負極課電の 250 mm、および正極課電の 280 mm の各懸垂がいし連の組）に差があると判定された。差があると判定



図一12 ディスク形がいし下面のひだの位置と等価塩分付着密度の関係

されたがいし連のすべてが、異極課電が行なわれている方に近いがいし連であった⁸⁾。ちなみに、この実験に供されたがいし連から異極課電が行なわれているところまでの最短距離は、250 mm 懸垂がいし連の組は 2.7 m と 1.8 m であり、280 mm 懸垂がいし連の組は 3.6 m と 1.8 m である。

3-7. 課電時間と等価塩分付着量

暴露課電がいしの等価塩分付着量と課電時間との関係を調べるために、下記の 3 関数による最小二乗近似を試みた。

$$F(t) = Ae^{Bt} + C \quad (1)$$

$$F(t) = Ae^{Bt} \quad (2)$$

$$F(t) = A \quad (3)$$

ここで $F(t)$: 等価塩分付着量 (mg)

t : 課電時間 (hour)

A, B, C : 定数

250 mm 懸垂がいし、280 mm 懸垂がいしおよび 250 mm スモックがいしの場合は、がいし全面の等価塩分付着量を 1 試料とし、長幹がいしの場合は、笠 1 枚相当分を 1 試料として、最小二乗近似を試みた。

この最小二乗近似より得られた塩分付着量と、汚損測定法による等価塩分付着量との差の平方和を表-3に載せた。同表より、最小二乗法による塩分付着量と、汚損測定法による等価塩分付着量との差の平方和には、近似関数の違いによって大差はないので、等価塩分付着量と課電時間との関係は、(1)~(3) 式のどの式で表わされても良いと思われる。しかし、がいしの汚損は課電時間が長くなれば長くなるほど、無限に増大するというものではなく、ある飽和した

表-3 最小二乗法による近似関数 $F(t)$ と測定値との差の平方和

がいしの種数	極性	$F(t)$		
		$Be^{Bt} + C$	Ae^{Bt}	$At + B$
250 懸垂がいし	+	2912.8	3220.4	3180.5
	-	5669.4	3982.7	3952.8
280 懸垂がいし	+	1191.9	1202.3	1213.9
	-	1047.7	1056.9	1055.4
	0	3024.0	302.5	305.9
250 スモックがいし	+	899.5	453.2	471.5
	-	1020.4	984.0	1000.9
長幹がいし	+	241.2	73.2	69.1
	-	180.6	180.7	181.5

ときの汚損量が存在するはずである。したがって、上記3式の中では(1)式の $F(t)=Ae^{Bt}+C$ の関係が適当であると推定する。実際に、表-3からは、9例中4例までが(1)式に最も良く近似するという結果を得た。

最小二乗法より得られた近似関数の塩分付着量、および汚損測定法による等価塩分付着量と課電時間との関係を図-13から図-21までに載せる。これらの図によると、250 mm 懸垂がいし、280 mm 懸垂がいし、および250 mm スモッグがいしでは、課電時間の増加とともに等価塩分付着量の増加する傾向が見られるが、長幹がいしでは、課電時間が増加するに従って、等価塩分付着量は逆に減少する傾向にある。これは、長幹がいしの場合には、課電時間が長くなると汚損物が蓄積されるよりも離脱する確率が大きくなるということで、雨などによる洗滌作用を顕著に受けるためと思われる。また、250 mm 懸垂がいしの場合には、課電時間が短かくとも等価塩分付着量が多くなっている例が存在した。これは、供試がいし連の懸吊開始期日は異なるが、汚損測定期日が同一ながいし連に、この例が現われている。この理由として、250 mm 懸垂がいし連が、汚損物の蓄積作用よりも洗滌作用の方を多く受けたために、両作用を交互に繰り返しているうちに、暴露歴とは無関係に、ほぼ一定の等価塩分付着量に収束した、ということが考えられる。280 mm 懸垂がいしの場合には、課電時間の増加とともに等価塩分付着量は、順次増えている。これは、がいしの笠が大きいために、比較的、洗滌作用が受

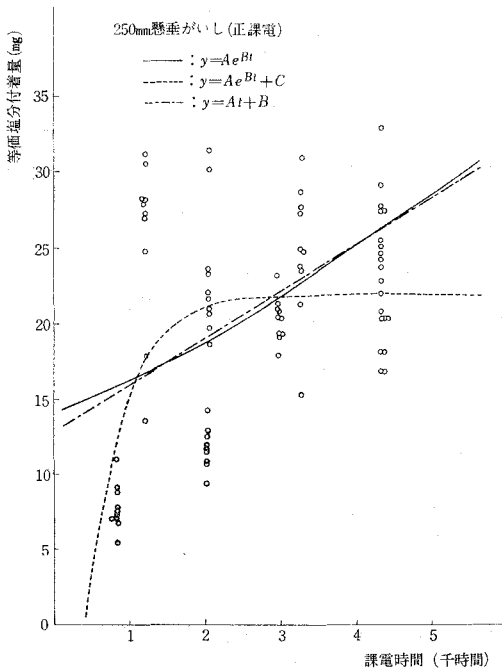


図-13 250 mm 懸垂がいし (正課電) の課電時間と等価塩分付着量の関係および最小二乗法による近似曲線

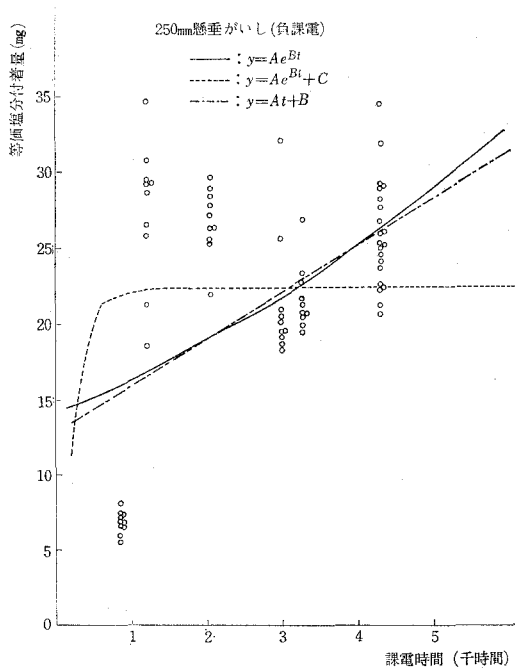


図-14 250 mm 懸垂がいし (負課電) の課電時間と等価塩分付着量の関係および最小二乗法による近似曲線

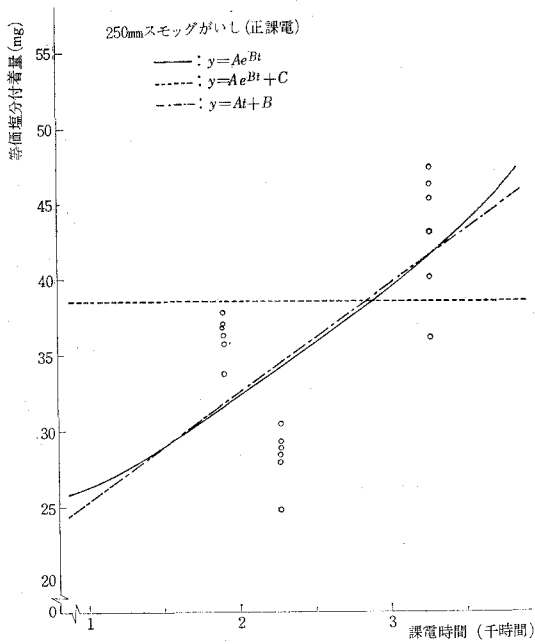


図-15 250 mm スモッグがいし (正課電) の課電時間と等価塩分付着量の関係および最小二乗法による近似曲線

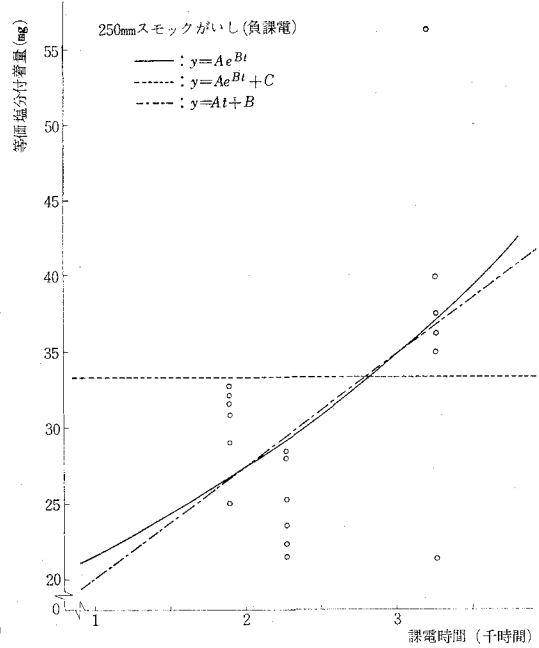


図-16 250 mm スモッグがいし (負課電) の課電時間と等価塩分付着量の関係および最小二乗法による近似曲線

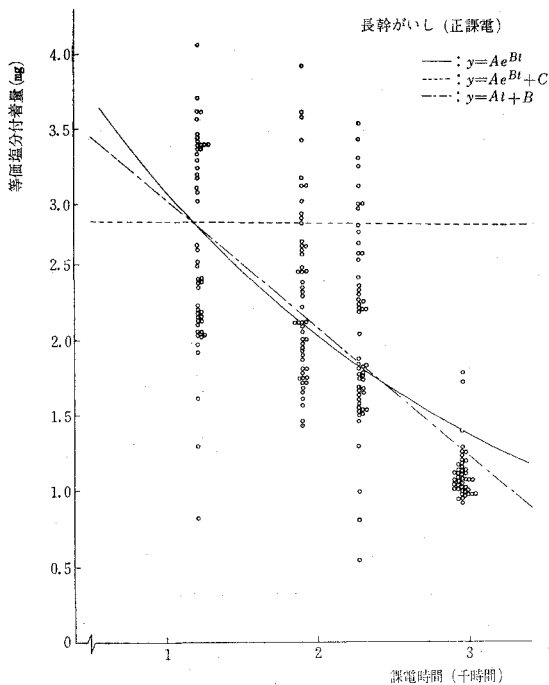


図-17 長幹がいし (正課電) の課電時間と等価塩分付着量の関係および最小二乗法による近似曲線

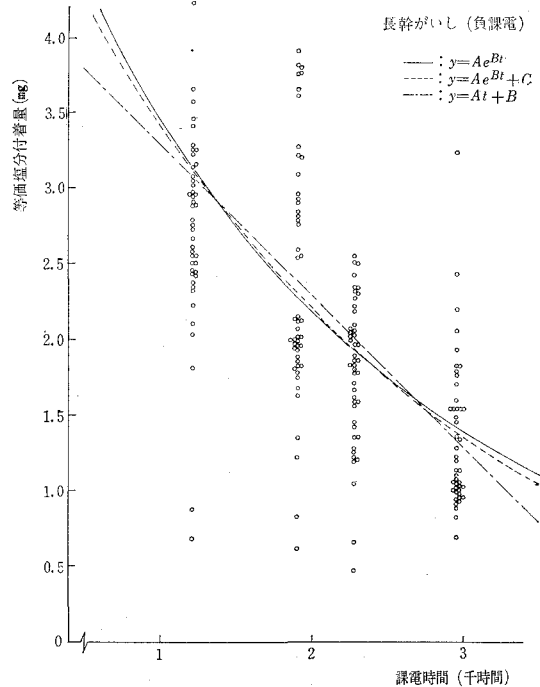
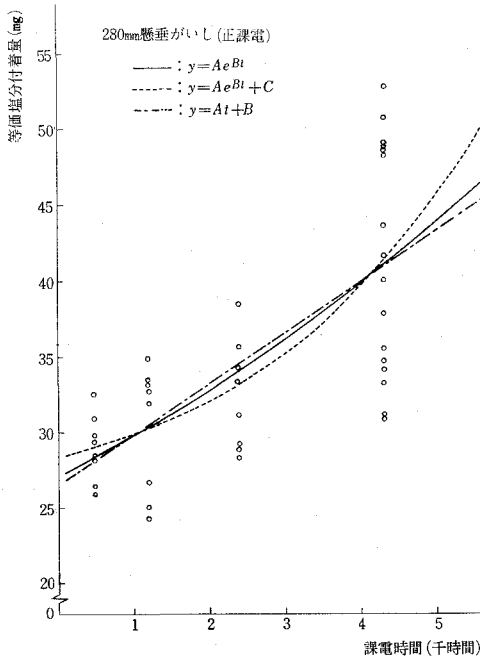
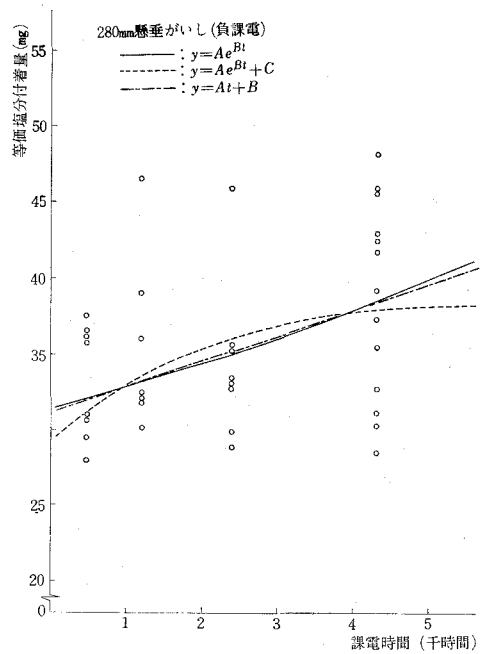


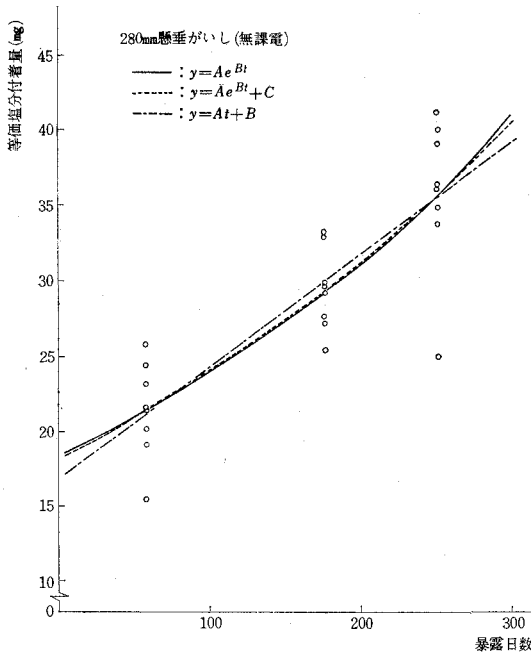
図-18 長幹がいし (負課電) の課電時間と等価塩分付着量の関係および最小二乗法による近似曲線



図一19 280 mm 懸垂がいし (正課電) の課電時間と等価塩分付着量の関係および最小二乗法による近似曲線



図一20 280 mm 懸垂がいし (負課電) の課電時間と等価塩分付着量の関係および最小二乗法による近似曲線



図一21 280 mm 懸垂がいし (無課電) の暴露日数と等価塩分付着量の関係および最小二乗法による近似曲線

け難いと考えられる。

以上を集約すると、課電時間の増加とともに、汚損物の蓄積量は増加するが、暴露途中で雨などが降ると、洗滌効果により蓄積された汚損物の一部はがいし面から離脱してしまう。よって、汚損測定を実施する幾日前に雨が降ったか、またその時の雨量および風の強さなどの諸条件により、がいしに付着している汚損物量は著しく変化してしまう。

また、同じ暴露課電圧を持つがいしにおいても、がいしの形状・寸法の違いによっても汚損物に差を生ずる。

本実験によると、長幹がいしと 250 mm 懸垂がいしは比較的洗滌効果を受けやすく、280 mm 懸垂がいしは笠が大き

いため、また 250 mm スモッグがはいしはヒダが深いために洗滌効果を受け難いといえる。

3-8. 付着物質の分析

がいし面に付着した物質の定量分析と定性分析を行なう目的で、280 mm 懸垂がいし連を対象に、原子吸光分析⁹⁾と X 線回折を施した。

i) 原子吸光分析による定量分析

この分析に供したがいしは、正および負の直流電圧を 4310 時間課電した 280 mm 懸垂がいし各 1 連で、がいし連の接地端から数えて 3 番目、5 番目および 7 番目のがいしから採取した試料を、それぞれ上面分と下面分に分けて、その中に含まれる Na, Ca, Mg および K について測定した。

結果を取りまとめて表-4に示す。なお参考のために、がいし面の付着物質を洗滌するときを使用した蒸留水、ならびにガーゼ (15×15 cm) の中に含まれる Na, Ca, Mg および K の量も併記した。同表の汚損物量は、ガーゼに含まれる諸量を補正して得た値である。また、汚損測定法による等価塩分付着量も併せて記してある。同表より次の事柄がうかがわれる¹¹⁾。

表-4 原子吸光分析によるがいしの汚損物量 (供試がいし: 280 mm 懸垂がいし)

(課電時間 4310 時間)

課電極性	測定位置	汚損物名 がいしの懸架位置	汚 損 物 質 量 (mg)				等価塩分 付着量 (mg)
			Na 5889 Å	Ca 4226 Å	Mg 2832 Å	K 7665 Å	
正 課 電	上 面	3	0.34	1.74	0.07	0.04	5.09
		5	0.33	1.45	0.06	0.02	4.30
		7	0.33	1.52	0.06	0.02	4.20
		平 均	(0.33)	(1.57)	(0.06)	(0.03)	
	下 面	3	15.18	5.74	0.21	0.25	34.52
		5	16.33	5.47	0.21	0.26	35.26
		7	15.67	5.96	0.21	0.26	36.03
		平 均	(15.73)	(5.72)	(0.21)	(0.26)	
負 課 電	上 面	3	0.32	1.67	0.06	0.05	4.92
		5	0.33	1.74	0.07	0.06	4.82
		7	0.34	1.67	0.08	0.08	4.73
		平 均	(0.33)	(1.69)	(0.07)	(0.06)	
	下 面	3	15.18	4.65	0.22	0.22	31.98
		5	18.29	6.98	0.23	0.25	47.92
		7	17.80	7.41	0.23	0.25	47.99
		平 均	(17.09)	(6.63)	(0.23)	(0.24)	
ガ ー ゼ			0.075	0.15	0.01	0.01	0.23

- 1) 課電々圧極性が異なっても, Na, Ca, Mg および K の組成率に大差はない。
- 2) がいし上面の主成分は Ca であり, がいし上面の Na, Ca, Mg および K 量の 70% 以上を占めている。
- 3) がいし下面の主成分は Na であり, がいし下面の Na, Ca, Mg および K 量の 70% 以上を占めている。
- 4) がいし全面の主成分は Na と Ca であり, がいし全面の Na, Ca, Mg および K 量の 67% および 30% を占め, Na と Ca を合せると 97% にも達する。
- 5) Mg と K 量は非常に少なく, 同面積を有するガーゼの Na と K 量にほぼ等しい。

表—5 X線回折法により検出された物質

管 検 出 物 質	Fe 球 $\lambda=1.9373 \text{ \AA}$				Cu 球 $\lambda=1.5418 \text{ \AA}$				管 検 出 物 質	Fe 球 $\lambda=1.9373 \text{ \AA}$				Cu 球 $\lambda=1.5418 \text{ \AA}$			
	課電									課電							
	正		負		正		負			正		負		正		負	
	がいしの位置									がいしの位置							
	2	8	2	8	2	8	2	8		2	8	2	8	2	8	2	8
Al ₂ O ₃					○	○	○	○	FeCl ₂					○		○	
Al ₄ C ₃	○				○		○		FeSO ₄		○		○	○	○	○	○
Al ₂ Cl ₆			○				○		FeSi	○		○					
Ba					○	○	○		FeSi ₂	○							
BaO			○						KCl					○	○	○	
Ba(ClO ₃) ₂			○						K ₂ CO ₃				○		○		○
Ba(NO ₃) ₂							○		Mg		○		○		○	○	
C					○				MgO			○		○		○	
Ca								○	MgSO ₄					○			
Ca(OH) ₂			○		○		○		MnCl ₂			○					
CaO							○		NaCl	○				○		○	○
CaC ₂	○	○	○	○	○	○	○	○	NaCN				○			○	○
CaF ₂			○						Na ₂ SO ₃			○		○	○	○	○
CaCl ₂	○		○						Na ₂ SO ₄			○	○	○	○	○	
CaCO ₃	○								Ni							○	
Cr							○		NiO ₂			○					
Cr ₂ O ₃	○				○	○	○		Pb				○				
Cu					○	○	○		PbO	○				○		○	
CuO		○		○	○	○	○		PbHAsO ₄	○	○			○		○	
Cu ₂ O					○				Si					○		○	
CuSO ₄	○	○			○	○	○	○	SiO ₂			○		○	○	○	○
FeC					○				Zn					○	○	○	
FeAl ₃					○		○		ZnO	○		○		○	○	○	○
FeO					○		○		Zn(CN) ₂					○		○	
Fe ₂ O ₃			○		○		○		ZnSO ₄	○	○	○		○	○	○	

表-6 X線回折法により検出された元素

管 球 検出元素名	Fe 球 $\lambda=1.9373 \text{ \AA}$				Cu 球 $\lambda=1.5418 \text{ \AA}$				管 球 検出元素名	Fe 球 $\lambda=1.9373 \text{ \AA}$				Cu 球 $\lambda=1.5418 \text{ \AA}$			
	課電				課電					課電				課電			
	正		負		正		負			正		負		正		負	
	がいしの位置									がいしの位置							
	2	8	2	8	2	8	2	8		2	8	2	8	2	8	2	8
C	○	○	○	○	○	○	○	○	○	Cr	○			○	○	○	
F				○						Fe	○	○	○	○	○	○	○
Na	○			○	○	○	○	○	○	Ni			○			○	
Mg		○		○	○	○	○	○	○	Cu	○	○		○	○	○	○
Al	○			○		○	○	○	○	Zn	○	○	○		○	○	○
Si	○			○		○	○	○	○	As	○	○			○		○
S	○	○		○		○	○	○	○	Ba			○		○	○	
Cl	○			○		○	○	○	○	Pb	○	○		○		○	
K					○	○	○	○	○	Mn			○				
Ca	○	○	○	○	○	○	○	○	○								

6) がいし下面の Na 量を NaCl 量に換算すると、汚損測定法による等価塩分付着量と大旨一致する。このときの差異は 20% 以内である。

7) がいし下面に付着した Ca, Mg および K 量は、がいし上面のその 3~4 倍程度であるが、Na 量については約 50 倍となっている。これは、がいし上面が洗滌作用を受け易く、かつ、Na が水に溶解易いためと思われる。

ii) X線回折による定性分析

X線回折によって付着物質の定性分析を行なったので、その結果を述べる。試料は、前項で述べたがいし連のうち、接地端から数えて2番目および8番目(課電端のがいし)から採取したものである。X線源には、X線波長 1.5418 \AA の Cu 球と、同じく、 1.9373 \AA の Fe 球を使用した。試料に対する X 線照射時間は両管球の場合とも、それぞれ 90 分間である。検出方法は、大気中に存在する物質を挙げ、その物質がこの試料中に含まれているかを確認する方法を採用した。検出物質をとりまとめたものが表-5であり、これを元素別に分類したものが、表-6である。検出物質の主な分子構造は、酸素化合物、炭素化合物、ケイ素化合物スルホン化合物および単体であった。ケイ素化合物は土壌の主成分であるから、これは地上の土砂が風に運ばれてがいしに付着したものと考えられる。課電極性の違いによる検出元素の相異をみると、F, Ni および Mn は負極課電のがいしからのみ検出されている。

原子吸光分析で検出された Na, Ca, Mg および K は、X線回折によっても、大旨、検出されている。

4. あ と が き

以上、暴露課電したがいしの汚損について報告してきて気付いた点を述べる。

がいし連の汚損分布に関して、一般に次のように言われている。交流課電の場合は、汚損分布は、がいし連についてほぼ平均しているが、直流課電では、一般に課電側と接地側の汚損が多く、中間は比較的少ない¹⁾。本実験の測定結果では、直流課電に似た汚損分布の特性を持つものもあれば、交流課電に似たそれを持つものもあり、一様な汚損分布は得られなかった。これは、交流高圧を半波整流した後に平滑コンデンサで平滑したが、このコンデンサが $0.083 \mu\text{F}$ と小容量のために、電流が完全に平滑されず、脈流となったために、直流課電でありながら交流課電に似た汚損分布の特性も現われたものと考えられる。

次に長期暴露を行なったがいしの汚損物量は、雨などの洗滌効果の影響を大きく受けている。地上の塵埃や空気中の微粒子が風によって運ばれたり、電気集塵作用によってがいし表面に付着し、汚損が促進する蓄積作用と、雨が降ったり、風が吹いたりすると、がいしに付着した塵埃や微粒子ががいし表面から離脱する洗滌作用が交互に繰り返れている。洗滌作用の主要因となるものに、雨による雨洗効果を挙げることができる。雨量と 250 mm 懸垂がいしの雨洗効果の関係は、雨量 0.5 mm/h で雨洗効果は 60% 程度であり、雨量が 0.5 mm/h 増す毎に雨洗効果は 10% ずつ増加する。また雨洗効果の上限値は 90% 程である¹²⁾。したがって、汚損物の洗滌作用が蓄積作用を上廻ると、長幹がいしの場合のように、課電時間が長くなると共に、汚損物量が減少する例も存在することになる。これは雨洗効果の良く現われている例である。

この雨洗効果と相まって、汚損の進行速度に関する事象が解明されると、がいしの汚損工合が推測でき、強いては、現在はもれ電流の実測に依っているがいしの洗浄時期の的確な予測も可能になるものと思われる。

当初、室蘭工業大学の暴露試験場は、海岸に近く、また工場群による大気汚染が激しいために、がいしの重汚損地域であろうと考えられていた。現に交流送電線路ではあるが、北海道電力株式会社の御崎幹線^{*)}は、道内では有数の要注意送電線であるといわれている。しかし、東京電力株式会社の南川越変電所で行なわれた汚損測定と本学のそれとは大差はない。表-7 に南川越変電所と本実験を行なった室蘭工業大学における 250 mm スモッグがいしの汚損測定結果を載せる。同表より、南川越変電所および室蘭工業大学の汚損測定結果は、ともに軽汚損地域に属するといえる。したがって、室蘭工業大学の暴露試験場は、海による塩害や工場群による大気汚染の影響の受け難い地域である。

次に、実験装置として、整流装置、電流抑制用保護抵抗器および直流電圧測定用分圧器な

* 本実験を行なった暴露試験場からは 2 km 程離れており、高さ 100 m 程の丘陵の尾根に建られており、海岸と工場群に挟まれた海岸沿にある送電線路である。

表一 南川越変電所と室蘭工大のがいしの汚損密度
(供試がいし: 250 mm スモッグがいし)

暴露地点	がいし上面の 汚損密度 (mg/cm ²)	がいし下面の 汚損密度 (mg/cm ²)	課 電 時 間
南川越変電所	0.004	0.014	84 ¹⁾
室 蘭 工 大	0.004	0.021	79

どに塩化ビニル製品を使用した。雨や雪などによりフラッシュオーバーが発生し、損壊事故が多発した。シリコン・コンパウンドを塗布して事故防止に努めたが、効果が少なかった。したがって、屋内で使用する場合は、塩化ビニル製品は安価で、かつ、加工が容易で使い易いが、屋外で使用する場合には不向きである。

本報告の総まとめとして、交流との同時実験が行なえなかったこと、暴露期間が更に長い方が望ましいこと、汚損地域としては軽汚損地域に属したことなど多々問題点はあるが、直流課電したときの汚損の実態の一部は明らかにできたと考える。

最後に、この実験を行なうにあたり数々の御助力を賜った北海道電力株式会社殿、および電気協同研究会殿、がいしの提供を快くお引き受け下さった日本碍子株式会社殿、また数々の御助言を賜りました北海道大学工学部小池東一郎教授、ならびに電子技術総合研究所堀米孝氏、永井一嘉氏、比留間常吉氏、さらに分析に関して御力添え下さった本学工業化学科安孫子勤教官、同じく金属工学科戸田茂雄教官に深く感謝の意を表する次第である。

(昭和48年5月21日受理)

参 考 文 献

- 1) 電中研送電機能研究委員会: 送電機能向上に関する研究報告, その4, 直流送電 (1968).
- 2) 小池東一郎: 送配電工学, 後編 (1967).
- 3) 電気学会: 電気工学ハンドブック (1970).
- 4) 内藤・坂西: 電気学会全国大会講演論文集, No. 922 (1972).
- 5) 本間・野崎・大窪・永井: 電気四学会北海道支部大会講演論文集, No. 71 (1971).
- 6) 国沢清典: 確率統計演習2, 統計.
- 7) 本間・野崎・大窪・永井: 電気学会全国大会講演論文集, No. 924 (1972).
- 8) 本間・野崎・大窪・永井: 電気学会全国大会講演論文集, No. 1102 (1973).
- 9) 岩波: 理化学辞典 (1970).
- 10) 松村源太郎: X線回折要論 (1967).
- 11) 本間・野崎・大窪・永井: 電気四学会北海道支部大会講演論文集, No. 81 (1972).
- 12) 谷野・小林: 電気学会全国大会講演論文集, No. 1043 (1967).

付 録

供試がいし連の試験データ一覧表 (単位 mg)

がいし 記 号	がいし の 種 類	上 面 平 均	(標 準 偏 差)	下 面 平 均	(標 準 偏 差)	全 面 平 均	(標 準 偏 差)	課 電 時 間
A1	250 + —	1.39 1.58	0.20 0.18	18.84 19.88	1.48 3.92	20.23 21.47	1.37 4.00	2948.0
A2	250 + —	2.44 2.96	0.25 0.43	22.88 24.44	5.18 4.45	25.32 27.40	5.28 4.38	1207.4
B	S + —	4.65 3.81	0.76 0.69	38.36 34.24	3.45 10.51	43.01 38.05	3.87 10.86	3266.7
C	280 + —	3.21 3.51	0.79 0.75	42.91 32.75	5.36 6.21	46.12 36.26	5.49 6.43	4310.5
D1	L + —	27.25 25.99		28.39 45.59		27.82 35.79		2948.0
D2	L + —	55.83 65.57		74.63 90.27		65.23 77.92		1207.4
E1	280 + —	1.68 2.14	0.15 0.26	31.63 32.35	4.57 4.76	33.31 34.49	4.65 4.90	2404.7
E2	280 + —	1.53 1.77	0.10 0.22	27.53 28.82	2.26 3.46	29.07 30.59	2.22 3.41	478.4
E3	280 + —	3.16 4.38	1.05 0.76	27.08 30.95	3.31 4.32	30.24 35.34	3.95 4.95	1207.4
F	250 + —	2.64 2.59	0.47 0.37	18.59 21.04	3.02 2.26	21.23 23.63	3.31 2.16	4310.5
G1	250 + —	0.99 0.81	0.07 0.11	10.80 10.09	1.20 0.97	11.79 10.91	1.20 0.95	2015.4
G2	250 + —	2.12 2.90	0.65 0.53	21.09 23.84	3.53 2.48	23.20 26.74	4.05 2.10	2040.1
H1	S + —	1.37 1.42	0.23 0.25	26.90 23.43	1.81 2.73	28.27 24.84	1.75 2.68	2270.7
H2	S + —	3.96 3.69	0.83 0.57	32.21 26.53	1.95 2.91	36.17 30.22	1.28 2.60	1905.8
I			(分析の為に使用)					4310.5
J	250 + —	2.40 3.31	0.61 1.04	23.26 25.73	4.12 3.01	25.66 29.04	3.93 3.85	4310.5
K1	L + —	43.68 39.88		67.36 50.39		55.52 45.14		2270.7
K2	L + —	49.07 46.61		70.46 74.95		59.77 60.78		1905.8
L	280 + —	3.64 4.04	0.51 0.40	32.80 36.18	5.18 4.12	36.44 40.22	5.47 3.95	4310.5
M1	250 + —	1.29 0.87	0.43 0.08	6.55 6.01	1.24 0.70	7.84 6.88	1.48 0.69	829.6
M2	250 + —	2.53 2.58	0.46 0.44	22.22 19.14	4.32 2.15	24.75 21.72	4.13 2.03	3266.7
A0	280 0	3.43	1.12	32.32	3.82	35.75	4.72	251 days
B10	280 0	1.64	0.17	19.68	3.01	21.32	3.03	57 days
B20	280 0	3.42	0.87	25.94	3.03	29.36	2.52	176 days

銀上の酸素と二酸化炭素の吸着に関する一考察

菖蒲 明巳・伊東 良将
加納 久雄・金塚 高次

Adsorption Behaviors of Oxygen and Carbon Dioxide on Silver

Akimi Ayame, Yoshimasa Ito, Hisao Kano
and Takatsugu Kanazuka

Abstract

Adsorption behaviors of oxygen and carbon dioxide on a silver catalyst in the oxidation of ethylene were studied by a pulse technique.

Oxygen was adsorbed reversibly and irreversibly on the catalyst.

The irreversibly adsorbed oxygen was familiar with the formation of carbon dioxide and water, and the existence of the reversibly adsorbed one promoted the formation of ethylene oxide. As, beyond 220°C, the amount of adsorbed oxygens is small and the oxidation of ethylene proceeds with higher conversions, the surface of silver catalyst during this reaction seems to be nearly the deoxygenated one.

Carbon dioxide was adsorbed, only on the oxygenated catalyst reversibly and irreversibly. The irreversibly adsorbed carbon dioxide seems to be remained on silver catalyst with the forming of silver carbonate as one of the catalyst-poison. The reversibly adsorbed one is estimated to retard the rates of the oxidation of ethylene.

緒 言

前報¹⁾において、エチレン酸化反応における反応生成物の反応阻害効果を明らかにしてきた。また著者らは、反応条件の変更にともない、エチレン酸化反応の定常状態が変化する事実を解明し、この定常状態を規定する因子は、Sintering、活性を低下せしめる銀の酸化状態の生成、および反応中に形成される表面残留物の蓄積であることを実証してきた^{2),3),5)}。さらにこの定常状態に与えるエチレンオキシド、水、二酸化炭素および過剰酸素の影響(効果)を実験的にもとめ、そのデータ解析から、二酸化炭素の吸着が Zeldovich-Roginsky 型の isotherm に従うこと、酸素吸着は主として解離吸着、水は解離吸着であること等の結果を得ている⁸⁾。表面残留物に関しては、その酸化脱離手法(パルス法の応用)により定量的に残留物量を測定し、定常化曲線と残留物量間に相関性のあること^{4),6)}、およびこの表面残留物が二酸化炭素(不可逆吸着)と含酸素炭化水素化合物(銀-グリコオキシド型)とその重合物であることを指摘し、¹⁸O 濃縮酸素を使用した酸化脱離実験によりこれを実証してきた^{4),7),8)}。その結果、エチレン酸

化反応における銀の定常活性はエチレンオキシドの吸着に起因する活性低下(被毒作用)と水、二酸化炭素、過剰酸素によるエチレンオキシドの吸着抑制作用とによって規定され、エチレン酸化反応の定常状態は両作用の競争下における全平衡状態に相当するとの結論を得た^{2),9)}。よって、この反応系に関する反応速度式はこれらの要因をふまえた上で導かれねばならない。

本報はこれらの研究において重要な役割をはたしてきた銀触媒への酸素、二酸化炭素の吸着に関する実験結果の記述である。

かえりみるに銀触媒によるエチレン酸化反応についての研究は古くから数多く行なわれている。酸素の吸着について Twigg¹⁰⁾ は銀表面上に原子状(解離状)吸着酸素のみが存在するとし、Smeltzer¹¹⁾ は原子状、分子状の2種の吸着酸素が存在すると主張してきた。また Sandler¹²⁾ は溶解酸素の存在を指摘した。近年安盛ら¹³⁾ は吸着測定(静止系)により、佐藤ら¹⁴⁾ は電気抵抗変化の測定から不可逆吸着酸素は原子状、可逆吸着酸素は分子状吸着酸素であると報告している。しかし、いずれも低圧下の測定結果であり、実際の反応条件下での酸素吸着と必ずしも一致するとは限らない¹⁵⁾。

二酸化炭素の吸着について、Allen¹⁶⁾ は酸化銀-二酸化炭素系の IR の測定結果より CO^{--} の存在を指摘し、林ら¹⁷⁾ の吸脱着サイクルによる研究では不可逆、可逆吸着二酸化炭素の存在を見い出している。いずれも吸着量と温度の関係については明白ではなく、高温度(エチレン酸化反応の最適温度範囲)のデータに乏しい。

本実験は静止系よりは実際の Working State に近いと考えられるガスクロマトグラフ法により、反応中の各種気体の吸着を測定比較する際の基礎実験として行なったものである。

2. 実 験

2.1 吸 着 測 定

分離カラムの位置に触媒を充填したステンレスカラム(内径 4 mm ϕ ×600 cm)を接続し、これをガスクロマトグラフ外部の電気炉内にセットした。キャリア(He)流速は 10.4 ml/min, 検出器温度 100.0 \pm 0.5 $^{\circ}\text{C}$ であった。試料注入には 0.077 ml のガラスサンプラーコックを使用した。

2.2 反 応 性 測 定

通常のパルス反応法によった。反応管は不可逆、可逆吸着酸素共存の場合は内径 4 mm, 長さ 20 cm のステンレス製 U 字管(触媒量 0.45 g)を用い、不可逆吸着酸素のみの場合は内径 12 mm, 長さ 5 cm のガララ製 U 字管(触媒量 2.20 g)を用いた。ステンレス管とガラス管で反応率、選択率には変化がなかった。分離カラム、検出器温度は 100.0 \pm 0.5 $^{\circ}\text{C}$, キャリヤー流速は 30 ml/min であった。

2.3 試 料

He は Canadian Helium Co. Ltd. の製品(99.998%)を活性化銅(180 $^{\circ}\text{C}$), シリカゲルで

精製して用いた。酸素、窒素（共に 99.98%）および水素、二酸化炭素は市販のものをそのまま用いた。エチレンは高千穂化学 KK の製品（99.99%）を用いた。

2.4 触 媒

既報²⁾の方法で調整した Ag_2O 10.0 g を 30~60 メッシュのケイ砂 250 g に付着させ¹⁸⁾乾燥後、60°C、30 時間水素還元した。カラム充填後、300°C で再度水素還元（後述）した。BET 表面積は $0.03 \text{ m}^2/\text{g}$ 以下であった。吸着酸素の反応性測定の場合は Ag_2O を 60°C、30 時間水素還元した銀粉末を用いた。300°C の水素還元後の BET 表面積は $0.62 \text{ m}^2/\text{g}$ であった。

3. 実験結果と考察

3.1 酸素吸着

触媒充填カラムは吸着測定前に毎回 300°C で 3 時間水素還元を行なった。この還元銀に酸素パルスを注入した時のクロマトグラムを図 1 に示した。ピーク a と N_2 の保持時間比は 0.998 ~ 1.003 で一致し、ピーク a, b が共に酸素であることは Molecular Sieve 5 A カラムで確認した。これらの結果から a は非吸着酸素、b は可逆吸着酸素、流出しない残留酸素を不可逆吸着

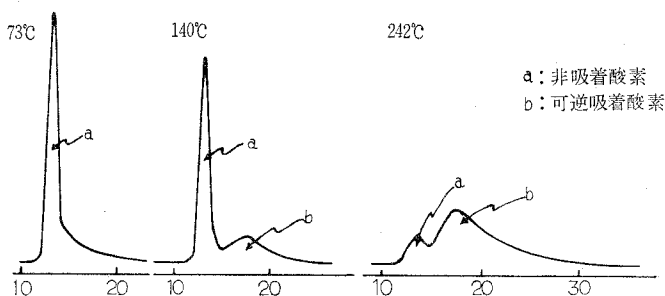


図 1 流出クロマトグラムの形状（酸素）
（横軸目盛—パルス注入後の時間（min））

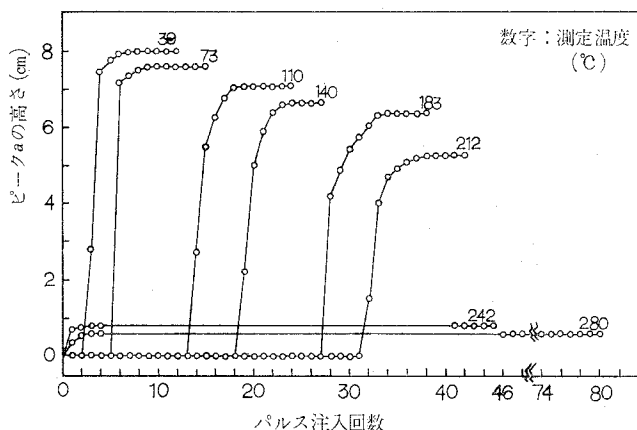


図 2 ピーク a の高さとパルス回数 (0.077 ml/回)

酸素とした。酸素パルス回数と a のピーク高さの関係を図 2 に示した。212°C 以下では初回のパルスに対応するクロマトグラムは出現せず、これが現われるまでの回数は温度上昇と共に増加した。図 2 より不可逆吸着酸素量を算出し、一方 a の高さの定常時のクロマトグラム全面積と a の面積の差から可逆吸着酸素量をもとめた。その結果を図 3 に示した。不可逆吸着酸素量は 212°C で極大となり、これより高温では急激に減少した。一方可逆吸着酸素量は 200°C 附近から増加しはじめ、280°C では 1 パルスの 95% 以上がこの吸着挙動を示した。Benton ら¹⁹⁾によれば 100~180°C において Ag_2O の生成速度は著るしく増加する。また鹿川ら²⁰⁾の熱力学計算の結果によれば銀酸化物の分解温度は 180~190°C に集中している。不可逆吸着酸素量が高温度程増加し、極大温度をこえると急激に減少する事実はいずれの理由によると考えられる。また不可逆吸着酸素量の極大温度と可逆吸着酸素量の立ち上がり温度がほぼ対応していることおよび銀酸化物の分解温度以上であることから、強吸着酸素 (不可逆吸着酸素) の一部または全部が高温度で脱離されやすくなったため図 3 のような結果が得られたものとする。

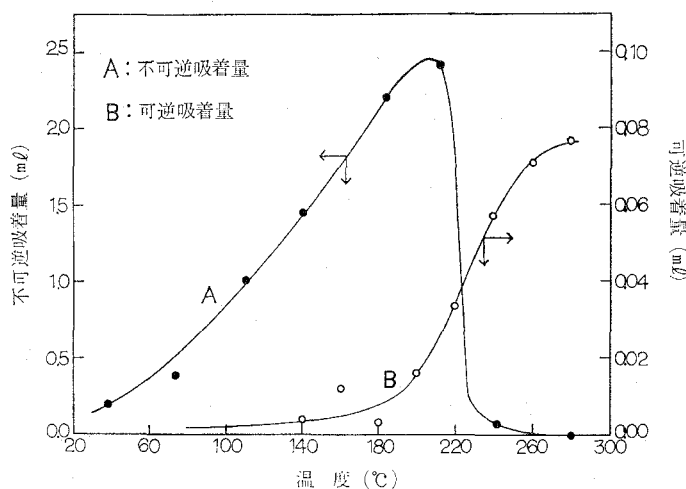


図 3 可逆吸着および不可逆吸着酸素量の温度依存性

つぎにピーク b のテーリングが大きいので正確な吸着熱は elution curves の解析により求めなければならないが、便宜的にみかけの吸着熱を保持時間と温度の関係から次式²¹⁾によって求めてみた。

$$\frac{\mu}{T} = C \left(\frac{R}{v_g} \right) n_B e^{\frac{Q}{RT}} = C' e^{\frac{Q}{RT}} \quad (C: \text{定数}) \quad (1)$$

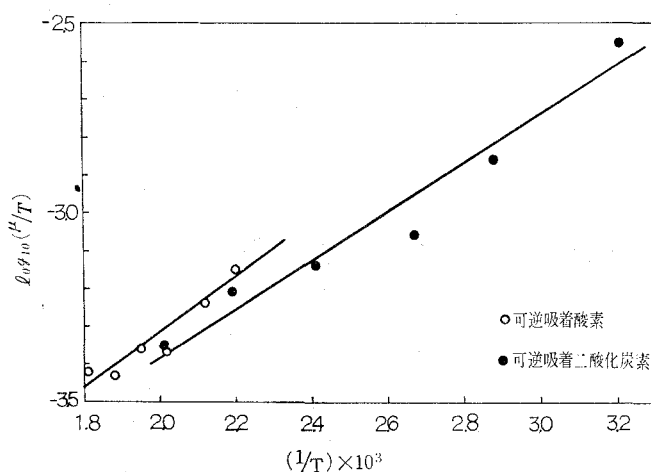
ここで $\mu = (t_R - t_R^0)/t_R$, t_R^0 : 吸着媒に対し親和力のない気体の保持時間 (窒素), t_R : 保持時間, T : 温度 (°K), R : 気体定数, v_g : カラム中の真の容積 (mℓ), n_B : 吸着媒表面に試料が単分子層を形成するに要するモル数 (mol/g), Q : 吸着熱 (cal/mol), C' : 系によって定まる定数。

表 1 保持時間の測定結果 (酸素)

Temp. (°C)	t_R^0 (mm)	t_R (mm)
182	93.3	123.3
202	88.5	112.9
223	93.6	113.6
240	90.8	110.9
260	92.7	111.2
280	95.0	115.0

表 2 保持時間の測定結果 (二酸化炭素)

Temp. (°C)	t_R^0 (mm)	t_R (mm)
39	116.5	217.9
74	118.0	174.8
101	112.4	152.0
142	110.0	143.4
183	108.8	139.7
224	110.0	134.4

図 4 $\log_{10}(\mu/T)$ vs $1/T$

可逆吸着酸素と窒素の保持時間の測定結果 (表 1) を用いて, $\log_{10}(\mu/T)$ vs $1/T$ のプロット (図 4) を行ない, みかけの吸着熱 3.5 kcal/mol が得られた。これによれば可逆吸着酸素はきわめて弱い吸着種であると推定される。

3.2 二酸化炭素の吸着

前報¹⁾ で二酸化炭素は酸化性銀触媒にのみ吸着することを報告した。この事実に基づき以下の実験は所定の測定温度で充分酸素を吸着させた銀触媒上で行なった。得られたクロマトグラムの形状は図 5 に示した。32°C では初回の二酸化炭素パルスに対応するクロマトグラムは 2 つのピーク (a' と b') をもち, さらにパルス注入を続けるとピーク b' は消滅し, テーリングの大きいピーク a' のみとなって形状は安定した。130°C では形状一定となっても b' は消えず, 230°C 以上では初回パルスで小さいテーリングをもつピーク a' のみの一定形状を示した。一方, 初回パルスに対応したクロマトグラム全面積が, 形状の一定となった時の全面積 (注入二酸化炭素量に等しい) にくらべ, 明らかに小さいことから不可逆吸着二酸化炭素の存在が知られた。一方ピーク a', ピーク b' はそれぞれ非吸着二酸化炭素, 可逆吸着二酸化炭素である (窒

素注入時のピークとピーク a' の保持時間比は 0.995~1.002 で一致しており, a' と b' の両ピークが共に二酸化炭素であることは活性炭カラムで確認した)。クロマトグラムの面積測定から二酸化炭素の不可逆吸着量, 可逆吸着量を算出し, 温度に対しプロットすると図 6 の A, B となった。不可逆吸着量は 80°C 付近で極大となり, 高温で程小さく, 220°C 以上ではきわめて微量となった。可逆吸着量は 135°C 付近で極大となり高温で程減少したが, 280°C でも存在することが知られた。220°C は大気圧下の炭酸銀の分解温度 (218°C) と一致し, 吸着酸素の存在しない銀上には吸着しない事実¹⁾から, 不可逆吸着二酸化炭素は炭酸銀あるいはそれに近い結合によって吸着残留したものと考えられる。

つぎに可逆吸着二酸化炭素の保持時間の測定結果を表 2 に示した。これを用いて (1) 式により吸着熱を求めると (図 4 参照) 3.0 kcal/mol となり, 可逆吸着酸素と同様極めて弱い吸着種であると思われる。還元銀上では可逆吸着二酸化炭素を認められないから, これもまた銀—酸素—二酸化炭素の結合に関与していると考えている。

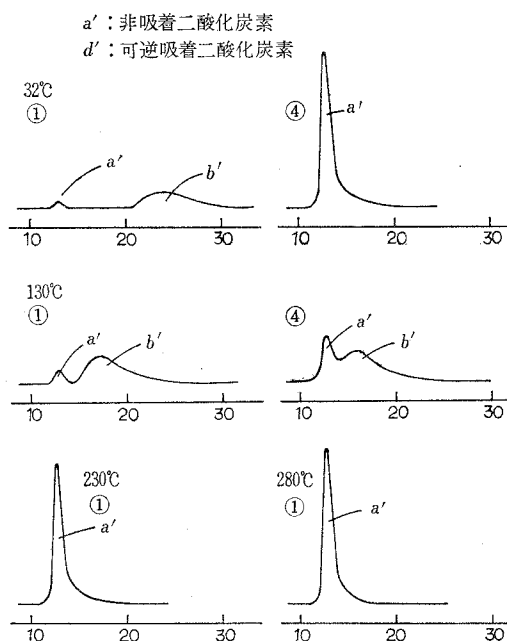


図 5 流出クロマトグラムの形状 (二酸化炭素)
(横軸目盛—パルス注入後の時間 (min))
および○内の数字はパルス回数を示す)

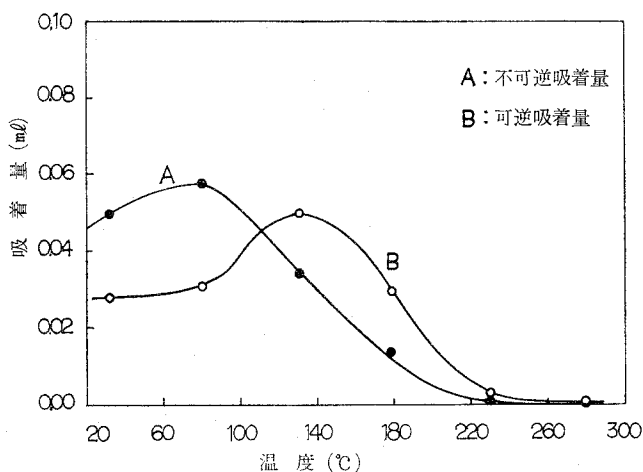


図 6 可逆吸着および不可逆吸着二酸化炭素量の温度依存性

以上の結果、二酸化炭素のエチレン酸化反応における役割に二つあることが推定され、これまでの実験結果^{7),8)}と符合させると、不可逆吸着二酸化炭素は炭酸銀を形成し、触媒毒として作用し、可逆吸着二酸化炭素は原子状吸着酸素イオン（またはラジカル）と結合して CO_3^- を形成し、反応抑制¹⁾に関与していると結論される。

3.3 不可逆吸着酸素と可逆吸着酸素の反応性

不可逆吸着酸素の反応性は、銀触媒に充分不可逆吸着酸素を吸着させたのち、純エチレン 0.5 ml をパルス注入し、2.2の方法で測定した。しかし、生成した二酸化炭素の一部が不可逆吸着するために低温域で物質収支が悪い。このため本項の全測定はあらかじめ不可逆吸着二酸化炭素を吸着残留させて行なった。これまでの結果では^{4),5),8)}、不可逆吸着二酸化炭素の存在は吸着酸素原子を捕捉することになるので、若干選択率の上昇が起る。しかしこの効果はそれほど大きくはないので考慮の対称から除外した。

測定結果を図7に示した。エチレンオキシドへの転換率は160°C付近で、二酸化炭素への転換率は210°C付近で最大となった。選択率は高温程減少した。

一方可逆吸着酸素の反応性は単独では測定できない。したがって不可逆、可逆および気相酸素の共存下で測定し、図7との比較により考察した。試料にはエチレン7.58%を含む空気混合ガスを用い、その5.0 ml をパルス注入した。この測定結果を図8に示した。エチレンオキシドへの転換率は240°C付近で最大となり、二酸化炭素への転換率は高温度程上昇するのみであった。選択率は180~240°Cでほぼ一定で、さらに高温では減少し、図7にくらべ全般的に高い。

図7においてエチレンオキシドへの転換率曲線が二酸化炭素へのそれより図3のAと良い対応を示している。また図7と図8の比較から、可逆吸着酸素が存在すると選択率が高くなっ

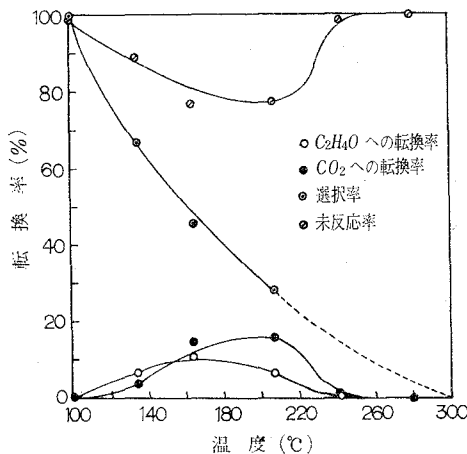


図7 不可逆吸着酸素とエチレンの反応

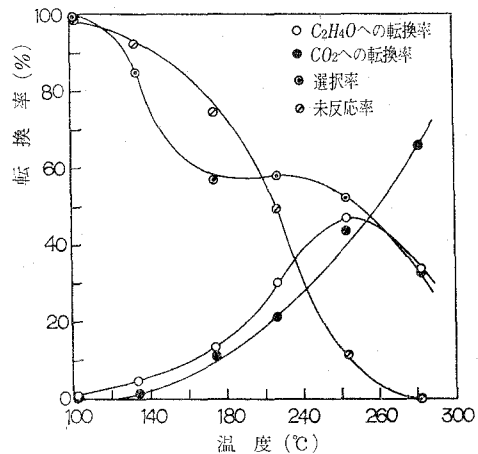


図8 可逆、不可逆、気相酸素共存下のエチレン酸化反応

ている。これらの結果から、強吸着酸素（不可逆吸着酸素）は二酸化炭素生成により大きく寄与し、可逆吸着酸素はエチレンオキシド生成により大きく寄与していると考えられる。換言すれば、銀表面上の酸素濃度の高い程エチレンオキシドは生成しやすくなると考えられる。パルス反応法による選択率と酸素とエチレンの分圧比の関係（測定結果）からもこの事実は確認されており⁷⁾、流通系による実験においても同様の傾向を認めている²²⁾。

最後に、不可逆吸着酸素量の小さい温度領域でエチレン酸化反応が良く進行することから、220°C 以上における吸着酸素（両吸着種とも）の寿命は短いと推察される。すなわちエチレン酸化反応進行中の銀触媒表面は還元面に近いと考えられる。図3の最大全吸着量をこの触媒の最大吸着能1とすると、230°C、250°C、280°Cにおけるその吸着能はそれぞれ0.08、0.04、0.03となり上記の推定を可能ならしめている。

(昭和48年5月21日受理)

引用文献

- 1) 菖蒲明巳・伊東良将・金塚高次・加納久雄：室蘭工大研報，7，767 (1972).
- 2) 菖蒲明巳・加納久雄：日化，1819 (1972).
- 3) 菖蒲明巳・鈴木祥史・加納久雄：日化，1792 (1973).
- 4) 菖蒲明巳・渋谷吉昭・吉田 忠・加納久雄：日化，2063 (1973).
- 5) 加納久雄・鈴木祥史・菖蒲明巳：室蘭工大研報，7，713 (1972).
- 6) 菖蒲明巳・吉田 忠・加納久雄：触媒，14，1 P (1972).
- 7) 菖蒲明巳・沼辺明博・原納淑郎・井本立也・加納久雄：触媒，14，201 P (1972).
- 8) 菖蒲明巳・沼辺明博・渡辺雄三・加納久雄：日化，2071 (1973)；日化第27年会特別討論会予稿，377 (1972).
- 9) A. Ayame, A. Numabe, T. Kanazuka, H. Kano: Bull. Japan. Petrol. Inst., 15, 142 (1973)；日化第26年会予稿 I, 1 (1972).
- 10) G. H. Twigg: Trans. Faraday. Soc., 42, 284 (1946).
- 11) W. W. Smeltzer: Can. J. Chem., 34, 1046 (1956).
- 12) Y. L. Sandler, D. D. Durigon: J. Phys. Chem., 69, 4201 (1965).
- 13) 安盛岩雄・田積隆義・笹本 忠：触媒，10，174 P (1968).
- 14) 佐藤教男・瀬尾真浩：電気化学，38，649 (1970).
- 15) K. Tamaru: Bull. Chem. Soc. Japan, 31, 666 (1958)；Trans. Faraday Soc., 55, 824 (1959).
- 16) J. A. Allen, P. H. Scaife: Aust. J. Chem., 19, 715 (1966).
- 17) 林 弘・乾 智行・新宮春男：日化第22年会 (1969)，06315.
- 18) 加納久雄・菖蒲明巳：室蘭工大研報，4，871 (1964).
- 19) A. F. Benton, L. C. Drake: J. Amer. Chem. Soc., 56, 255 (1934).
- 20) 鹿川修一・徳永栄之・清山哲郎：工化，71，775 (1968).
- 21) “実験化学講座（続9）”：丸善 (1965)，p. 520.
- 22) 菖蒲・他：未発表。

横型攪拌槽内液のフローパタン

安藤 公二・村守 俊昭・及川 郁朗

Flow Patterns of Liquid in the Horizontal Stirred Vessel

Koji Ando, Toshiaki Muramori and Ikuro Oikawa

Abstract

The flow patterns of agitated liquid in the horizontal stirred vessel without baffles were measured by the photographic method.

It is found that the discharged-flow from the impeller circulates in the each vessel divided by the impeller and then returns to the impeller.

I. 緒 言

横型攪拌槽の操作特性に関する研究は、Ganz らのガス吸収装置としての一連の研究以後についても、若干の報告^{1)~17)}がある。しかし、その基礎となるフローパタンに関する研究について公報されたものは見あたらない。

本研究は、横型攪拌槽内液中のトレーサー粒子軌跡の写真撮影を行ない、槽内液のフローパタンに関する定性的知見を得た。

II. 実験装置および実験方法

実験装置の概要を図-1に示した。攪拌槽は、筆者らの本装置に関する一連の研究^{10)~17)}に用いた幾何学的に相似な槽の内、一番大型の槽と同じ寸法であり、透明アクリル製である。攪拌翼は、タービン型8枚羽根を用いた。装置の型状、寸法比も前報^{10)~17)}と同様である。

トレーサー粒子の流跡の写真撮影法は、縦型攪拌槽について行なった Sachs ら¹⁸⁾、永田ら¹⁹⁾の方法に準じている。すなわち、装置を暗黒中で操作し、スリット光線で照射した断面を、その断面と直角方向より撮影した。槽内の撮影断面を、図-1に示したごとく、スリット光線の照射位置によって、a), b), c) として表示する。トレーサー粒子は、0.8~1.0 mm ϕ に粉碎、篩分けした比重 1.16 のナフタリン粒を用い、槽内液に食塩を加えて、トレーサー粒子とほぼ比重を等しくした。粒子混入割合は、攪拌液 1 ℓ に対して、0.25~0.3 g である。カメラのレンズ絞りは $F=1.8$ 、シャッタースピードは 1/8 sec (羽根回転速度 $N < 100$ r.p.m.), 1/15 sec ($N > 100$ r.p.m.) である。羽根回転速度 N が 300 r.p.m. 以上になると、槽内に多量の気泡を生じ、光が気泡に散乱されて、本法では撮影不能であった。

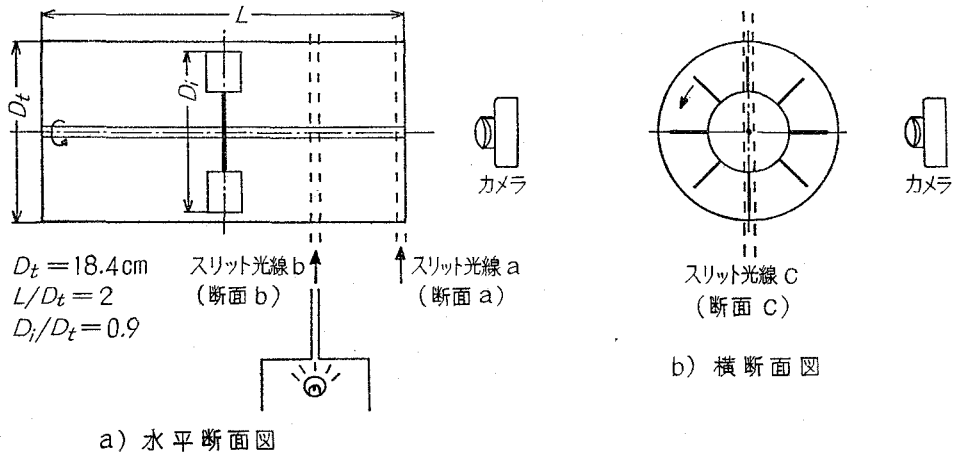


図-1 実験装置

III. 実験結果

撮影した断面写真の代表例を、写真-1~7に示した。また、写真-1~3の右側にトレーサ流跡をモデル化して示した。流線方向を矢印で示し、多くの点で示されている部分は、紙面に垂直な流線を表示している。

III.1 主循環流

比較的液量率の大きい場合の例として示した写真-1~3は、液量率、羽根回転速度共等しく、撮影断面のみが異なっている。これ等の写真から、主要な流線をたどると、図-2のa)にモデル的に示したように、攪拌羽根に戻る主循環流となる。図中、循環流(1)は、羽根の回転によって加速され、槽端に到達する。その場所は、写真-1のモデル図中(イ)の部分に示されている。その後、槽端壁面にそって移動し、攪拌軸に2分されて、槽底にて合流する。写真-1のモデル図中(ロ)に、その合流点が現われている。合流した流れは、その後、槽底部を攪拌翼方向に向う、写真-2, 3のモデル図中(ハ)の部分に、この様子が現われている。最後に、攪拌翼の中心部に入り、羽根によって加速されて、羽根先端部から再び循環を開始する。

液量率 ϵ (槽内液と槽容積の比)が小さくなるにしたがい、循環流(1)の上、下の差が小さくなり、図-2の(b)に示したような、平面的な循環流(2)で表わされる。写真-4~6は液量率 $\epsilon =$

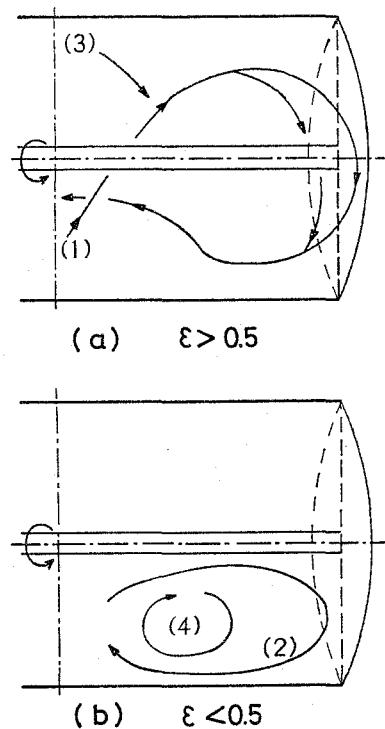
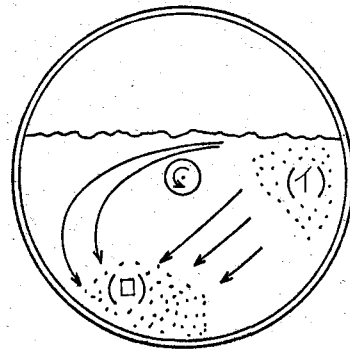
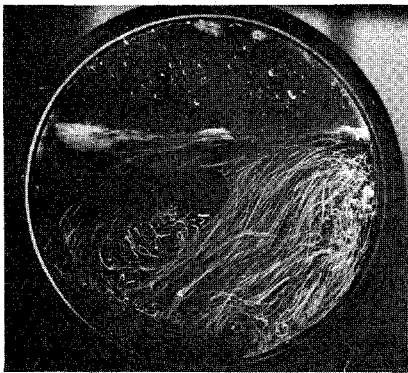
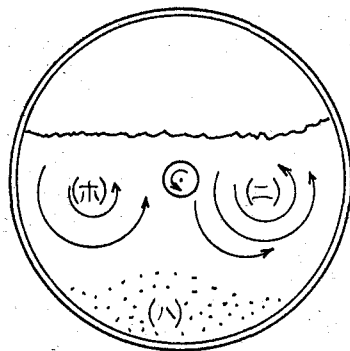
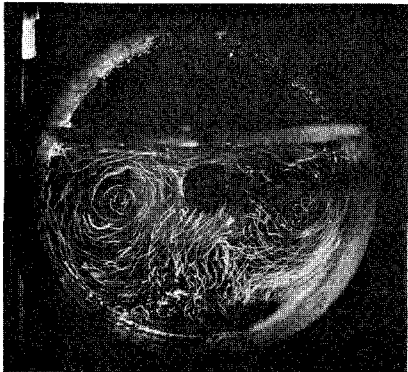


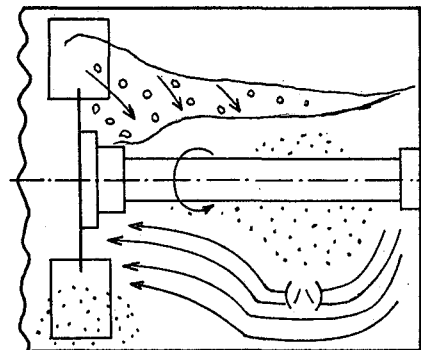
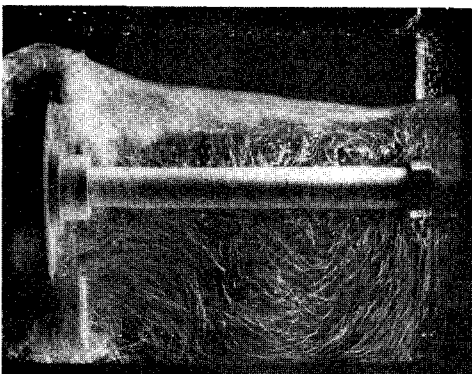
図-2 フローパタンの概要図



写真—1 断面 (a) $N=80$ r.p.m. $\varepsilon=0.75$



写真—2 断面 (b) $N=80$ r.p.m. $\varepsilon=0.75$



写真—3 断面 (c) $N=80$ r.p.m. $\varepsilon=0.75$

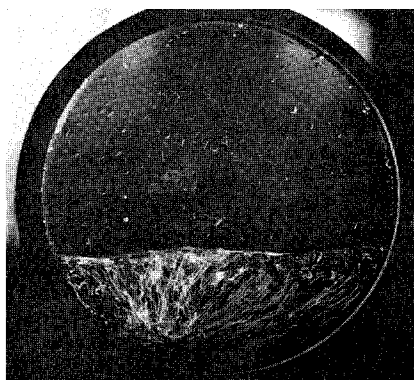


写真-4

断面 (a) $N=100$ r.p.m. $\varepsilon=0.25$ 

写真-5

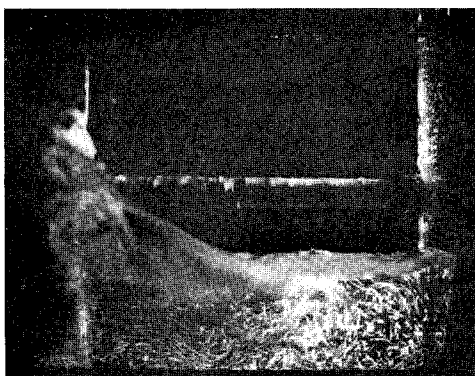
断面 (b) $N=100$ r.p.m. $\varepsilon=0.25$ 

写真-6

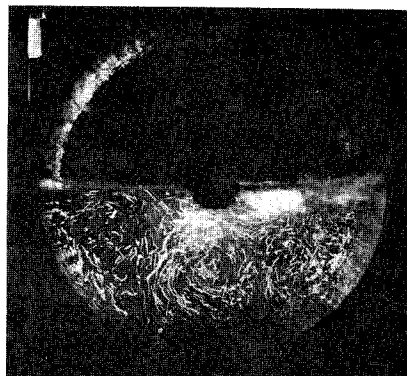
断面 (c) $N=100$ r.p.m. $\varepsilon=0.25$ 

写真-7

断面 (b) $N=100$ r.p.m. $\varepsilon=0.5$

0.25 の場合であり、循環流 (2) がよく現われている。すなわち、断面 (a) を示す写真-4 に於いては、槽端面の流れが、また断面 (b) を示す写真-5 に於いては、紙面に垂直の流れが現われている。 ε が 0.5 より小さい場合は、循環流 (2) のモデルでほぼ近似出来る。

III.2 その他の流れ

以上、図-2 に示した循環流 (1), (2) がもっとも基本的な流れであるが、攪拌羽根の回転速度が大きくなるに従って、図-2 の (a) に流れ (3) として示したように、羽根に巻き上げられた液体が、速度を失って、循環流 (1) の槽端に向う流れと、攪拌翼に向う流れとに合流する。この翼と槽端との中間部は、特に流れの少ない部分であり、この部分には通常、主循環流に伴われて小さな渦が存在する。この渦は、写真-2 のモデル図中 (ニ), (ホ) に見られるように、液量率 ε が比較的大きい場合には普通 2 個存在する。渦の回転方向は、液量率、攪拌羽根の回転速度によって変化し、一定でない。液量率が小さくなると、写真-5, 7 にみられるように、ごく小さな渦が現われるのみである。ただし、液量率の小さい場合には、図-2 の (b) に流れ (4) で示したよう

に、主循環流(2)の中心部に、部分的な循環流れが一つ観察される。

槽内液の流れは、羽根回転速度が異なっても、本実験範囲 ($N=50\sim 250$ r.p.m.) では、上述の結果とほぼ同様の挙動を示した。しかし、攪拌羽根回転速度が増大するにしたがい、図-2の(a)に示した流れ(3)の程度が大きくなり、液中の気泡量が増大し、槽内液のフローパターンは複雑さを増すと共に、写真の映像もわるくなる。本実験で撮影した写真の攪拌槽内液流動状態は、ガス吸収装置としての横型攪拌槽の効率の高い操作領域である A_1 状態⁹⁾ ではあるが、実用操作条件^{11),13)} としては、フルード数が小さい領域である。図-2に(1), (2)として示したように、攪拌羽根によって加速された液が、攪拌羽根によって区分された左右の槽を、それぞれ一巡し、再び攪拌翼にもどって合流するといった基本的フローパターンが本研究によって明らかとなった。この流れの挙動が、攪拌羽根の回転速度が大きい領域に於いても保たれるものとすれば、著者らが先に示した横型攪拌槽内液の混合モデル¹⁰⁾ を支持する結果を与えている。

IV. 結 論

横型攪拌槽内液中のトレーサー粒子軌跡の写真撮影を行ない、槽内液の流れの挙動について定性的な検討を行なった。その結果、図-2に(1), (2)として示したように、攪拌羽根によって加速された液が、攪拌羽根によって区分された左右の槽を、それぞれ一巡し、再び攪拌翼にもどって合流するといった基本的フローパターンが本研究によって明らかとなった。

(昭和48年5月19日受理)

文 献

- 1) 村田芳治: 化学工学, **31**, 1194 (1967).
- 2) 美坂康有: 北海道大学学位論文 (1967).
- 3) 玉木康夫・高木外次: 化学工学協会東北大会講演要旨集, p. 18 (1966).
- 4) 玉木康夫・伊藤四郎: 化学工学協会第2回秋季大会講演要旨集, C 102 (1968).
- 5) 玉木康夫: 化学工学協会東北大会講演要旨集, p. 1 (1970).
- 6) 玉木康夫・原田英二・堀 利夫・伊藤四郎: 化学関係学会協会連合東北地方大会(化学工学部門)講演要旨集, 13 (1971).
- 7) 玉木康夫・伊藤四郎: 化学工学協会第37年会講演要旨集, G 104 (1972).
- 8) 玉木康夫・原田英二・小関公範・藤島雅嗣: 化学工学協会東北大会講演要旨集, B-26 (1972).
- 9) 安藤公二・原 弘・遠藤一夫: 化学工学, **35**, 466 (1971).
- 10) 安藤公二・原 弘・遠藤一夫: 化学工学, **35**, 806 (1971).
- 11) 安藤公二・原 弘・遠藤一夫: 化学工学, **35**, 1379 (1971).
- 12) 安藤公二・八柳正弘・内藤憲良・田保英明: 室工大研報(理工編), **7** (2), 483 (1971).
- 13) 安藤公二・田保英明・遠藤一夫: J. Chem. Eng. Japan, **5**, 193 (1972).
- 14) 安藤公二・遠藤一夫: 化学工学, **36**, 1151 (1972).
- 15) 安藤公二・武田 力・高森憲雄・村守俊昭: 室工大研報(理工編), **7** (3), 777 (1972).
- 16) 安藤公二・高畑賢一・園 優雄・松平幹雄: 室工大研報(理工編), **7** (3), 785 (1972).
- 17) 安藤公二・遠藤一夫: 化学工学, **37**, 527 (1973).
- 18) Sachs, J. P. and J. H. Rushton: Chem. Eng. Prog., **50**, 597 (1954).
- 19) 永田進治・山本一夫・橋本健治・成瀬雄二: 化学工学, **24**, 99 (1960).

横型攪拌槽の連続操作法に関する研究

福田隆至*・井戸川 清*
佐藤光二*・安藤公二

Studies on the Method of Continuous Operation in a Horizontal Stirred Vessel

Takashi Fukuda*, Kiyoshi Idogawa*, Koji Satoh*
and Koji Ando

Abstract

Experiments were conducted on the pressure drop of the gas flowing through the vessel, which was related to the stability of continuous flow of gas and liquid, and to the amount of entrainment in the exit gas, over wide range of the volumetric ratio of liquid in the vessel.

Results obtained were as follows:

By setting baffles in the vessel, the pressure drop was lowered markedly and it is proved that this equipment can be operated continuously in practical use. Also, some information on the improvement of the equipment design was obtained.

I. 緒 言

横型攪拌槽は、気・液接触能力が非常に大きく、さらに、槽内の通気ガス圧力損失が小さいこと、また、気体および液体のホールドアップの選択が比較的自由といったすぐれた特長を有しており、既存の気・液接触装置ではその適用に制限のあったような分野にも利用しうる装置として、開発が期待されている。

本装置の実用化実験に関しては、液ホールドアップ、すなわち槽内液量率の小さい領域について、3,000 r.p.m. に及ぶ高速回転を扱う Ganz ら^{1),2)}、および美坂ら³⁾ の気・液連続操作による一連の研究がすでに報告されている。一方、筆者らの回分装置による実験結果^{4)~6)} は、横型攪拌槽の気・液接触能力が、液量率の増加とともに増大することを示している。したがって、高い液量率で、しかも気・液両相について連続式の安定した操作法の確立が、本装置を実用化する上できわめて重要である。

本研究は、横型攪拌槽の具体的な応用研究に先立ち、槽内液量率の広い範囲について、安

* 北海道工業開発試験所

* Government Industrial Development Laboratory, Hokkaido, Sapporo, Japan.

定な連続運転の操作範囲を実験的に求め、さらに、槽内に邪魔板を取り付ける事により、安定な操作範囲の拡大を試みた。

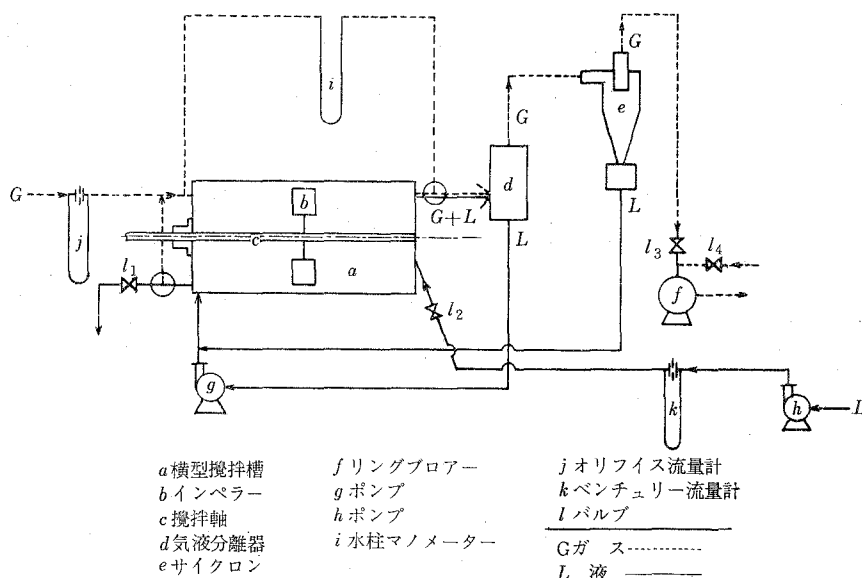


図-1 実験装置の概要

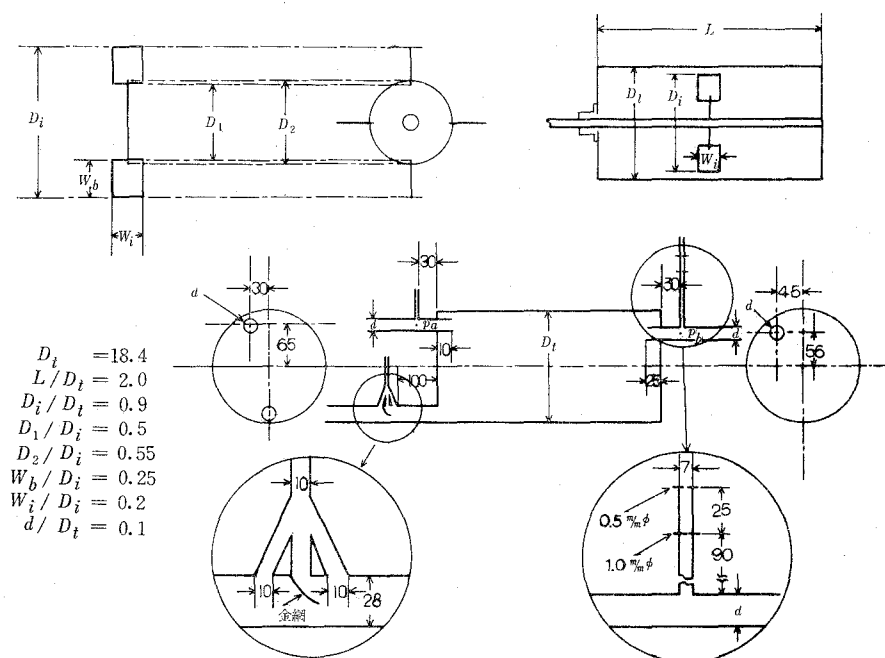


図-2 横型攪拌槽への流体出入管部およびマンノメーター取付部の詳細

II. 実験装置および実験方法

実験装置のフローシートを図-1に示した。横型攪拌槽本体 a および攪拌羽根 b はさきに、回分槽の実験に著者らが用いた幾何学的相似槽^{4)~6),8)}のうち、一番大型のものとほぼ同一寸法である。その形状、寸法の詳細を図-2に示した。通気時の槽内ガス圧力損失を、ガスの入口管上の P_a 点 (図-2 参照) と出口管上の P_b 点とに接続された差圧計 i により測定した。図-2には、 P_a 点および P_b 点近傍の詳細な寸法も示している。差圧計の液面の変動を小さくするため、同図に示したような穴あき仕切り板を導管に取りつけた。しかもなお差圧計の液面が変動する場合には、その平均値を目測で読みとった。気・液分離器 d へのガス入口高さを、槽のガス出口よりやや低くし、この間の液の滞留を出来るだけ少なくするようにした。

III. 実験結果

III-1 ガス連続系における槽内のガス圧力損失

本装置を気・液連続系で運転したところ、比較的液量率および攪拌羽根回転速度が小さい場合は、安定した運転が可能であった。しかし、液量率、羽根回転速度が大きくなるにしたがい、出口ガスに槽内液が同伴され、槽内のガス圧力損失 p (P_a , P_b 点の差圧) が増加、変動し、さらに、液流量の制御も困難となった。装置内のガス圧力損失の程度が、送風機の機種選定の目安となることは言うまでもないが、さらに本実験では、本装置の気・液連続操作の安定性および出口ガスによる槽内液同伴量にも関連する index として、槽内圧力損失を測定した。この場合、上記のような不安定状態においては、液量率を所定の値に保持する事がきわめて困難であったので、以下の実験ではすべて液側は回分式で行なった。

III-1-1 圧力損失と操作条件との関係

マノメーターの差圧の読み h と攪拌羽根回転速度 n との関係を示す図-3に例示した。 h は、 n が等しい場合、見かけガス流速 u_G (槽断面積あたりの線速度) が大きいほど大きく現われている。 h と n との関係は、単純ではないが、異なる u_G について同様の傾向が現われている。すなわち、 h は $n=0$, 2.5 r.p.s. に於いて

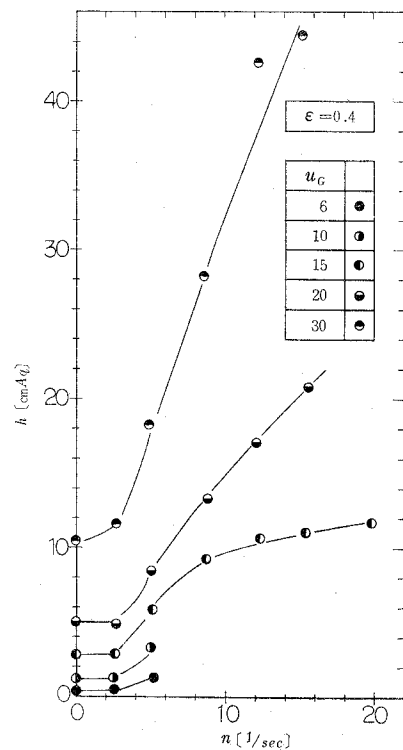


図-3 種々の u_G における h と n の関係 ($\varepsilon=0.4$)

は、同一の u_g について、ほぼ同じ値を示している。
この領域では、図-1 に示した気・液分離器 d およびポンプ g は不用であり、安定した連続操作が可能であった。 n が 5 r.p.s. より大きい領域では、 h は n の増大にしたがい増大しているが、それぞれの u_g について、ある一定値に近づく傾向を示している。同様の傾向が、液同伴量についても、観察により認められた。

攪拌羽根が回転していない場合、すなわち $n=0$ における h と u_g との関係を、異なる液量率 ε を含め図-4 に示した。図より明らかなごとく、 h は ε には依存せず、 u_g^2 に比例して増加している。すなわち、図-3 の $n=0 \sim 2.5$ r.p.s. に現われている h は、操作条件には無関係に、装置の形状によって定まる圧力損失に起因するものと考えられる。この種の圧力損失として考えられるものを列記して、Euler Number のオーダーを試算すると下記のごとくなる。

(1) 管路断面積の急激な拡大および収縮による圧力損失

図-5 に示したような装置について試算する。本実験装置の場合は、図-5 の装置と多少異なり、ガスの入口および出口管の位置が槽端面の中心より上部にある。また、液が槽内に入っている場合、ガスの通路は円ではなくなるが、計算結果のオーダーは、ほぼ等しいと考えられる。

(1-1) 断面積拡大の場合の圧力損失: p_{1-1}

$$p_{1-1} = \frac{(u_g - u_g)^2 \rho}{2g_c} = \frac{(1 - u_g/u_g)^2 u_g^2 \rho}{2g_c} \quad (1)$$

$$\frac{u_g}{u_g} = \frac{1/D_t^2}{1/d^2} \div 1 \times 10^{-2} \ll 1 \quad (\text{図-5 参照}) \quad (2)$$

$$\therefore \frac{p_{1-1} g_c}{\rho u_g^2} \div \frac{1}{2} \left(\frac{u_g}{u_g} \right)^2 \div 0.5 \times 10^4 \quad (3)$$

(1-2) 断面積収縮による圧力損失: p_{1-2}

$$p_{1-2} = \xi \frac{u_g^2 g}{2\rho_c} \quad (4)$$

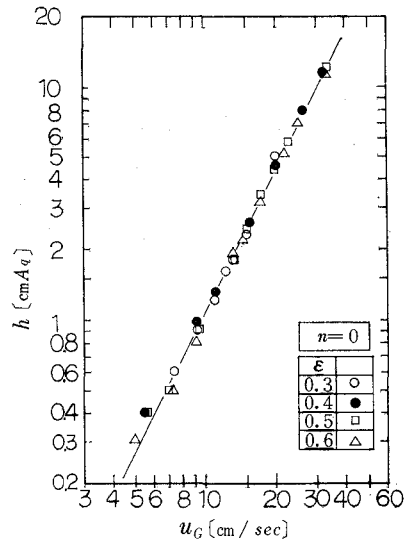
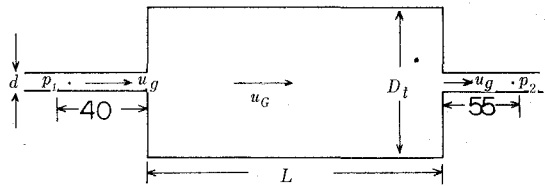


図-4 攪拌しない場合の h と u_g の関係



$$L = 2 \cdot D_t$$

$$D_t = 18.4 \text{ cm} \quad d = 1.8 \text{ cm}$$

図-5 圧力損失計算の基礎諸元

$$\xi^7) = 0.56 \quad (5)$$

$$\therefore \frac{p_{1-2} g_c}{\rho u_G^2} = 0.56 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{u_g}{u_G} \right)^2 \div 0.3 \times 10^4 \quad (6)$$

式(3), (6)より

$$\frac{p_1 g_c}{\rho u_G^2} = \frac{p_{1-1} g_c}{\rho u_G^2} + \frac{p_{1-2} g_c}{\rho u_G^2} \div 0.5 \times 10^4 + 0.3 \times 10^4 = 0.8 \times 10^4 \quad (7)$$

(2) 管内の摩擦損失: p_2

(2-1) 攪拌槽内の摩擦損失: p_{2-1}

$u_G = 10$ cm/sec, $\varepsilon = 0.5$ に対応する面積の円管として計算すると

$$Re(D_i u_G \rho / \mu) \div 1300 \quad \therefore \text{層流として}$$

$$\frac{p_{2-1} g_c}{\rho u_G^2} = \frac{32 \mu L}{\rho D_i^2 u_G} \quad (8)$$

$$= \frac{(32)(180 \times 10^{-6} \text{ poise})(18.4 \times 2 \text{ cm})}{(1.29 \times 10^{-3} \text{ g/cm})(18.4 \text{ cm})^2 (10 \text{ cm/sec})} \div 5 \times 10^{-2} \quad (9)$$

(2-2) ガス入口管および出口管内の摩擦損失: p_{2-2}

$$Re(d u_g \rho / \mu) \div 13000 \quad \therefore \text{乱流として}$$

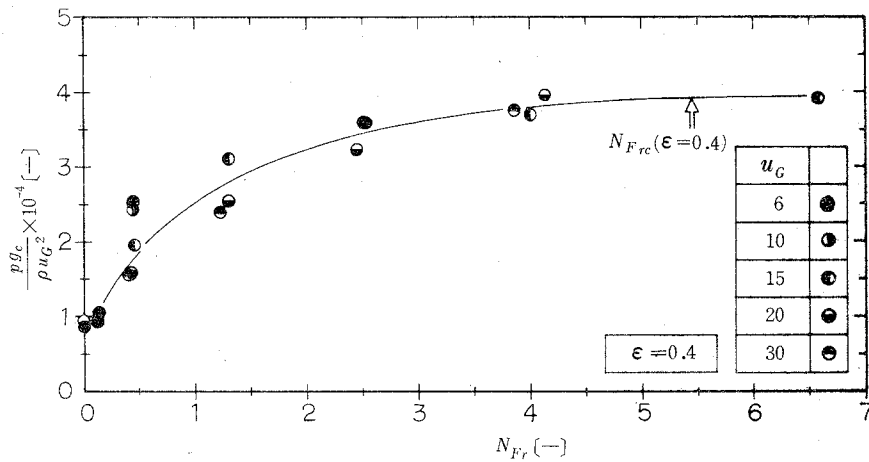
$$\frac{p_{2-2} g_c}{\rho u_G^2} = \frac{2fL}{d} \cdot \left(\frac{u_g}{u_G} \right)^2 \quad (9)$$

$$= \frac{(2)(0.005)(4+5.5 \text{ cm})}{(1.8 \text{ cm})} \cdot (10^2) \div 0.05 \times 10^4 \quad (9')$$

一方、図-4より $p g_c / \rho u_G^2 \div 0.9 \times 10^4$ が得られる。この値は、上記計算の(1)管路断面面積の急激な変化による圧力損失の計算結果を示す(7)式 $p_1 g_c / \rho u_G^2 = 0.8 \times 10^4$ の値とほぼ等しい。すなわち、図-3に現われている $n=0$ および 2.5 r.p.s. における h は、(1)の理由による圧力損失が主因であると考えられる。したがって、槽入口管および出口管の管径ならびに槽との接続部の形状を改良する事により、これを小さく出来ると考えられる。

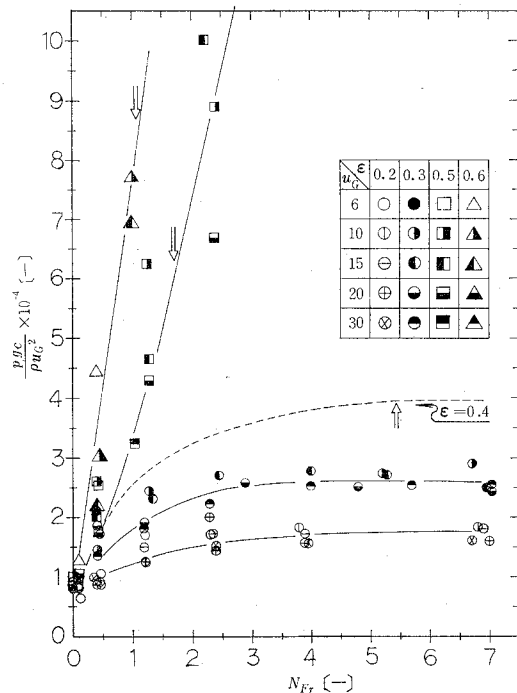
図-3のたて軸の h を $p g_c / \rho u_G^2$ に換算し、横軸の n を、槽内の流動状態を規定する⁸⁾フルード数 $N_{Fr} (= n^2 D_i / g)$ に変換して、 $p g_c / \rho u_G^2$ と N_{Fr} との関係として図-6に示した。同図より明らかなごとく、 $n=0, 2.5$ r.p.s. に対応するフルード数、 $N_{Fr}=0, 0.1$ 以外の測定値についても、 $p g_c / \rho u_G^2$ は u_G に無関係に N_{Fr} のみの関数として現われている。異なる液量率について、 $p g_c / \rho u_G^2$ と N_{Fr} との関係を図-7に示した。 N_{Fr} の増加とともに $p g_c / \rho u_G^2$ の増大する程度は、 ε が増大するにしたがい急激に大きくなっている。 $N_{Fr}=0$ に対応するたて軸の値、すなわち $(p g_c / \rho u_G^2)_{N_{Fr}=0}$ を起点とした $p g_c / \rho u_G^2$ の値の大きさが、気・液連続操作の困難さの程度を代表するとすれば、液量率の増加と共に、また、 N_{Fr} の増加とともに連続操作は困難となる。

回分系による本装置のガス吸収能力⁴⁾は、フルード数 N_{Fr} の増加とともに増大するが、装

図-6 $pg_c/\rho u_G^2$ と N_{Fr} との関係

置規模にはかわりなく、ある特定のフルード数 N_{Fr} (槽内流動状態の変化点⁸⁾ に対応) において極大となり、その後減少する。図-6、図-7 の図中に、各液量率に対する N_{Fr} を↑で示した。 N_{Fr} の値は、 ϵ の増加とともに減少するが、 $pg_c/\rho u_G^2$ もまた ϵ の増加とともに小さい N_{Fr} でより大きくなり、各液量率とも、 N_{Fr} にいたる前に、すでに $pg_c/\rho u_G^2$ は大きな値を示している。 $\epsilon=0.2, 0.3$ には、 N_{Fr} の値が示されていない。この液量率における吸収能力は、 N_{Fr} の増加とともに増大し、 N_{Fr} は本実験範囲では認められない。羽根の型は異なるが、Ganz ら^{1),2)} および美坂ら³⁾ は、本実験と類似の装置について、 $\epsilon < 0.3$ の領域での気・液連続系における運転に成功している。 $\epsilon=0.2, 0.3$ についての本実験結果も、 $pg_c/\rho u_G^2$ は N_{Fr} の広い範囲について比較

的小さく、連続系での安定な運転が期待出来ることを示している。しかし、本実験装置におけるガス吸収能力⁴⁾ は、 $\epsilon < 0.7$ の範囲においては、 ϵ の増加とともに増大する。しかも、 $\epsilon < 0.3$ の範囲では、吸収能力は ϵ の減少とともに著しく小さくなる。したがって、本装置活用のための

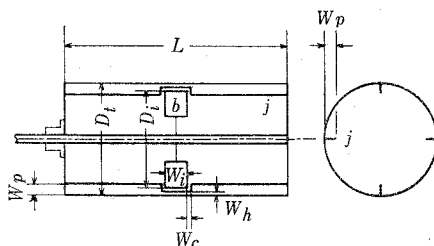
図-7 $pg_c/\rho u_G^2$ と N_{Fr} との関係におよぼす ϵ の影響

液量率範囲は⁴⁾、ガス吸収能力のみから評価すれば、 $\varepsilon=0.4\sim0.7$ となるが、上述のごとく、この領域で十分な吸収能力が期待される操作条件すなわち N_{Fr} に達する前に、 $pg_c/\rho u_G^2$ はすでに大きな値を示し、連続操作が困難となることがわかった。したがって、液量率、 N_{Fr} が共に比較的大きな領域においても、 $pg_c/\rho u_G^2$ が小さくなるような装置構造上の何等かの改良が必要である。この意味から装置内に邪魔板を取りつけ、槽内液流動状態の安定化をはかることによって、出口ガス中の液同伴量を少なくし、 $pg_c/\rho u_G^2$ を小さくすることを試みた。

III・1-2 $pg_c/\rho u_G^2$ におよぼす邪魔板効果

取り付けた邪魔板の概要を図-8に示した。 $\varepsilon=0.4$ について、邪魔板条件における $pg_c/\rho u_G^2$ と N_{Fr} の関係を図-9に示した。図中破線は、邪魔板のない場合に対応している。図より明らかなごとく、邪魔板によって、 $pg_c/\rho u_G^2$ が小さくなり、 N_{Fr} の広い範囲にわたって、安定した連続操作が期待出来る。

異なる液量率について、邪魔板条件下における同様の関係を図-10に示した。 $\varepsilon \leq 0.5$ においては、本実験範囲では、 $N_{Fr}=0$ を基準とした $pg_c/\rho u_G^2$ は小さいが、 $\varepsilon > 0.6$ では N_{Fr} の増加とともに急激に $pg_c/\rho u_G^2$ が増加している。この領域では、 N_{Fr} が増加すると、槽液内の気泡量の増加にともない、液面が上昇し、液面のみだれによって、ガス出口の高さ



$D_t = 18.4$	$W_c/D_t = 0.05$
$L/D_t = 2.0$	$W_h/D_t = 0.03$
$D_i/D_t = 0.9$	$W_i/D_t = 0.2$
$W_p/D_t = 0.1$	b インチ
$W_c/D_t = 0.05$	j 邪魔板
$W_h/D_t = 0.03$	
$W_i/D_t = 0.2$	

図-8 邪魔板の概要

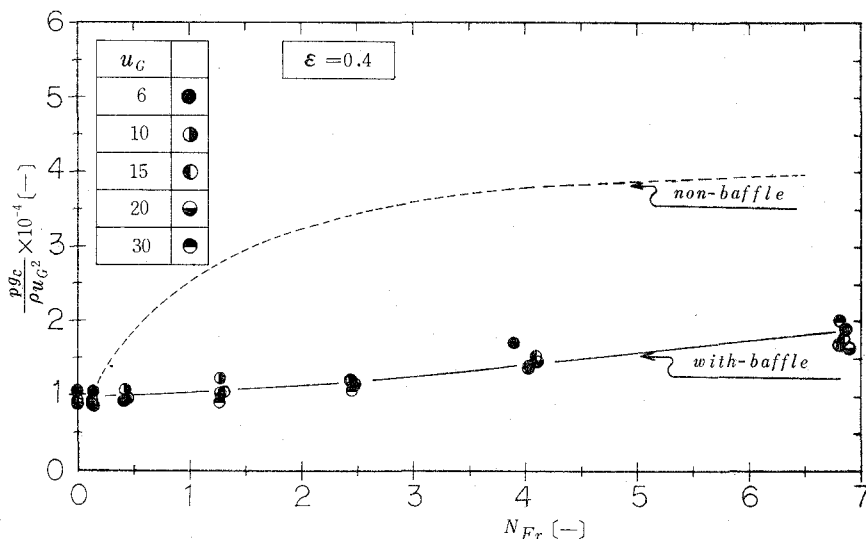


図-9 $pg_c/\rho u_G^2$ と N_{Fr} との関係におよぼす邪魔板効果

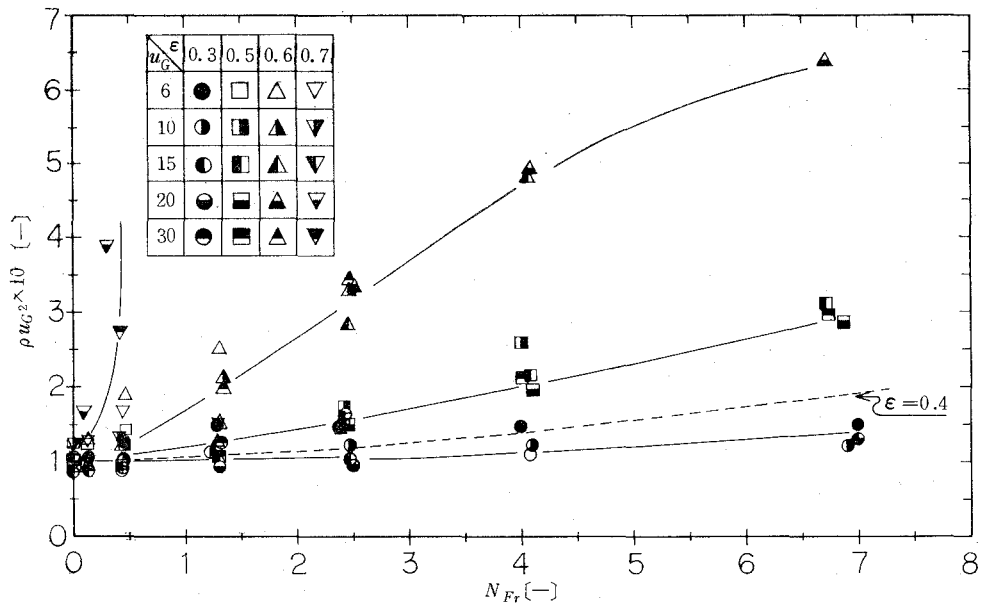


図-10 $pg_c/\rho u_G^2$ と N_{Fr} との関係におよぼす ϵ の影響 (邪魔板条件)

に達した液滴が、ガスに同伴されることによって、 $pg_c/\rho u_G^2$ が急増すると考えられる。したがって、ガス出口をより上部に取り付けることにより、 $\epsilon > 0.6$ についても、安定な操作範囲とすることが期待出来る。

邪魔板条件における気・液回分式でのガス吸収能力⁶⁾は、 N_{Fre} 以下のフルード数では、邪魔板のない場合の能力にほぼ等しく、 N_{Fre} 以上のフルード数では、その能力が低下することなく、 N_{Fre} 以下における吸収能力とフルード数との関係がそのまま延長される。したがって、邪魔板の取り付けにより、 $pg_c/\rho u_G^2$ の小さい領域が N_{Fr} の広い範囲に拡張され、 $pg_c/\rho u_G^2$ の小さい領域、すなわち、ガス連続操作の可能な領域が、実用に耐え得るガス吸収能力の大きい操作範囲を網羅することが可能となった。

III・2 液連続操作における問題と対策

液ホールドアップ、すなわち、所定の液量率をいかに安定に保つかが、液連続操作のポイントである。 N_{Fr} が大きく、かつ液量率が大きくなると、槽内液中の気泡が出口液に同伴され、これが出口液量の定量および制御を困難にする。連続運転の実験を行なった Ganz ら^{1),2)} の報告は、これ等の問題にふれていない。一方、美坂³⁾ は、この点に苦心し、液出口高さを変化させて、ホールドアップを変化させている。しかし、この場合のホールドアップは、同じ液出口高さでも、羽根回転速度、液流量、ガス流量によって変化し、所定のホールドアップに保つのではなく、操作条件によって規定されたホールドアップを測定して、それを実験条件としており、実用操作法としては不適當である。本実験では、出口液に同伴された気泡を、バルブ

(図-1, l_1) に入る以前に 図-2 に示したような簡単な仕掛けにより取りのぞき, 安定した出口液流量とホールドアップを得ることが出来た。なお, 実用装置における気液連続操作の場合には, より一層安定したホールドアップを保持するため, 液の供給, 排出方法について, さらに改良する必要がある。

IV. 結 言

横型攪拌槽の気・液連続操作法を確立するため, 連続操作の困難さに対応している通気側の槽入口, 出口間の圧力損失を主として測定し, 下記結果を得た。

- 1) 邪魔板のない槽に於いては, 液量率の増加および攪拌羽根回転速度の増大とともに, 圧力損失が増大し, ガス吸収能力の大きい実用の操作条件に至る前に連続運転が困難となる。
- 2) 槽内に 図-8 に示したような邪魔板を取り付ける事により, 圧力損失を著しく小さく出来た。また実用の操作条件に於いても連続運転が可能となった。邪魔板の形状, 装置内へのガス入口, 出口の位置等の改善により, 連続運転の可能な操作範囲を, さらに広く出来る可能性を示した。
- 3) 排出液中に同伴される気泡を, 槽出口直後に分離する方法についての一知見を得た。

〔付記〕 本研究は, 安藤が通商産業省工業技術院の流動研究員として招へいされ, 北海道工業開発試験所において行なわれたものである。本研究遂行のために御尽力いただいた北海道工業開発試験所第3部長三井茂夫氏, ならびに御指導をいただいた北海道大学工学部教授遠藤一夫先生に心から感謝いたします。

(昭和48年5月19日受理)

使 用 記 号

D_s : 攪拌羽根直径	[cm]
D_t : 攪拌槽直径	[cm]
d : ガス入口および出口管直径	[cm]
g : 重力加速度	[cm/sec ²]
g_c : 重力単位換算係数	[g·cm/G·sec ²]
h : マノメーターの読み	[cm·Aq]
L : 攪拌槽長	[cm]
N_{Fr} : 攪拌(液)フルード数 ($n^2 D_s/g$)	[—]
N_{Fra} : ガス吸収能力極大の N_{Fr}	[—]
n : 攪拌羽根回転速度	[1/sec]
p : 圧力損失	[G/cm ²]

Re :	レイノルズ数 ($D_t u_g \rho / \mu$ 又は $d u_g \rho / \mu$)	[—]
u_g :	ガス流速 (槽断面積あたりの線速度)	[cm/sec]
u_0 :	ガス流速 (ガス出入口管断面積あたりの線速度)	[cm/sec]
ε :	液量率 (槽内液体積と槽容積の比)	[—]
μ :	ガス (空気) 粘度	[g/cm·sec]
ρ :	ガス (空気) 密度	[g/cm ³]

文 献

- 1) Ganz, S. N.: Zh. Prikl. Khim., **30**, 1311 (1957).
- 2) Ganz, S. N. and M. A. Lokshin: Zh. Prikl. Khim., **31**, 191 (1958).
- 3) 美坂康有: 北海道大学学位論文 (1967).
- 4) 安藤公二・原 弘・遠藤一夫: 化学工学, **35**, 1379 (1971).
- 5) 安藤公二・八柳正弘・内藤憲良・田保英明: 室工大研報 (理工編), **7** (2), 483 (1971).
- 6) 安藤公二・田保英明・遠藤一夫: J. Chem. Eng. Japan, **5**, 193 (1972).
- 7) 化学工学便覧 (改訂三版), p. 110.
- 8) 安藤公二・原 弘・遠藤一夫: 化学工学, **35**, 466 (1971).

北海道産玻璃質岩の揮発性成分に関する研究*

1. 加熱減量

白幡浩志

Studies on the volatiles of holohyaline rocks from the Hokkaido

1. Weight loss on heating

Hiroshi Shirahata

Abstract

Volcanic glasses, consisting of obsidian, perlite and pitchstone, from Hokkaido, Japan have been researched with thermogravimetric analyses and techniques of heating at constant temperature.

The volatiles of perlite and pitchstone have rapidly been driven off by heating at temperatures below 500° or 600°C., but even if above the figure the volatile remains only a few tenths of a per cent, but is held with much greater tenacity. The volatile of obsidian has gradually been lost by heating until high temperature, except that it breaks into expulsion by heating at about 400°C. and 700°~800°C. The volatiles in perlite and pitchstone from Hokkaido are in a different state of combination. One is easily released on heating at low temperature, and the other is barely released on heating at high temperature.

It is inferred that major portion of the low-temperature volatiles are H₂O content which exists as free water and hydrogen-bonded water; that on the other hand, the high-temperature volatiles of perlitic glasses and the volatiles of obsidian are largely pristine water, which exists as hydroxyl, and halogens.

1. 緒言

所謂火山玻璃はマグマの急冷固結相として岩石学上興味深い問題を含むが、北海道においても諸所に産出が知られており、筆者はかねてよりこれら北海道産玻璃質岩の岩石化学的検討を加えて来た^{1),2)}。

火山玻璃は黒曜岩、真珠岩並びに松脂岩に分類されるが夫々の玻璃の主要化学成分において最も著しい特徴を示すのは水分 (H₂O) であり、特に真珠岩並びに松脂岩は多量の水分 (H₂O) を含有する^{3),4)}。玻璃中の水分の研究は Kozu⁵⁾ 始め幾つか発表されている^{6),7)} が北海道の玻璃質岩についての研究は少ないように思われる。筆者は玻璃質岩の研究を行なうにあたり火山玻

* 昭和 45 年 3 月日本地質学会北海道支部総会講演

璃中に含有される揮発性成分の検討は玻璃質岩の特性を明らかにする上で重要であると考え、若干の実験を行なっている。

本報文はこのうち加熱減量の特徴について述べる事とする。

この研究を行なうにあたり常々御指導賜わっている室工大佐藤文男名誉教授に心より御礼申し上げる。又有益な御助言を賜わった北大石川俊夫名誉教授に厚く御礼申しあげたい。

2. 連続昇温加熱減量

北海道各地に産出する火山玻璃を一定の昇温速度で加熱した時の揮発性成分の逸散の様子を熱天秤を用いて測定した。加熱速度は $4^{\circ}\text{C}/\text{min}$ とし空気ふん囲気中で測定した (図-1, 2)。

黒曜岩： 黒曜岩は余市郡赤井川土木の沢、奥尻島勝潤山、紋別郡白滝村及び常呂郡置戸町墓地の沢産の4種で結果は図-1に示される。

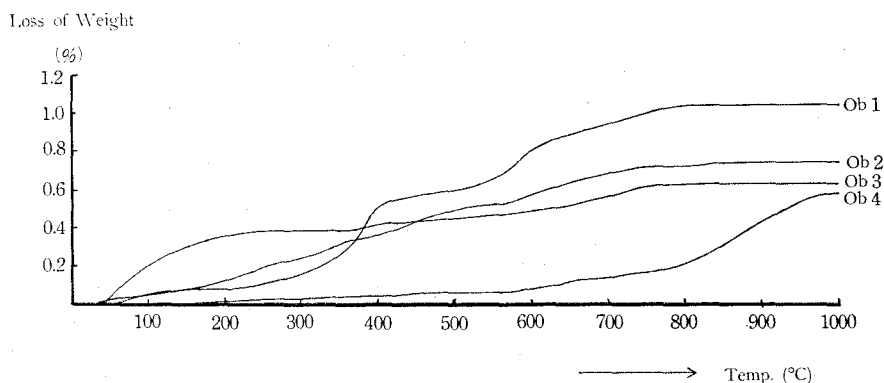


図-1 黒曜岩の T.G.A 曲線

Ob 1: 常呂郡置戸町墓地の沢 Ob 3: 奥尻島勝潤山
Ob 2: 余市郡赤井川土木の沢 Ob 4: 紋別郡白滝村

総重量減は墓地の沢産がやや多いのを除くと1%以下である。奥尻島産黒曜岩の減量曲線中 400°C 、 700°C 附近でわずかではあるが急激に減量する部分があり、白滝産黒曜岩でも 600°C 附近までゆるやかに減量するが、 800°C 附近より著しく減量し約 $1,180^{\circ}\text{C}$ で完了する。又置戸町産黒曜岩においては 300°C ~ 400°C 、 550°C ~ 600°C に明瞭な急曲部が認められる。これに対し赤井川産のものは低温度より減量は漸増するが仔細にみれば 600°C ~ 700°C 、 900°C ~ $1,000^{\circ}\text{C}$ でゆるやかではあるが揮発性成分の逸散に変化のあることが認められ、同様の事が白滝白道の沢産黒曜岩についても認められた。

神津⁸⁾は姫島、十勝産黒曜岩に 600°C と 850°C で揮発性成分の逸散速度に変化ある事を認め、鈴木⁹⁾も川崎、屋代の黒曜岩において 400°C 附近、 800°C ~ 900°C で急激に揮発性成分の逸散が生ずるとしている。北海道の黒曜岩は赤井川産黒曜岩に見られる様に温度の上昇に伴い減

量は漸増するが、400°C 附近、700°~800°C 或いは 800°C 以上で揮発性成分の逸散がやや急激に行なわれるものの様で神津や鈴木の結果に類似する。

真珠岩及び松脂岩：真珠岩は紋別郡白滝白道の沢，紋別郡鴻ノ舞，紋別郡上紋別，亀田郡戸井村，函館亀尾，上磯郡上磯町嵯朗産の7種について測定したが，図-2より知られる様に黒曜岩に比していずれの産地のものも約40°~50°Cの低温度より減量が始まり，600°~700°C附近ではほとんど完了し，700°C以上での減量はわずかであり極めて対照的である。然し減量曲線は全くスムーズなのではなく，例えば上紋別のものでは約600°C，780°C附近に，戸井村は880°C附近に，亀尾産は680°C及び880°C附近に夫々わずかながら明瞭に揮発性成分の逸散に変化が認められる。この減量曲線上のクリニックは脱水過程の変化¹⁰⁾も考えられるが，少なくとも600°C以上ではCl，F等のハロゲンの逸散も考慮すべきであろう。

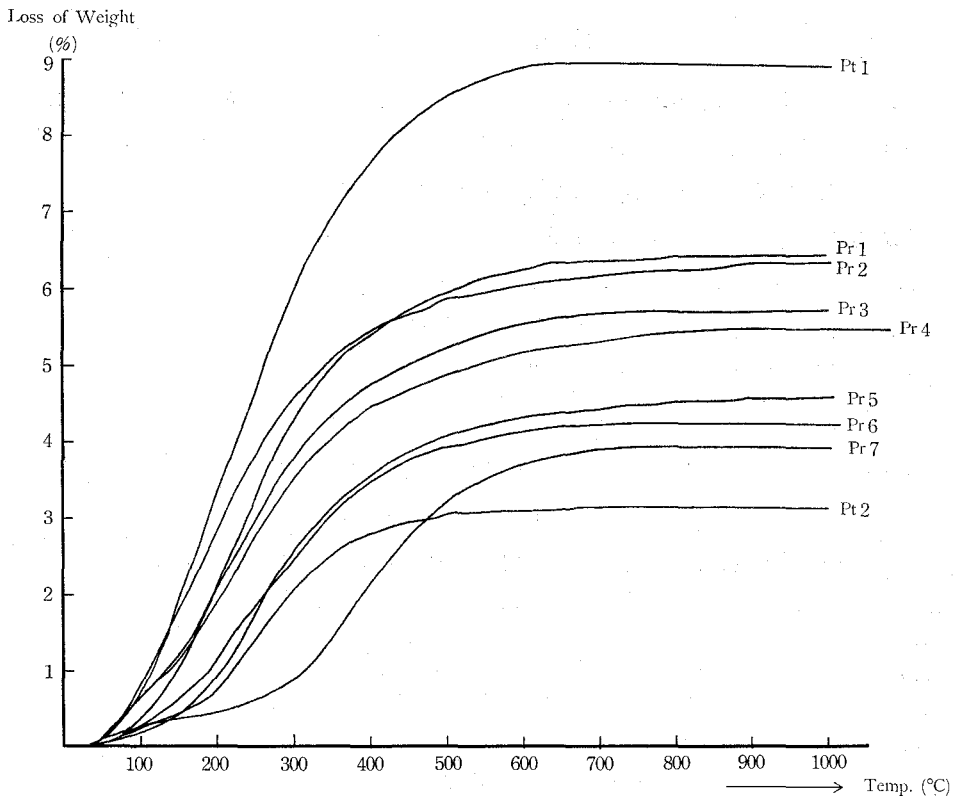


図-2 真珠岩並びに松脂岩の T.G.A 曲線

真珠岩	Pr 1:	紋別郡上紋別林道	松脂岩	Pt 1:	紋別郡白滝村旧白滝
	Pr 2:	亀田郡戸井村		Pt 2:	紋別郡生田原町清里
	Pr 3:	上磯郡上磯町嵯朗			
	Pr 4:	上磯郡上磯町嵯朗，鉢山附近			
	Pr 5:	函館亀尾			
	Pr 6:	紋別郡鴻ノ舞元山坑附近			
	Pr 7:	紋別郡白滝白道の沢			

一方、松脂岩は紋別郡旧白滝及び紋別郡生田原町清里産の2種のみであるが、清里産が約500°C、680°Cでわずかに減量曲線に急曲部があるが150°Cより急激に減量し700°Cでほぼ完了する。旧白滝産は約50°Cより減量は連続的に行なわれ600°C迄にほとんど完了し真珠岩の傾向と大差ない。

結局北海道産の真珠岩並びに松脂岩の減量は一般に低温度より温度の上昇に伴い多少のクリニックはあるにしてもなめらかに減量を続け600°C~700°Cでほとんど完了するもので、重量減の比較的少ない玻璃は150°C~300°C程度より急激な減量を示し、重量減の大きな玻璃が一層低温度より著しい減量が行なわれる。これは浜野¹¹⁾も本邦他地区の玻璃について既に指摘した傾向であるが北海道産の真珠岩と松脂岩との間では必ずしも減量傾向に差異を認め得なかった。

3. 定温加熱減量

火山玻璃中の揮発性成分の加熱に依る逸散の様子の検討には比較的早い速度で昇温測定するT.G.Aのみでは不十分で、一定温度に長時間試料を保持した場合の減量傾向を知る事も必要である。この様な観点より北海道産黒曜岩2種(紋別郡白滝白道の沢及び余市郡赤井川土木の沢産)、真珠岩2種(函館亀尾及び紋別郡鴻ノ舞産)並びに松脂岩1種(紋別郡生田原町清里)について200°Cより100°C間隔で1,000°C迄各温度互に恒量値に達する迄加熱測定した(表-1)。図-3~5は黒曜岩、真珠岩及び松脂岩の減量一時間曲線を夫々1例ずつ図示したものである。

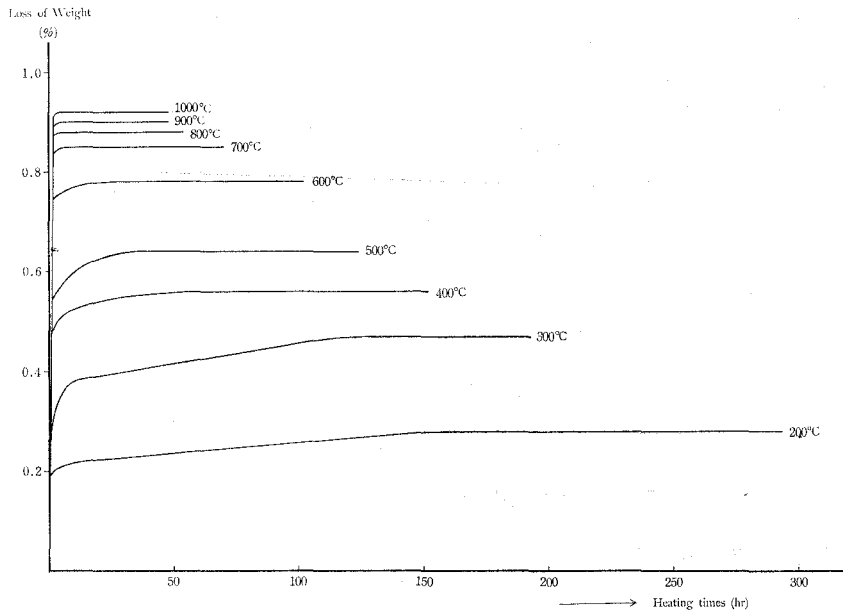
黒曜岩の減量傾向は2種とも低温度程恒量に達する時間は長時間を要し、赤井川産では300°Cで125時間、200°Cでは150時間を必要とした。これに対し700°Cで5時間、800°C以上の高温では3時間で恒量となり中間の温度域では数十時間を要したが白滝産黒曜岩でも傾

表-1 北海道産火山玻璃の定温加熱減量

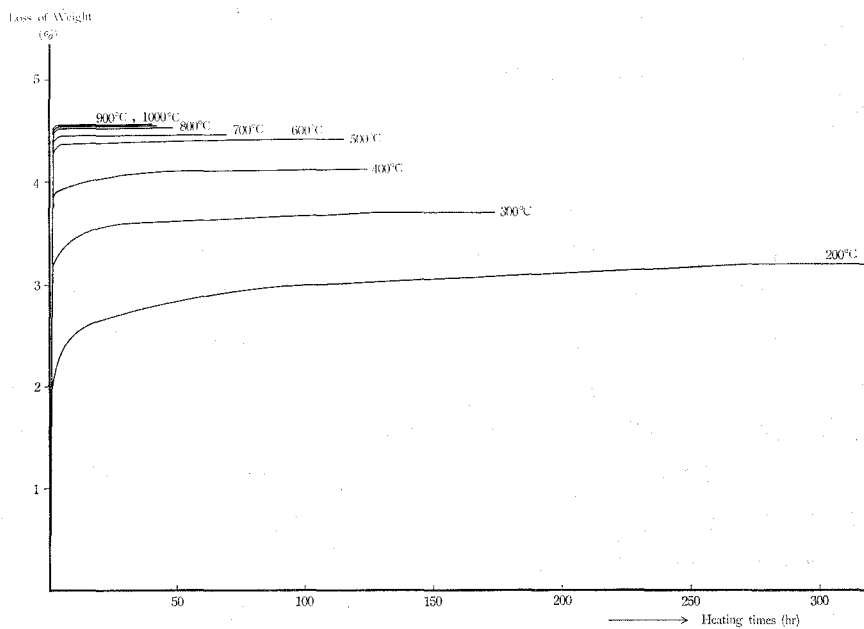
加熱温度 (°C)	重量減 (%)	加熱時間 (hr)	重量減 (%)	加熱時間 (hr)	重量減 (%)	加熱時間 (hr)	重量減 (%)	加熱時間 (hr)	重量減 (%)	加熱時間 (hr)
200			0.28	294	3.31	340	3.17	318	2.53	340
300	0.30	354.5	0.47	194	4.24	250	3.68	174	3.11	290
400	0.34	303.5	0.56	152	4.59	130	4.10	124	3.14	130
500	0.40	190	0.64	124	4.51	95	4.39	116	3.17	95
600	0.54	184	0.78	102	4.69	77	4.45	69	3.30	65
700			0.85	70	4.72	56	4.52	48	3.38	56
800	0.62	90	0.88	54	4.75	50	4.54	42	3.38	56
900	0.70	113	0.90	48	4.77	38	4.55	42	3.38	56
1,000			0.92	48	4.79	38	4.56	42	3.38	56
黒 曜 岩 白滝白道の沢		黒 曜 岩 赤井川土木の沢		真 珠 岩 亀 尾		真 珠 岩 鴻 ノ 舞		松 脂 岩 清 里		

向は同じで加熱温度に対する試料の恒量になる迄に必要な時間は低温度に向け漸増する。

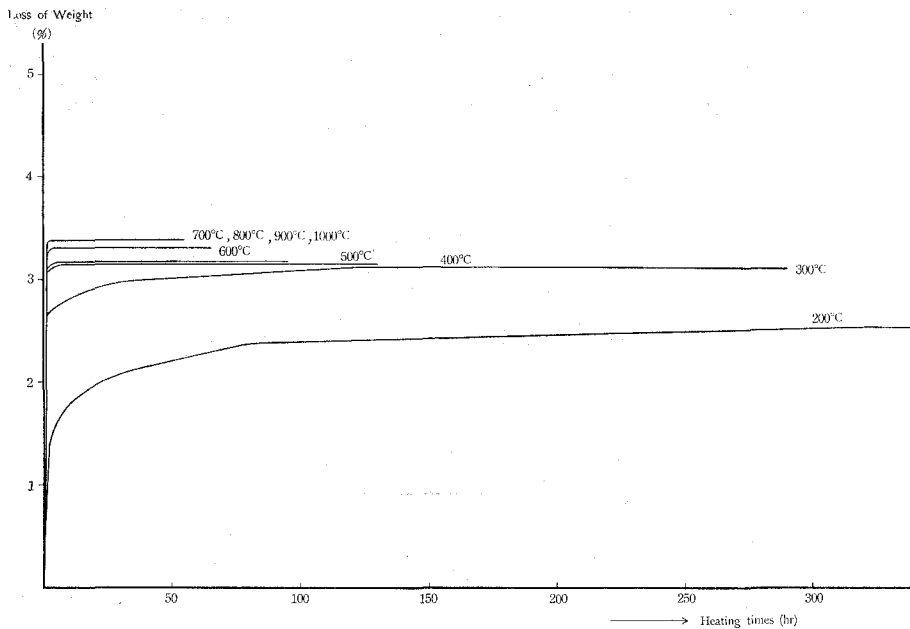
真珠岩や松脂岩は黒曜岩とは傾向を異にし真珠岩では 400°C 及び 500°C 、松脂岩は 300°C を境として恒量に要する時間に著しい差異が認められる。即ち亀尾産真珠岩は 600°C 以上の高



図—3 加熱減量—時間曲線 (黒曜岩赤井川, 土木の沢)



図—4 加熱減量—時間曲線 (真珠岩, 鴻ノ舞)



図—5 加熱減量—時間曲線 (松脂岩, 清里)

温度においては3時間で恒量となるのに対し500°Cでは70時間を必要とし、200°Cでは293時間を要する。又鴻ノ舞産真珠岩でも500°Cで5時間、800°C以上は3時間であるが、400°Cでは47時間、200°Cにおいては280時間必要とした。松脂岩も真珠岩と同様の傾向を示し400°C以上では6時間以内で恒量に達するが、300°Cでは120時間、200°Cにおいては310時間を要し、白滝の真珠岩もこれらの玻璃と同じ傾向である。

一方恒量に達した時の各加熱温度に対する減量値を温度に対しプロットすれば図-6~7に表わされる様に黒曜岩は温度に対し漸移的減量を示す。然し500~600°C、800~900°Cにやや急激な減量がありT.G.曲線の傾向とほぼ合致する。然るに真珠岩、松脂岩は低温度より急激に減量し、500°C迄にほとんどの減量がなされる。Ross及びSmith⁶⁾は真珠岩中の揮発性成分が600°C以下で比較的容易に逸散する結合の弱いものと、より高温度でなければ放出されない結合の強いものがあることを指摘し前者を水和作用によるH₂O、後者がマグマより直接もたらされた初生揮発性成分である事を指摘した。北海道の真珠岩や松脂岩においても加熱減量が恒量に達するのに必要な加熱時間に著しい差がある事は個々の試料により若干の変化はあるが、500°C附近を境として玻璃中の揮発性成分の安定性に明瞭な相違がある事を示すもので、500~600°C以上の高温域での減量が結合の強いRoss¹²⁾の high-temperature volatiles、低温度域での加熱時間が数10時間以上を必要とする減量が結合の弱い low-temperature volatiles に相当すると思われる。

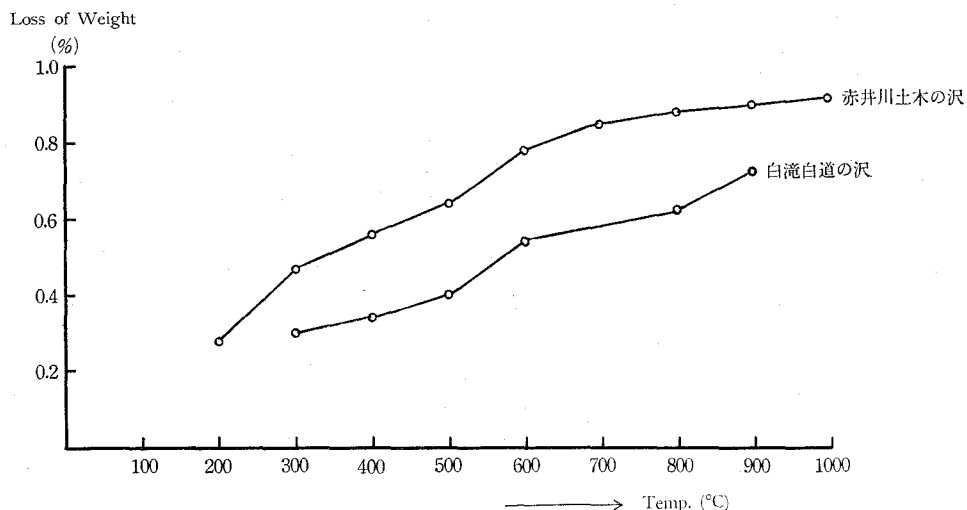


図-6 黒曜岩の定温加熱減量

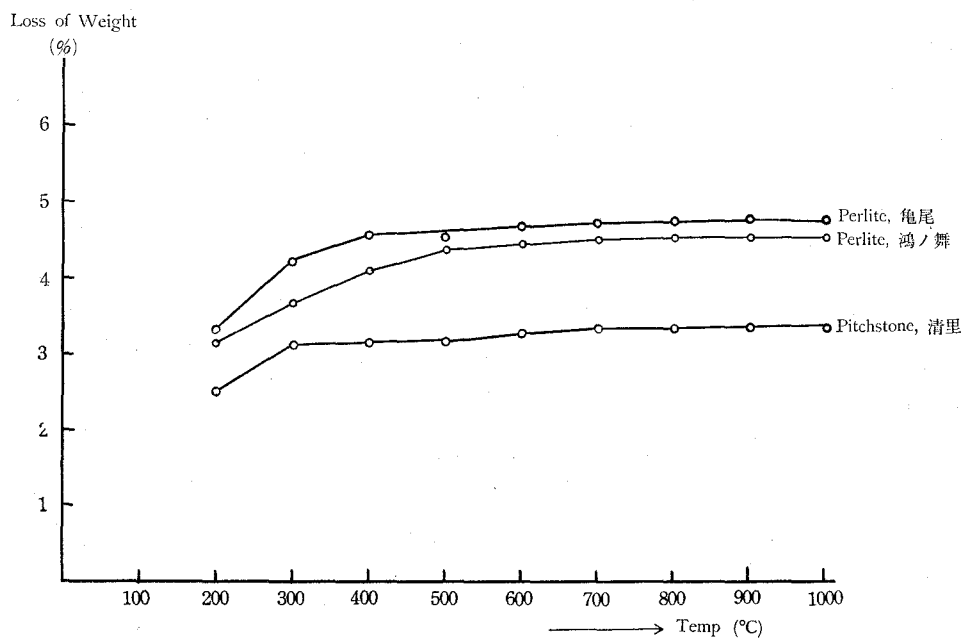


図-7 眞珠岩及び松脂岩の定温加熱減量

4. 考 察

玻璃中の揮発性成分は Shepherd¹³⁾ により黒曜岩について測定され、88.4~98.6 vol % が H₂O である事を明かにした。又岩崎ら¹⁴⁾ は本邦の火山岩を加熱した時放出される揮発性成分として CO₂, (N₂, CO), O₂, A, SO₃, (H₂S), HCl と多量の H₂O を検出し 94~99 vol % が H₂O 成

分である事を報告しており、北海道に産出する火山玻璃も加熱減量の大部分が H_2O であると考えてよいが、特に $400^\circ\sim 500^\circ\text{C}$ 迄に放出される low-temperature volatiles は微量の A, N_2 , や若干の CO_2 を除けば H_2O であろう¹⁵⁾。

火山玻璃中の水の賦存状態は真珠岩玻璃中で H_2O 分子としての存在¹⁶⁾ や、 SiO_4 水素結合した H_2O 分子の存在^{17), 18)} が認められ、又浜野¹¹⁾ は真珠岩や松脂岩の水分の多くが付着水の形で含まれているとした。一方黒曜岩の様に H_2O (+) の少ない玻璃の水は OH 基として $\text{SiO}_3(\text{OH})$ や $\text{AlO}_3(\text{OH})$ として結合¹⁹⁾、或いは free OH として網目構造内に不規則に分布すると考えられている¹⁸⁾。この玻璃中の OH 基は比較的高温でなければ放出されない様で^{20), 21)}、さらに真珠岩でも高温域で OH の残留が認められている¹⁷⁾ 事等を考えると北海道の玻璃質岩でも真珠岩、松脂岩に含まれる多量の結合の弱い揮発性成分 (low-temperature volatiles) は、そのほとんどが玻璃中に溶存する H_2O 分子や水素結合した H_2O であり、黒曜岩中の水の大部分や真珠岩及び松脂岩でも結合の強い高温域の揮発性成分 (high-temperature volatiles) の多くは OH 基として存在すると推察される。

多量に水を含む玻璃の所謂 low-temperature volatiles は本実験で明らかな様に加熱により緩慢に減量を続けるが各加熱温度ごとに鈴木⁹⁾ が論じた如く玻璃中に残存するガス量が平衡値に達している。これは各温度で逸散するガスに必要なエネルギー量が異なることに依ると思われるが、特に真珠岩や松脂岩の場合においては H_2O の玻璃中の賦存形式、即ち H_2O 分子、水素結合した H_2O や水和作用による OH の形成¹⁹⁾ などの反映かも知れない。然し今後の一層の検討にまたねばならない。一方 high-temperature volatiles には H_2O 以外にもハロゲンガス、特に Cl, F が相当量認められている¹³⁾。火山玻璃の著しい特徴の一つである加熱膨脹には 600°C 以上の高温域での揮発性成分の量や種類が大きく影響を与えていると考えられ^{22), 23)}、Cl, F 等についての研究も重要であると考えられる。

5. 要 約

北海道の諸所に産出する火山玻璃の加熱減量の特徴を T.G.A 及び定温加熱実験により考察した結果次の様に要約出来る。

1. 熱天秤による連続昇温加熱減量は黒曜岩と真珠岩及び松脂岩とは加熱減量の傾向が明らかに異なり、前者は漸移的減量を示すが、 400°C 附近、 $700^\circ\sim 800^\circ\text{C}$ 、或いはそれ以上で揮発性成分の逸散がやや急激になることが認められた。後者は低温度より急激に然し多少の変化はあるが概してスムーズに減量して $600^\circ\sim 700^\circ\text{C}$ でほとんど完了し、揮発性成分の多い程低温度より減量する傾向があり浜野¹¹⁾ の結果と一致した。然し減量曲線では吸着水と水和作用による水の減量の区別が出来ず、それらは同時に放出されていると考えられる²⁴⁾。

2. 定温加熱減量による傾向も T.G.A と矛盾しないが、黒曜岩は加熱温度に対する減量の

恒量になる迄に要する時間は漸移的であるのに対し、真珠岩や松脂岩の場合は $400^{\circ}\sim 500^{\circ}\text{C}$ 及び 300°C 迄とそれ以上の温度域とで著しい差異が認められ玻璃中の揮発性成分が弱い結合状態のものと強い結合状態のもの⁶⁾があることが考えられ夫々 Ross¹²⁾ の low-temperature volatiles, 及び high-temperature volatiles に相当する。

3. 真珠岩、松脂岩中の low-temperature volatiles は主として H_2O 分子、水素結合した H_2O 分子よりなり又加水に依る OH の形成など玻璃中に種々な存在状態が考えられ、これが加熱温度により玻璃に残存するガス量が異なる理由なのかも知れない。

4. 一方真珠岩や松脂岩中の high-temperature volatiles や黒曜岩中の揮発性成分の多くはマグマより直接もたらされた pristine volatiles^{6), 12)} であると考えられ、水は OH 基として存在するのであろう。 H_2O 以外にハロゲンガス特に Cl, F 等も比較的多いと考えられるがこの Cl, F も火山玻璃の加熱膨脹に重要な役割をはたす様である。 (昭和 48 年 4 月 14 日受理)

参 考 文 献

- 1) 佐藤文男・白幡浩志：北海道産玻璃質岩の研究 (I). 奥尻島ペーライト, 岩鉱, **55**, 160-168 (1966).
- 2) 佐藤文男・白幡浩志：北海道産玻璃質岩の研究 (II). 一北見国紋別郡白滝地域の玻璃質岩一. 岩鉱, **62**, 198-208 (1969).
- 3) Johannsen, A.: A descriptive petrography of the igneous rocks **II**. Chicago, Illinois (1932).
- 4) 河野義礼：本邦産玻璃質岩の研究. 地調報告, **134**, 1-29 (1950).
- 5) Kozu, S.: Thermal studies of obsidian, pitchstone and perlite from Japan. Sci., Rep., TOHOKU Univ., 3rd Ser. **III**, 225-238 (1929).
- 6) Ross, C. S. and Smith, R. L.: Water and other volatiles in volcanic glasses. Am. Mineralogist, **40**, 1071-1089 (1955).
- 7) Friedman, I. and Smith, R. L.: The deuterium content of water in some volcanic glasses. Geochim. et Cosmochim. Acta., **15**, 218-228 (1958).
- 8) 神津俊祐：黒曜岩の岩石学的研究より浮石の成因を論ず. 岩鉱, **3**, 1-11 (1930).
- 9) 鈴木廉三九：天然玻璃に関する二三の考察 (II). 岩鉱, **28**, 70-88 (1942).
- 10) 三島茂次・堀 梓：膨脹松脂岩の嵩比重によぼす焼成条件の影響について. 窯協, **72**, 12-1, 81-88 (1964).
- 11) 浜野健也：天然ガラスと“ペーライト”(I). 窯協, **73**, 1, 64-68 (1965).
- 12) Ross, C. S.: Volatiles in volcanic glasses and their stability relations. Am. Mineralogist, **49**, 258-271 (1964).
- 13) Shepherd, E. S.: The gases in rocks and some related problem. Am. Jour. Sci., 5th ser., **35 A**, 311-351 (1938).
- 14) 岩崎岩次・桂 敬・坂戸直行：本邦火山の地球化学的研究 (その 30). 火山岩中の揮発性成分. 日化, **76**, 778-782 (1955).
- 15) 岩崎岩次：火山化学. 講談社 (1970).
- 16) Goranson, R. W.: Silicate-water systems: The “osmotic pressure” of silicate melts. Am. Mineralogist, **22**, 485-490 (1937).
- 17) Keller, W. D. and Pickett, E. E.: Hydroxyl and water in perlite from Superior, Arizona. Am. Jour. Sci., **252**, 87-98 (1954).
- 18) 谷口宏充：火山ガラス中の Si^{4+} イオン, Al^{3+} イオン及び $\text{H}_2\text{O}(+)$ の赤外分光器等による研究. 岩鉱, **67**, 291-300 (1972).

- 19) Lacy, E. D.: Hydrated glasses. *Nature*, **183**, 178-179 (1959).
- 20) Harrison, A. J.: Water content and infrared transmission of simple glasses. *Am. Ceramic Soc.*, **30**, 362-366 (1947).
- 21) 河合七雄・岩崎 裕・桐山良一: 火山ガラスの電気的性質と水熱反応性. 窯協, **74**, 249-256 (1966).
- 22) 浜野健也: 天然ガラス質岩石の加熱膨脹. 窯協, **67**, 124-133 (1959).
- 23) 白幡浩志: 北海道産玻璃質岩の熱膨脹. 室工大開発技報, **15**, 25-28 (1973).
- 24) 岩崎岩次・吉田 稔・山谷和久: 火山岩の $H_2O(-)$ について (I). 火山, 第2集, **13**, 109-121 (1968).

北海道産玻璃質岩の揮発性成分に関する研究

2. 塩素の加熱放出

白 幡 浩 志

Studies on the volatiles of holohyaline rocks from the Hokkaido

2. Evolution of chlorine on heating

Hiroshi Shirahata

Abstract

Foregoing experiments of the escape of volatiles from glassy rocks have been presented some interesting relationships. The present paper continues these studies, and presents the results of the examinations concerning total chlorine in the glassy rocks and the chlorine escaped on heating.

The chlorine held in the glassy rocks from the Hokkaido has been expelled by heating above 600°C. Not only obsidian, perlite and pitchstone contain in general higher total chlorine content than rhyolitic rocks, but also fairly large amounts of chlorine are rapidly evolved at temperature above 700° or 800°C. Especially, the obsidian has showed high chlorine content and high $\text{Cl}_{1,000^\circ\text{C. evolved}}/\text{total Cl}$ value. On the contrary, the rhyolite is low in total chlorine content and in $\text{Cl}_{1,000^\circ\text{C. evolved}}/\text{total Cl}$ value.

It may be considered that the difference of thermal expansion between volcanic glasses, especially obsidian, and rhyolitic rocks is affected by the total chlorine content, the ratio of chlorine content evolved at high temperature to total chlorine content and the trend of evolution on heating.

1. はじめに

前報¹⁾で北海道に産出する火山玻璃の加熱減量の特徴を述べたが、500°~600°C以上で放出される所謂 high-temperature volatiles はマグマよりもたらされた初生揮発性成分であると考えられ火山玻璃の加熱膨脹に重要な役割をはたすと思われる²⁾。この揮発性成分は水の他にハロゲン、特に塩素並びにフッ素を多く含む事が知られているが³⁾、玻璃質岩を600°C以上に加熱した時、即ち火山玻璃が膨脹（発泡）する温度域でのハロゲンの挙動を検討する事は玻璃の膨脹（発泡）機巧を知る上で重要であると考えられる。又火山玻璃の岩石化学的特性を解明するうえでもマグマの揮発性成分が比較的よく保存されていると考えられる玻璃中の揮発性成分に関する研究は有益な示唆が得られるものと期待される。本報文は揮発性成分中塩素について行った実験結果について述べる。

2. 実験方法

玻璃質岩中の加熱により放出される塩素の定量用に図-1に示した様な装置を使用した。本装置は空気清浄部、電気炉及び集気部よりなり電気炉は ON-OFF 式温度調節器で所定の温度に保持される。この電気炉に透明石英ガラス管を通し空気清浄部と集気部とを連結する。試料ポートは石英ガラス管内で電気炉のほぼ中央に位置せしめ、ポートに近接せしめた熱電対 (Pt-Pt/13% Rh) により測温する。集気部は 0.05 N KOH 溶液 50 ml を入れた集気ビン 2 個を連結し放出された塩素を完全に捕集する。さらにこの装置に水流ポンプを接続し乾燥空気の流量が 18 l/hr となる様調節する。

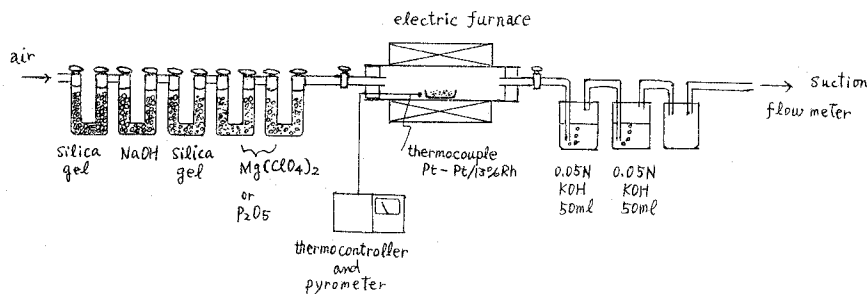


図-1 塩素の加熱放出測定用装置図

測定方法は岩崎らの加熱追出し法⁴⁾に準拠したが、試料は各岩塊より新らたに微粉碎 (−250 mesh) し、予め 1,000°~1,100°C、2 時間加熱して塩素等を追い出し、デシケータに保存した磁製ポートに 0.5~2 g を正確に秤取し、所定の温度に保持されたガラス管内に挿入して 2 時間加熱する。この間水流ポンプで規定の流量となる様吸引し塩素を 0.05 N KOH 溶液に捕集する。塩素を吸収せしめた KOH 溶液をチオンアン酸水銀法⁵⁾により発色させ光电比色計で測定した。試料を 2 時間加熱吸収せしめる間約 36 l の空気が流入するため試料を入れないポートを装入し、室温時と加熱時 (1,000°C) の場合夫々 2 時間空気のみを通過吸収させ空試験を行ったがいずれの場合でも空試験値はゼロであった。又本比色法では Cl⁻ が全く含まれずとも若干の着色があり、さらに KOH 溶液えの微量の塩素の混入の恐れ等を考慮し、測定の都度 KOH 溶液の空試験値を求め補正した。

使用した試薬類は内海⁵⁾に従って調整したが Cl⁻ 標準溶液は 99.99% NaCl より 0.100 mg/ml 標準液を作り適当に稀釈して検量線を作製した。又蒸留水は全石英二段蒸留したものを使用した場合も、注意して採水した脱イオン水を使用した場合も空試験値にほとんど差がなかったので実験には脱イオン水を使用した。

岩石中の全塩素の定量もあわせ行ったが岩崎らの熔融法⁴⁾を用いチオンアン酸水銀法で定量し、別に全操作を通じ求めた空試験値により補正した。

試料は表-1 備考に示される通り北海道各地に産出する黒曜岩 4 種, 真珠岩 2 種, 松脂岩 2 種並びに奥尻島黒曜岩及び真珠岩体周辺の流紋岩質岩, 生田原清里松脂岩体の流紋岩部分及び鴻ノ舞真珠岩体周辺の流紋岩の 11 種について high-temperature volatiles が放出されはじめる 600°C より 1,000°C 迄を 100°C 間隔で測定した。又全塩素も同一試料を用いた。

実験結果は表-1 に示したが, いずれも 2~3 回の平均値である。

表-1 北海道産玻璃質岩の加熱放出塩素及び全塩素 (%)

Temp. (°C)	obsidian				perlite		pitchstone		rhyolitic rock		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
600	0.0039	0.0050	0.0006	0.0018	0.0022	0.0005	0.0003	0.0008	0.0021	0.0010	0.00012
700	0.010	0.0165	0.0046	0.0045	0.0020	0.0015	0.0047	0.0009	0.0026	0.0017	0.00014
800	0.024	0.036	0.013	0.019	0.0023	0.010	0.019	0.0008	0.0048	0.0050	0.00017
900	0.042	0.056	0.033	0.038	0.0098	0.021	0.047	0.0013	0.0018	0.022	0.00045
1,000	0.052	0.089	0.043	0.075	0.022	0.025	0.078	0.0013	0.0027	0.042	0.0029
total Cl	0.100	0.090	0.058	0.124	0.055	0.074	0.122	0.0060	0.013	0.078	0.0104
$\frac{1,000^\circ\text{C Cl}}{\text{total Cl}}$	0.52	0.99	0.74	0.61	0.40	0.34	0.64	0.22	0.21	0.54	0.28

1: 紋別郡白滝八号の沢

5: 紋別郡鴻ノ舞元山坑附近

9: 紋別郡生田原町清里

2: 余市郡赤井川土木の沢

6: 紋別郡上紋別林道 5.7 km

10: 奥尻島勝瀾山

3: 常呂郡置戸町墓地の沢

7: 紋別郡生田原町清里

11: 紋別郡鴻ノ舞元山坑附近

4: 奥尻島勝瀾山

8: 紋別郡旧白滝湧別川岸東側

3. 実験結果並びに検討

玻璃質岩中黒曜岩は他の玻璃質岩に比して概して加熱放出量が多く, 特に赤井川産は最も多量に放出し 1,000°C で 0.089% に達する。真珠岩及び松脂岩では生田原清里の松脂岩を除けばいずれも黒曜岩より放出量は少ない。一方流紋岩質岩は奥尻島産以外は極めて放出量が少なく玻璃とは対照的である。奥尻島の流紋岩質岩は白色多孔質, 真珠岩玻璃質な岩質を示すもので他の流紋岩とは異なる。図 2-1 より知られる様に火山玻璃の加熱温度に対する塩素の放出傾向はいずれの玻璃も 700°乃至 800°C より急激に放出される。又塩素の放出量の多い玻璃ほど一層低温度より塩素を放出せしめている。ただ旧白滝産松脂岩のみは極めて放出量が少ないが 800°C より若干放出量の増加が認められる。これに対し放出量の少ない流紋岩では加熱温度に対する変化も少なく, 800°乃至 900°C よりわずかに放出量の増加が認められるにすぎない。(図 2-2)

Brun⁶⁾ は岩石を爆発温度以上に加熱した時に塩素が放出される事を報告し, 又鶴見⁷⁾ も駒ヶ岳の浮石が 850°C 以上の加熱により塩酸が著しく放出する事を認めている。岩崎⁸⁾ に依れば火山岩中の塩化水素が 500°C 迄はほとんど放出されないが, 800°C では大部分放出される事

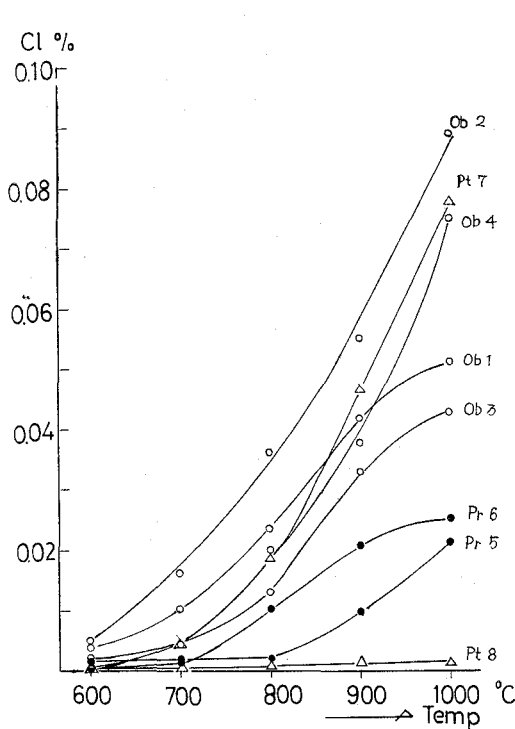


図 2—1 北海道産玻璃質岩の塩素の加熱放出
—火山玻璃—

Ob 1: 黒曜岩 白 滝	Pr 5: 真珠岩 鴻ノ舞
Ob 2: " 赤井川	Pr 6: " 上紋別
Ob 3: " 置戸町	Pt 7: 松脂岩 生田原
Ob 4: " 奥尻島勝潤山	Pt 8: " 旧白滝

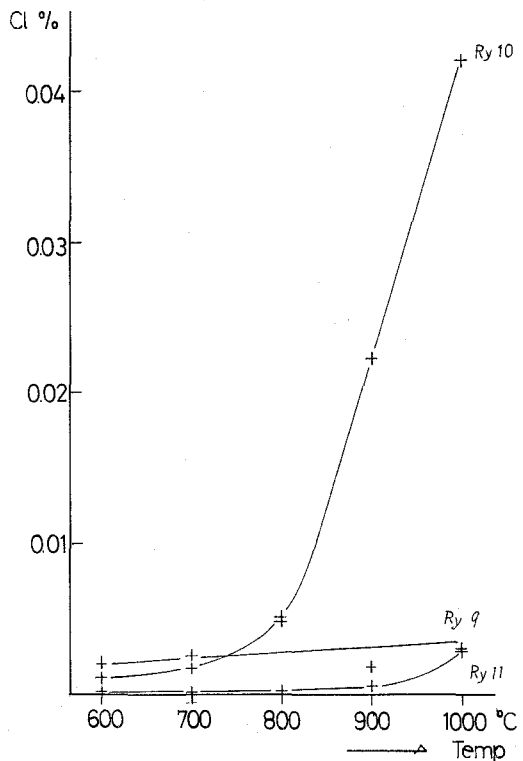


図 2—2 北海道産玻璃質岩の塩素の加熱放出
—流紋岩質岩—

Ry 9: 流紋岩 生田原清里
Ry 10: 玻璃質流紋岩 奥尻島勝潤山
Ry 11: 流紋岩 紋別郡鴻ノ舞

を報告している。結局火山岩を約 800°C 以上に加熱すれば塩素が放出される事が知られているが北海道の玻璃質岩もこの傾向と合致し 700°C~800°C 以上で顕著に放出するもので特に火山玻璃において明瞭に認められる。この火山玻璃は加熱処理に依り著しく膨脹（発泡）するが、特に北海道の玻璃の多くは 700°C~800°C 以上で膨脹（発泡）する^{9),10)}。和田峠産黒曜岩でも 850°C 以上で膨脹することが報告されており¹¹⁾、Kozu¹²⁾ の実験でも各地の火山玻璃の多くが 700°C~800°C 以上で著しく膨脹する事を明らかにしている。丁度この温度域で塩素の放出量が著しく増加する事実は玻璃の膨脹（発泡）に少なからず寄与しているものと考えられる。加熱による塩素の放出は岩石中に含有される全塩素を全て放出するものではなく一般にはその一部が放出される⁴⁾。然し同じ火山玻璃でも赤井川産黒曜岩の様に 1,000°C で全塩素量のほとんど 100% 近く放出されるものもあれば、旧白滝産松脂岩の様に 22% しか放出されないものもあり一様ではないが、より結晶質な流紋岩に比し玻璃の方が、特に黒曜岩が全塩素量に対する加熱放出量比が高い傾向が伺える。勿論個々の玻璃の最大加熱放出が 1,000°C とは限らず⁴⁾ 図より知ら

れる通り 1,000°C 以上の温度で最大となるものも予想されるから若干の差異はあると思われるが傾向は変わらないであろう。玻璃質岩の全塩素量にも加熱放出量の傾向を反映し玻璃と流紋岩とはその含有量に明瞭な差異がある。即ち同一岩体の流紋岩質部分と玻璃とを対比すれば著しく玻璃が塩素に富んでいる。本邦火山岩の玻璃質部分が結晶質部分より多くの塩素を含む事は岩崎ら^{13),14)}により指摘された傾向である。玻璃中に塩素を多く含有するのは易動性の塩素が主として結晶化学的にではなく物理的要因により支配される⁴⁾とすれば、塩素が結晶相に入りにくく、残液に濃集した¹⁵⁾ マグマが急冷固結した結果玻璃中に多く残留したと解することも出来る。

一方同一岩体の流紋岩質部分に対し玻璃は主化学成分上アルカリ、特に K_2O に富み、 CaO に乏しく¹⁶⁾、岩石の粘性を高める化学成分上の特徴¹⁷⁾がある。玻璃と流紋岩質岩とに化学成分上の差異を生ぜしめる要因は何であろうか。塩素を含めた揮発性成分とは無関係なのであろうか。今後の一層の研究がまたれる。

4. ま と め

北海道に産出する玻璃質火山岩の揮発性成分中塩素の加熱放出 (600°~1,000°C) 並びに全塩素について分析し検討した結果次の様に要約出来る。

1. 塩素の加熱放出量は温度の上昇に伴い増加するが玻璃では 700°~800°C より極めて急激に放出され且つ放出量も旧白滝松脂岩以外は結晶質な流紋岩質岩に比し著しく多量である。これに対し流紋岩質岩は奥尻島の玻璃質流紋岩が比較的多くの放出量を示す他は同一岩体の玻璃に比し極めて少ないが、800°~900°C より若干放出量が増大する傾向はある。

2. 全塩素量も流紋岩質岩と玻璃とは対照的で一般に玻璃中の含有量が多く、同一岩体での対比も玻璃の方が著しく多く岩崎ら^{13),14)}の指摘した傾向と一致する。ただ旧白滝松脂岩は玻璃であるに拘らず低値でありその理由は明らかでないが、多量の水を含み、脱玻璃化も認められる事¹⁸⁾と何等かの関係があるかも知れない。

3. 1,000°C に於ける加熱放出量と全塩素量との比を見れば玻璃が流紋岩質岩より多い傾向があり、特に黒曜岩では 52% 以上放出されている。北海道の玻璃のなかでも黒曜岩の加熱膨脹 (発泡) は極めて著しいが、本実験で明らかな様に塩素含有量多く又全塩素に対する加熱放出量比も高い。然も 700°~800°C 以上の粘性の低下が著しくなる温度¹⁹⁾で急激に放出される事も大きく影響すると考えられる。これに対し流紋岩質岩が著しい膨脹を示さない理由の一つに塩素の含有量並びに加熱放出量比の低さも挙げられ得よう。

4. 塩素は易動性に富み、結晶化学的支配を受けにくく物理的要因即ち岩石の生成状態に依るとすれば、晶出分化過程で結晶相に入りにくく残液に濃集したマグマが急冷固結し玻璃となった結果、玻璃中に多く残留したとも解することが出来る。

終りに終始貴重な御助言御指導を賜わった室工大佐藤文男名誉教授並びに石川俊夫北大名誉教授に心より御礼申し上げる。

(昭和48年5月17日受理)

参 考 文 献

- 1) 白幡浩志：北海道産玻璃質岩の揮発性成分に関する研究。1. 加熱減量。室工大研報(理工編) 8, 131-140 (1973).
- 2) 浜野健也：天然ガラスと“ペーライト”(3)。窯協, 73, C 98-C 105 (1965).
- 3) Shepherd E. S.: The gasses in rock and some related problems. Am. Jour. Sci., 5th ser., 35 A, 311-351 (1938).
- 4) 岩崎岩次・桂 敬・坂戸直行：本邦火山の地球化学的研究(その31)。火山岩中の塩素の定量法。日化, 76, 1116-1119 (1955).
- 5) 内海 諭：チオンアン酸塩を用いる新比色定量法(第1-2報)。日化, 73, 835-841 (1952).
- 6) Brun A.: “Recherches Sur l'Exhalaison volcaniques” Libraire Kündig, Genève (1911).
- 7) 鶴見志津夫：駒ヶ岳大爆発により噴出せる浮石中の塩酸に就て。岩碓, 2, 284-287 (1929).
- 8) 岩崎岩次・桂 敬・坂戸直行：本邦火山の地球化学的研究(その30)。火山岩中の揮発性成分。日化, 76, 778-782 (1955).
- 9) 佐藤文男・白幡浩志・一口芳勝：工業材料としての玻璃質岩の利用に関する基礎的研究。—その2 熱特性について—。開発技報, 10, 12-23 (1968).
- 10) 白幡浩志：北海道産玻璃質岩の熱膨脹。開発技報, 15, 25-28 (1973).
- 11) 浜野健也：天然ガラス質岩石の加熱膨脹。窯協, 67, 124-133 (1959).
- 12) Kozu S.: Thermal studies of obsidian, pitchstone and perlite from Japan. Sci. Rep. TOHOKU Univ., 3rd ser., 3, 225-238 (1929).
- 13) 岩崎岩次・桂 敬・坂戸直行・平山光衛：本邦火山の地球化学的研究(その41)。火山岩中の塩素。日化, 78, 164-172 (1957).
- 14) 岩崎文嗣・小野晃司：阿蘇火砕流堆積物 IIIA 中の塩素の垂直分布。火山, 第2集, 12, 1-10 (1967).
- 15) 岩崎文嗣・小野晃司：阿蘇火砕流堆積物中の塩素の分布。火山, 第2集, 11, 150 (1966).
- 16) 未発表資料。
- 17) 石川俊夫：ガラス質岩石の化学組成上の一特性。火山, 第2集, 15, 145-146 (1971).
- 18) 佐藤文男・白幡浩志：北海道産玻璃質岩の研究(II)。北見国紋別郡白滝地域の玻璃質岩。岩碓, 62, 198-208 (1969).
- 19) 村瀬 勉：黒曜岩(白滝産)の粘弾性。火山, 第2集, 15, 145-146 (1971).

3 径間連続桁式逆ローゼ橋の最適弦材 分配率に関する基礎的研究 (第2報)

—— 光弾性模型に関する実験的研究 ——

中村作太郎・志村政雄

Fundamental Studies on the Most Profitable Distribution Ratio
of Chord Members on the Reversed Lohse Bridge of
Three-Span Continuous Girder Type (Part 2)
— An Experimental Study on the Photoelastic Models —

Sakutaro Nakamura and Masao Shimura

Abstract

The present writers made three epoxy resin models of the reversed Lohse bridge of three-span continuous girder type by the different distribution ratios of upper and lower chord members, and performed the photoelastic experiments by means of Photo-Elasticity Apparatus and Reading Microscope in order to find their stress phenomena.

On the loading support of Photo-Elasticity Apparatus they laid one by one three models, and then they put a concentrated line load on the span centre of the upper chord member of each model, and took the photoelastic photographs of stripe patterns by using a source of mercurial light.

They decreased suitably a concentrated line load, and plotted the inclined lines at intervals of 10 degrees on a tracing paper stretched upon a screen by using a source of white light.

Next, by using Reading Microscope they measured the vertical displacement on the centre axis of the lower chord member at the centre of span.

Then, they analyzed experimentally the stress distribution of members τ_{yz} , σ_x , σ_y on the base of the above-mentioned isoclinics and stress patterns by using the stress analytical formulae of the shear difference method.

They carefully compared these experimental results with the theoretical values calculated by applying a digital computer (FOCOM-231), and clarified the tendency of stress distribution and maximum deflection of models.

Lastly, they pursued closely the most profitable distribution ratio of these chord members under the above-mentioned many calculated and experimental results of models.

I. 緒 言

本研究はすでに発表した研究報告 (第1報)¹⁾ の理論的結果を光弾性実験により確かめて見ようという目的で行なったもので、従来連続桁式逆ローゼ橋の光弾性実験については全く研究された例がなく非常に興味をそそられるところである。

著者等は弦材分配率の異なる3個の3径間連続桁式逆ローゼ橋の模型をエポキシ樹脂で製作し、上弦材中央点に集中線荷重を載荷し、光弾性実験装置により光弾性縞写真ならびに等傾線を求め、せん断応力差積分法による実験解析と連続桁式逆ローゼ橋のマトリックス法による弾性理論解析による結果を比較考察し、その応力分布と最適弦材分配率に関し吟味・追求したものである。

II. 模 型

模型は光弾性材料エポキシ樹脂にて製作し、その寸法を示せば図-1の通りである。また

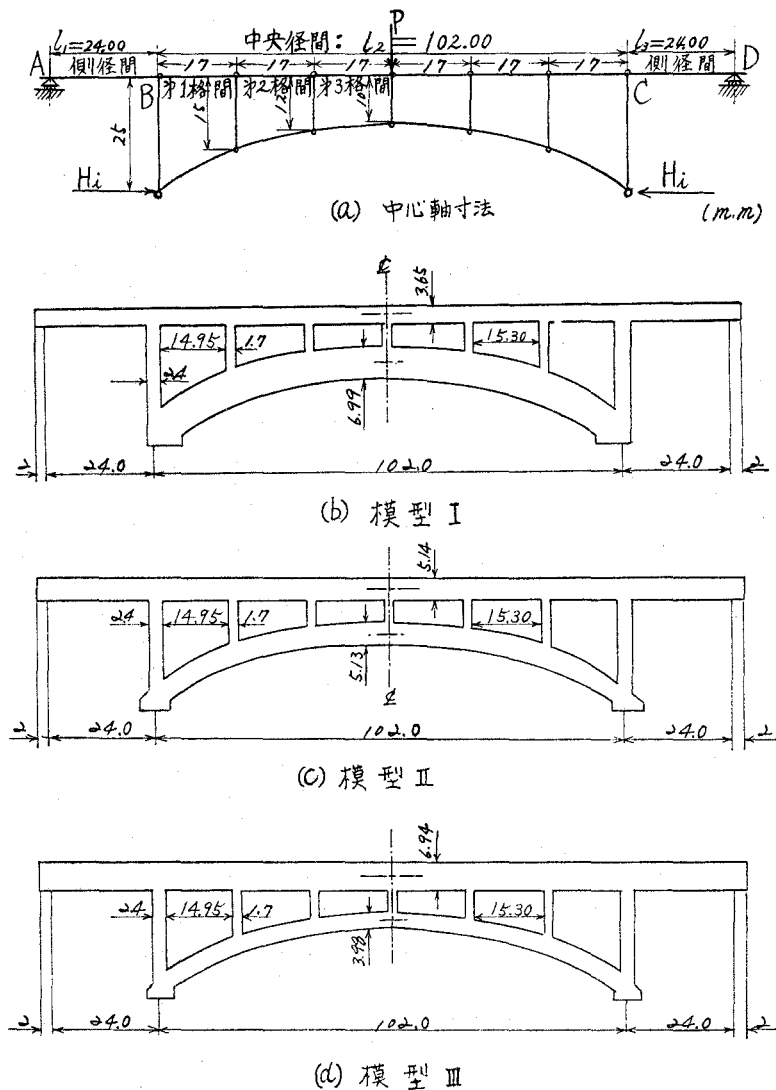


図-1 模型寸法 (単位: mm)

厳密に測定した上弦材・下弦材・端柱及び垂直材の断面平均高さは表-1に示す通りであり、模型の平均厚さは模型 I, II, III 共 6.0 mm の一定値であることが認められた。

次にエポキシ樹脂の常温における諸定数を表-2に示し実験解析その他の用に供することとする。

表-1 各部材の断面平均高さ (mm)

種 別	上弦材	下弦材	端 柱	垂直材
模 型 I	3.65	6.99	2.4	1.7
模 型 II	5.14	5.13	2.4	1.7
模 型 III	6.94	3.98	2.4	1.7

表-2 エポキシ樹脂の常温における諸定数

光弾性係数 $\Delta n/\sigma$ (Brewster)	ヤング係数 E (kg/mm ²)	光弾性感度 α (mm/kg)	フリッジ応力 $S=1/\alpha$ (kg/mm)
51	302~310	0.94	1.13

III. 実験方法²⁾

模型 I, II, III の3個を1個ずつ、理研製標準型光弾性実験装置³⁾の荷重支持台に載せ、集中線荷重 P を図-1(a)の通り上弦材中央点に載荷し、水銀灯の光源によって光弾性縞写真を撮影し、更に荷重を適度に減らし白色灯の光源を用いてスクリーン上に張ったトレーシング・ペーパーに傾角 10° の変化毎に等傾線を追跡した。ただし、側径間における両端の支承部には、エポキシ樹脂板にて橋台に相当する模型支持台を作製し、単純支持の保持出来るように取付けたことを付記する。

また島津製読取顕微鏡 (A 型) を使用し、支間中央の垂直線と下弦材中心軸線との交点の垂直たわみを厳密に測定した。

IV. 等色線縞写真及び等傾線

光弾性実験による等色線縞写真の撮影には、暗箱カメラを用い水銀灯光源による緑色光線 ($\lambda = 5,461 \text{ \AA}$) にて、しぼり: F 4.0~F 4.5, 露出時間: 3秒を記録した。フィルムにはパナクロプロセスのキャビネ版を使用し、数回試写を行なった後に成功した。

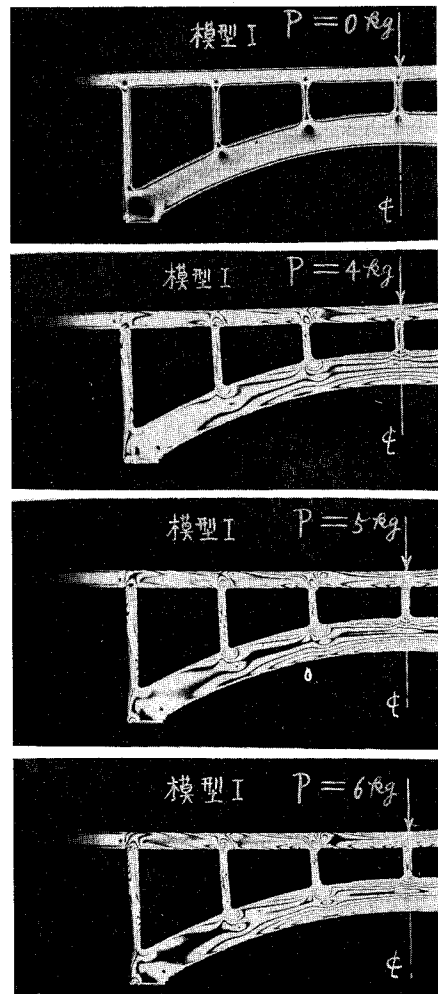


図-2 模型 I の等色線縞写真

等傾線を求めるには、白色灯光源を使用してスクリーンにはトレーシング・ペーパーを貼り、投影レンズにて図を拡大してトレースする方法をとった。

図-2, 3, 4は模型 I, II, III それぞれにおける荷重の変化による等色線縞模様を示した写真であり、図-5は模型 I, II, III の何れにも同一大さの集中線荷重 $P=5\text{ kg}$ を載荷した場合の解析に用いた等色線縞写真である。

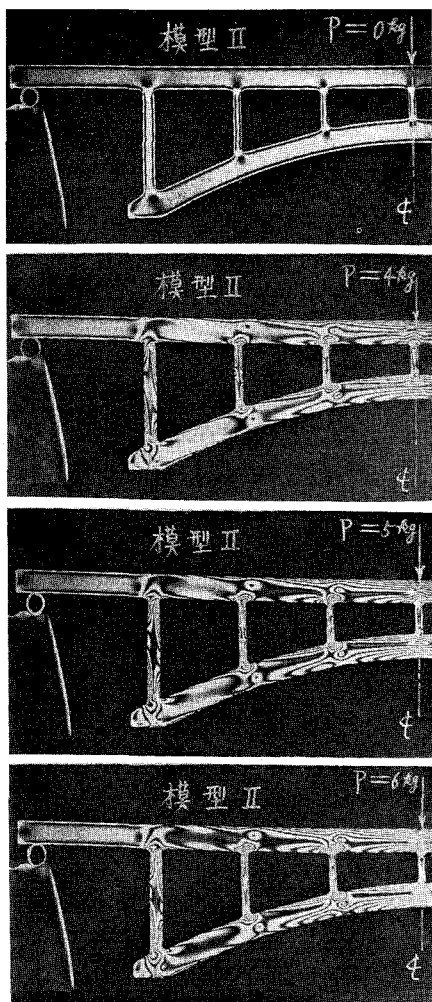


図-3 模型 II の等色線縞写真

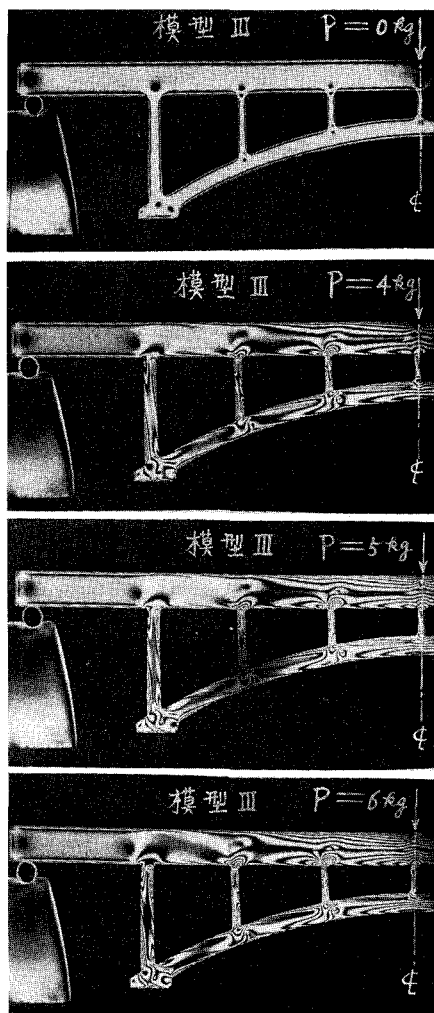
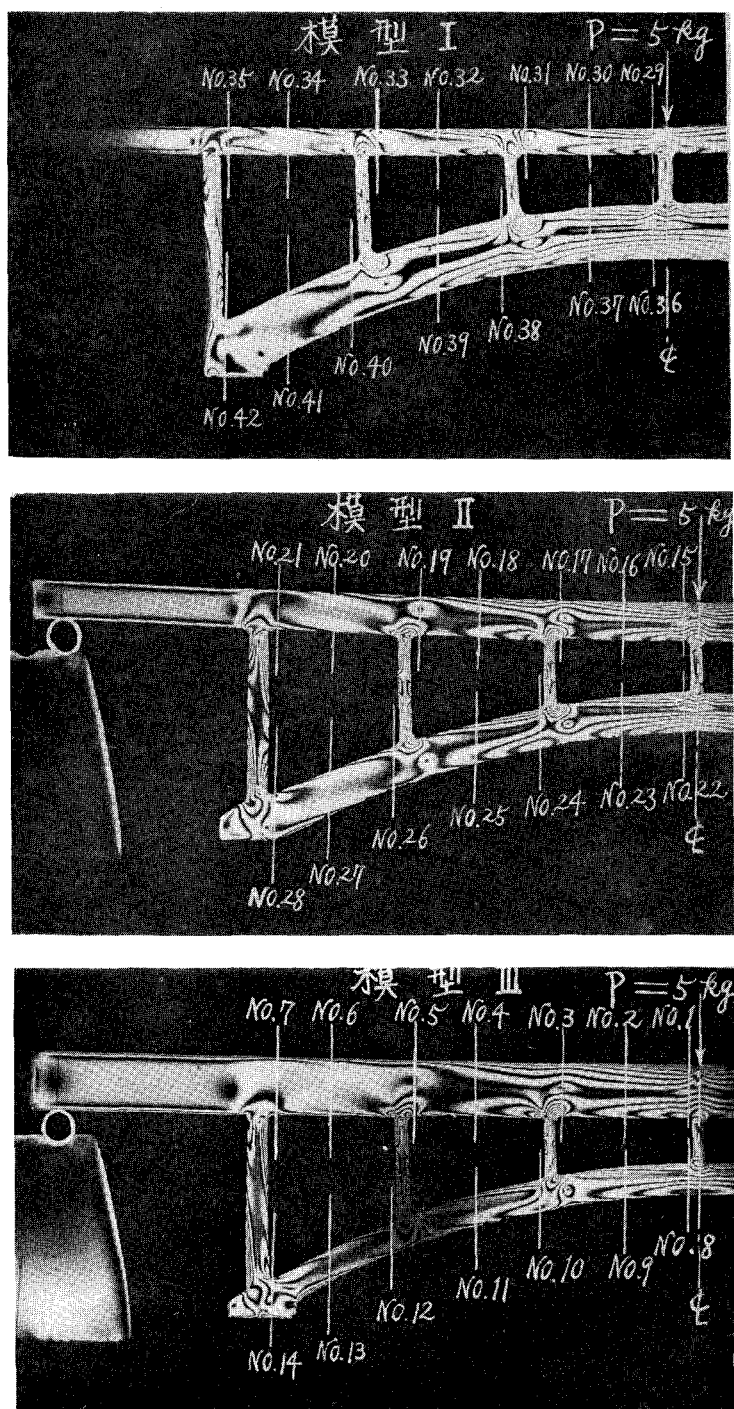


図-4 模型 III の等色線縞写真



図—5 解析に用いた等色線縞写真

また、図-6, 7, 8は模型 I, II, III の何れにも同一大さの集中線荷重 $P=0.5 \text{ kg}$ を載荷した場合の解析に使用した投傾線図である。

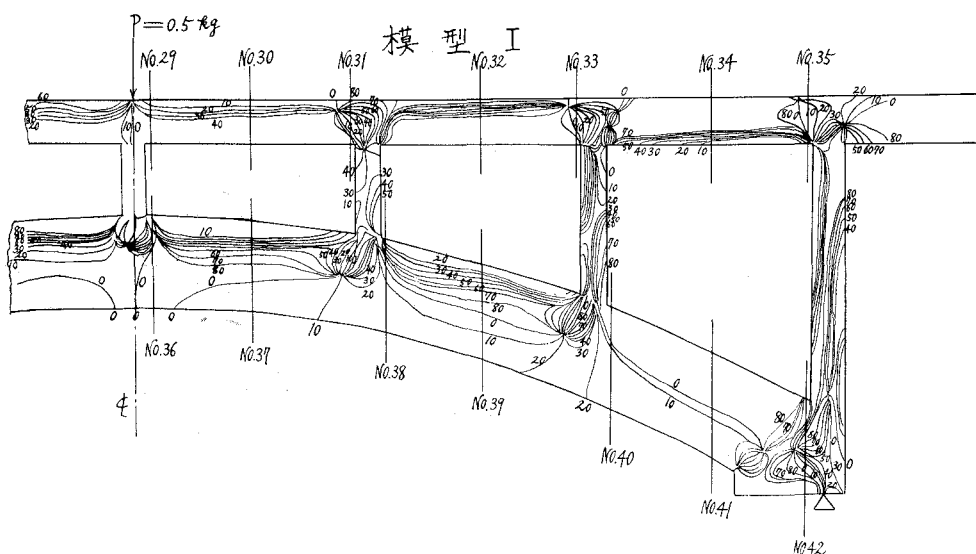


図-6 解析に用いた模型 I の等傾線

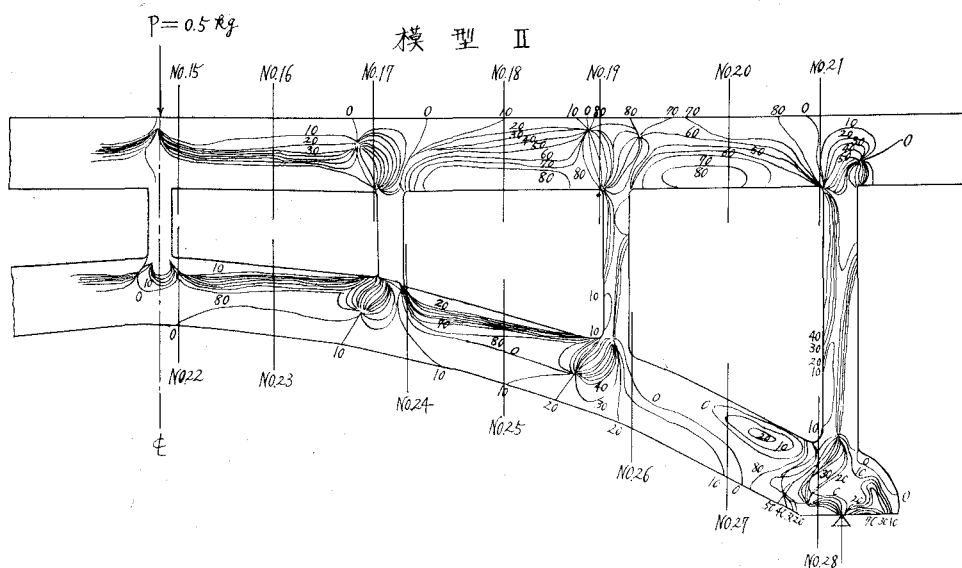
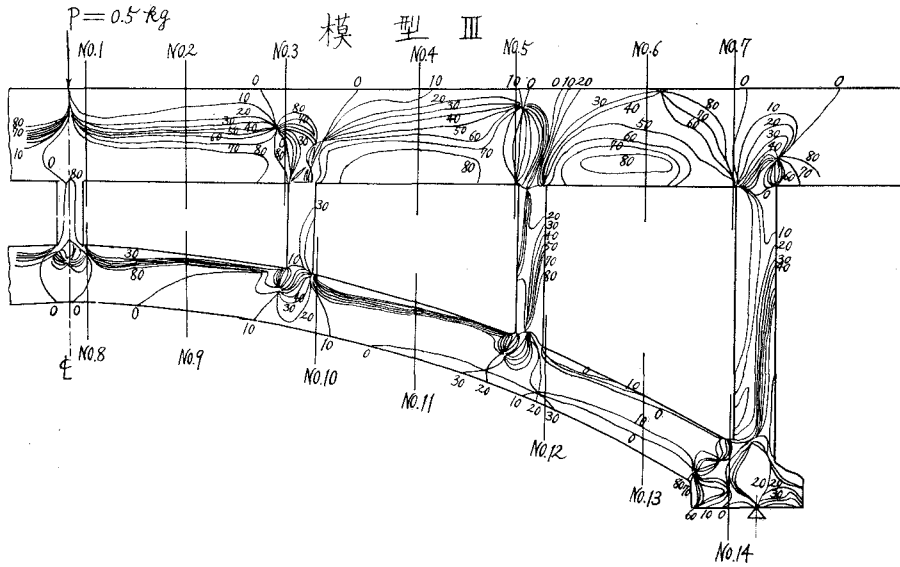


図-7 解析に用いた模型 II の等傾線



図—8 解析に用いた模型 III の等傾線

V. 応力解析

3 径間連続桁式逆ローゼ橋における主構の解析理論とその誘導については、すでに研究報告 (第1報) に発表した通りであるので、ここでは最終的に得られた理論解式と実験応力解式を掲載するに止める (研究報告第1報の図-1 参照)。

1. 理論解式¹⁾

A. 中央径間格点モーメント $M_{k,\varepsilon}^0, M_{k,\varepsilon}^u$

$$\left. \begin{aligned} M_{k,\varepsilon}^0 &= t_k(m_{k,\varepsilon} - h_k H_\varepsilon) + b_{k,0}^0 M_{0,\varepsilon}^0 + b_{k,n+1}^0 M_{n+1,\varepsilon}^0 \\ M_{k,\varepsilon}^u &= (1-t_k)(m_{k,\varepsilon} - h_k H_\varepsilon) + b_{k,0}^u M_{0,\varepsilon}^0 + b_{k,n+1}^u M_{n+1,\varepsilon}^0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \quad b_{k,0}^0 &= t_k(n+1-k)/(n+1) - 2a_{k,1} O_1'/(l'_k + l'_{k+1}) \\ b_{k,n+1}^0 &= t_k k/(n+1) - 2a_{k,n} O_1'/(l'_k + l'_{k+1}) \\ b_{k,0}^u &= (1-t_k)(n+1-k)/(n+1) + 2a_{k,1} O_1'/(l'_k + l'_{k+1}) \\ b_{k,n+1}^u &= (1-t_k) k/(n+1) + 2a_{k,n} O_1'/(l'_k + l'_{k+1}) \\ k &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\}$$

B. 支点 B, C の支点モーメント $M_{0,\varepsilon}^0, M_{n+1,\varepsilon}^0$

$$\left. \begin{aligned} M_{0,\varepsilon}^0 &= \left\{ -C_1(C_{0,\varepsilon} + N_{B,\varepsilon}) + C_2(C_{n+1,\varepsilon} + N_{C,\varepsilon}) \right\} / (C_1^2 - C_2^2) \\ M_{n+1,\varepsilon}^0 &= \left\{ -C_1(C_{n+1,\varepsilon} + N_{C,\varepsilon}) + C_2(C_{0,\varepsilon} + N_{B,\varepsilon}) \right\} / (C_1^2 - C_2^2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

C. 支点モーメント M_0^0 による水平反力 ΔH

$$\Delta H = \left. \begin{aligned} & \left[\sum_{k=1}^{n+1} \left\{ O'_k b_{k,0}^0 t_k h_k + U'_k b_{k,0}^u (1-t_k) h_k \right\} \right. \\ & \quad \left. - O'_1 \left\{ (2/3) b_{1,0}^0 - 1 \right\} t_1 h_1 \right] / \left[\sum_{k=1}^{n+1} \left\{ O'_k l_k^2 h_k^2 + U'_k (1-t_k)^2 h_k^2 \right\} \right. \\ & \quad \left. - (2/3) O'_1 l_1^2 h_1^2 + \sum_{k=1}^{n+1} (U_k I_c / F_k^u) \sec^2 \beta \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

D. 水平反力 H_ε^H

$$H = H_\varepsilon^H + \Delta H (M_{0,\varepsilon}^0 + M_{n+1,\varepsilon}^0) \quad (4)$$

E. せん断力 $V_{k,\varepsilon}$

$$\left. \begin{aligned} \text{上弦材: } V_{k,\varepsilon}^0 &= (M_{k+1,\varepsilon}^0 - M_{k,\varepsilon}^0) / \lambda \\ \text{下弦材: } V_{k,\varepsilon}^u &= (M_{k+1,\varepsilon}^u - M_{k,\varepsilon}^u) / \lambda + H_\varepsilon^H \tan \beta_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

F. 支柱軸力 $Z_{k,\varepsilon}$

$$\left. \begin{aligned} \text{中間支柱: } Z_{k,\varepsilon} &= V_{k,\varepsilon}^0 - V_{k+1,\varepsilon} + \delta_{k,\varepsilon} \\ \text{端支柱: } Z_{1,\varepsilon} &= V_{1,\varepsilon}^0 - V_{0,\varepsilon}^0 + \rho \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに, $\delta_{k,\varepsilon}$: Kronecker の記号 ($k=i, \delta_{k,\varepsilon}=1$; $k \neq i, \delta_{k,\varepsilon}=0$)
 ρ : 側径間を単純桁と考えた時の反力

上述 (1)~(6) 式において, l_1 : 左側径間の支間, l_2 : 中央径間の支間, l_3 : 右側径間の支間, λ : 格間長, $(n+1)$: 格間数, O_k : 中央径間の k 格点における上弦材の長さ, O'_k : 中央径間上弦材の換算長 $= O_k (I_c / I_k^0)$, U_k : 中央径間の k 格点における下弦材の長さ, U'_k : 中央径間下弦材の換算長 $= U_k (I_c / I_k^u)$, F_k^0 : 中央径間の k 格点における上弦材の断面積, F_k^u : 中央径間の k 格点における下弦材の断面積, I_k^0 : 同上の上弦材の慣性モーメント, I_k^u : 同上の下弦材の慣性モーメント, $l'_k = O'_k + U'_k$, I_c : 標準慣性モーメント, I_s : 側径間の慣性モーメント, $t_k \doteq (U'_k + U'_{k+1}) / (l'_k + l'_{k+1})$, $1 - t_k \doteq (O'_k + O'_{k+1}) / (l'_k + l'_{k+1})$, m_{ek} : k 格点における単純桁としての曲げモーメント, H_ε^H : 側径間を考えない場合の水平反力, その他の記号については, 研究報告第 1 報参照のこと。

G. 上・下弦材の軸方向断面応力度 σ_x

$$\left. \begin{aligned} \text{上弦材: } \sigma_x &= \pm (M / I^0) y \\ \text{下弦材: } \sigma_y &= N / F^u \pm (M / I^u) y \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに, M : 曲げモーメント
 I^0, I^u : 上弦材及び下弦材の慣性モーメント
 N : 軸力
 y : 中立軸よりの垂直距離
 F^u : 下弦材の断面積

H. た わ み

$$1 \cdot \delta = \int \bar{M} (M/EI) ds + \int \bar{N} (N/EA) ds + \int \bar{Q} (Q/GA) ds \quad (8)$$

ここに、 M, N, Q : 実際荷重による部材の曲げモーメント, 軸力, せん断力
 $\bar{M}, \bar{N}, \bar{Q}$: 単位荷重 $P=1$ が載った場合の部材の曲げモーメント, 軸力, せん断力

2. 実験応力解式^{4),5)}

光弾性実験の応力解析としては、主応力和 ($\sigma_1 + \sigma_2$) を求めることにより σ_1 及び σ_2 の単独値を決定する方法、等傾線と等色線を基として平面応力問題における平衡方程式を補助に用いて解く図式積分法、主応力の単独値測定解析法など種々あるが、その中で最も実用性に富む確実な方法とされているせん断応力差積分法を採用することとする。

そこで、平面応力問題における応力の平衡方程式を積分して σ_x, σ_y に関する基本式を求め、せん断応力差積分法による応力解析の原理に従って $\tau_{yx}, \sigma_y, \sigma_x$ などの解式を誘導すれば、次式の通りとなる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{yx} &= (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta/2 \\ \sigma_y &= (\sigma_y)_0 - \sum \Delta \tau_{yx} \\ \sigma_x &= \sigma_y - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 $\sigma_1 - \sigma_2$: 主応力差 $= (S/d) n$ (kg/mm²)
 S : フリンジ応力 (kg/mm)
 n : 縞次数 (等色線より求まる)
 d : 板厚 (mm)
 $(\sigma_y)_0$: $y=0$ の時、すなわち上縁の σ_y (kg/mm²)
 θ : y 軸と主応力 σ_1 の方向との間の角 (等傾線より求まる)
 $\Delta \tau_{yx}$: 間隔 Δx はなれた断面の τ_{yx} の差

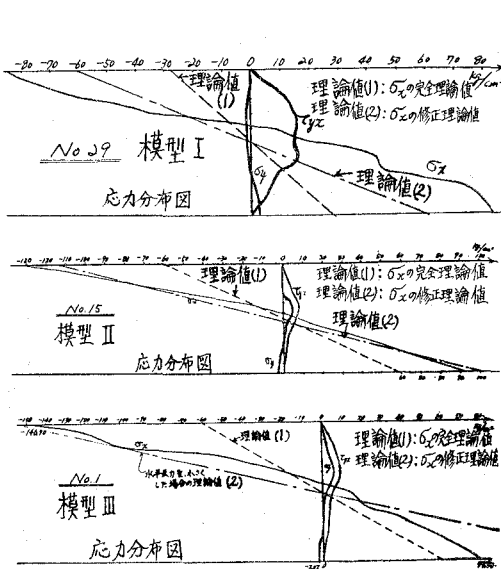
VI. 各模型の実験解析値及び理論計算値の比較

1. 中央径間の各格間における上・下弦材の断面応力度分布

上述の理論解式及び実験応力解式によって求めた結果を図に示せば、図-9～図-20の通りとなる。なお、図の中に示されている理論値(1)、理論値(2)とは、それぞれ、両中間支点構造が固定ヒンジよりなる σ_x の完全理論値及び両中間支点の水平移動を許容した場合の σ_x の修正理論値(水平反力を完全理論の75%と仮定して計算した値)を示すものとする。

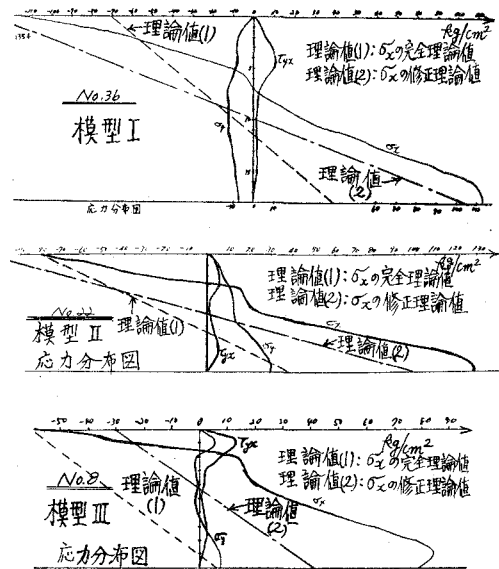
2. 支間中央点における下弦材の中心軸たわみ

(8)式により、支間中央点における下弦材の中心軸たわみを求め、実験たわみと比較すれば、表-3の通りとなる。



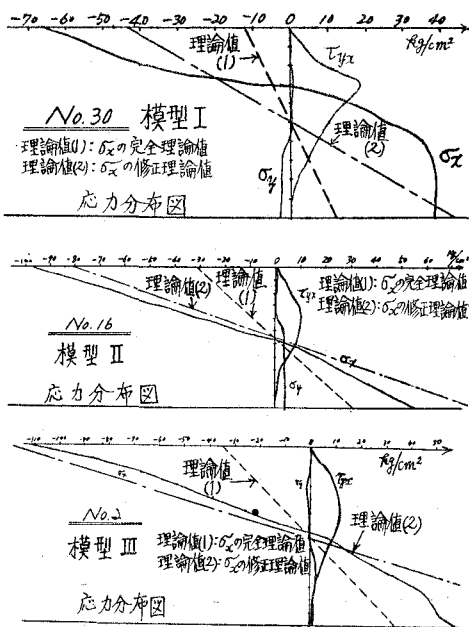
(注) 各模型とも $P=5.0$ kg の場合

図-9 中央径間の第3格間右端(支間中央部)における上弦材の断面応力度分布



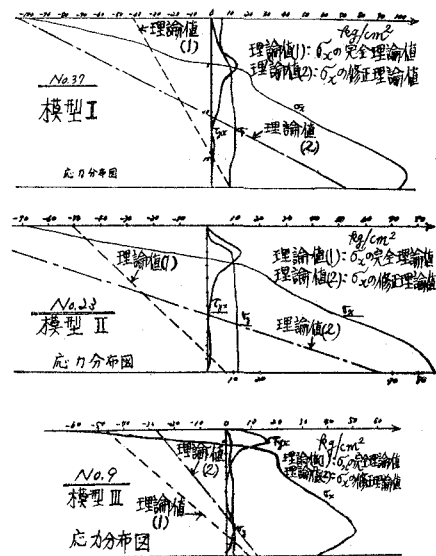
(注) 各模型とも $P=5.0$ kg の場合

図-10 中央径間の第3格間右端(支間中央部)における下弦材の断面応力度分布



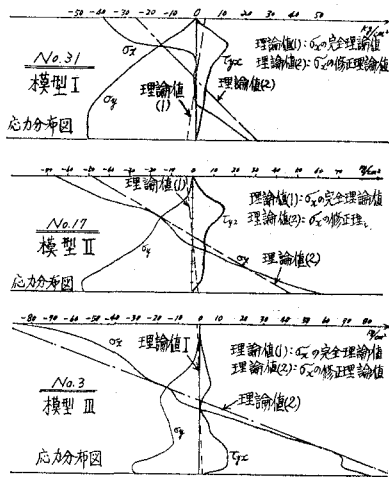
(注) 各模型とも $P=5.0$ kg の場合

図-11 中央径間の第3格間中央点における上弦材の断面応力度分布



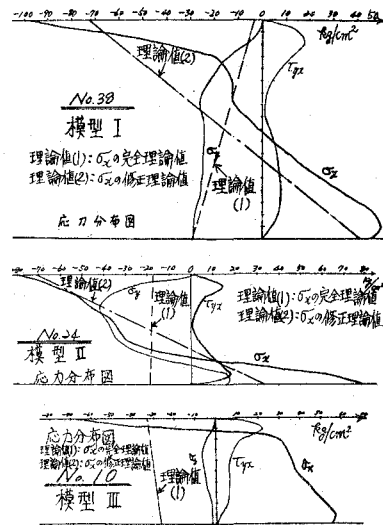
(注) 各模型とも $P=5.0$ kg の場合

図-12 中間径間の第3格間中央点における下弦材の断面応力度分布



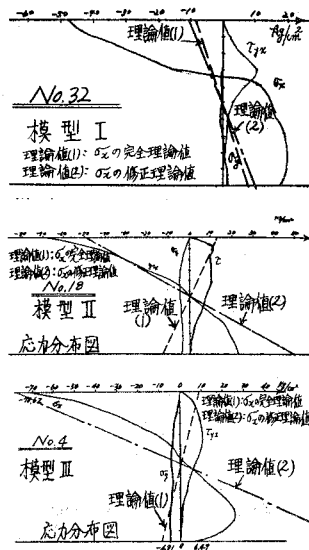
(注) 各模型とも $P=5.0 \text{ kg}$ の場合

図—13 中央径間の第3格間左端における上弦材の断面応力度分布



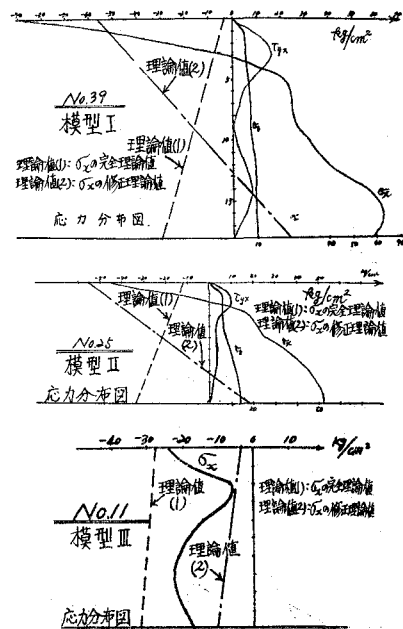
(注) 各模型とも $P=5.0 \text{ kg}$ の場合

図—14 中央径間の第2格間右端における下弦材の断面応力度分布



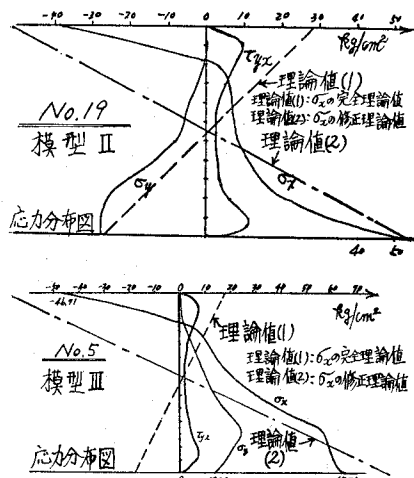
(注) 各模型とも $P=5.0 \text{ kg}$ の場合

図—15 中央径間の第2格間中央点における上弦材の断面応力度分布



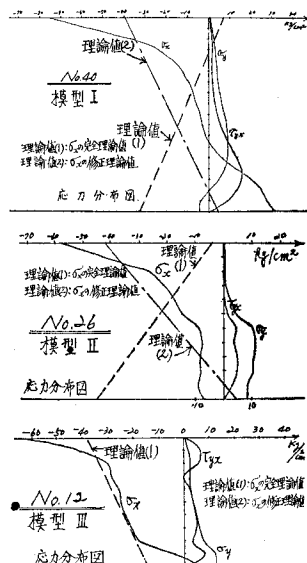
(注) 各模型とも $P=5.0 \text{ kg}$ の場合

図—16 中央径間の第2格間中央点における下弦材の断面応力度分布



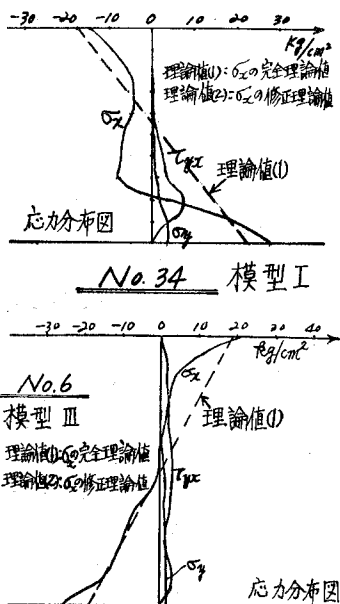
(注) 各模型とも $P=5.0 \text{ kg}$ の場合 (模型 I は省略)

図—17 中央径間の第2格間左端における上弦材の断面応力度分布



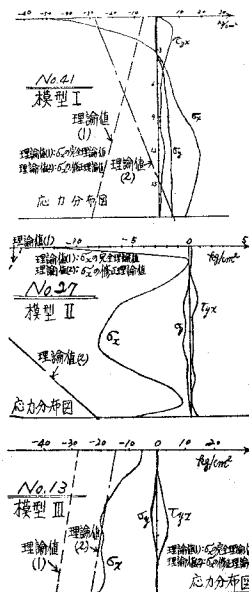
(注) 各模型とも $P=5.0 \text{ kg}$ の場合

図—18 中央径間の第1格間右端における下弦材の断面応力度分布



(注) 各模型とも $P=5.0 \text{ kg}$ の場合 (模型 II は省略)

図—19 中央径間の第1格間中央点における上弦材の断面応力度分布



(注) 各模型とも $P=5.0 \text{ kg}$ の場合

図—20 中央径間の第1格間中央点における下弦材の断面応力度分布

表-3 支間中央点における下弦材中心軸のたわみ (mm)

種 別	理論たわみ (1)		理論たわみ (2)		実験たわみ	
	模型断面	換算断面	模型断面	換算断面	模型断面	換算断面
模 型 I	0.26	0.24	0.36	0.34	0.73	0.65
模 型 II	0.39	0.30	0.55	0.42	0.94	0.72
模 型 III	0.52	0.52	0.73	0.73	0.82	0.82

(注) 模型断面: 模型通りの断面, 換算断面: 上・下弦材の合計断面積を模型 III のそれに等しくなるよう上・下弦材とも同率に修正した断面

なお, 理論たわみ (1), 理論たわみ (2) は, それぞれ, 両中間支点を固定ヒンジと仮定した場合の理論たわみ値と両中間支点の水平移動を許容し, 水平反力を 75% に減じた場合の理論たわみ値を示すものとする。

エポキシ樹脂による光弾性模型では, 連続桁式逆ローゼ橋の中間支承におけるような固定ヒンジ支承構造とすることは非常に困難なので, 軸方向断面応力度 σ_x 及びたわみ δ の計算に修正理論を採用し, 実験値に幾分でも接近する理論値を求めて比較に供した次第である。

VII. 考 察

1. 理論計算値と実験値の比較

断面応力度 σ_x の分布をみればわかる通り, 各模型とも実験値の方がかなり大きくなっているようであるが, これは中間支点の構造が理論では固定ヒンジと仮定しているのに模型では可動であるため, 水平反力がかなり減少していると考えられ差を生じたものと判断出来る。このことは, また支間中央点の実験たわみとその理論たわみよりもかなり大きくなっている事実からも確認出来るであろう。

また, 模型の支点構造の実状を考慮に入れた修正理論 (水平反力を 75% に減少したもの) による計算値は, 断面応力度 σ_x 及びたわみ δ とも実験値にかなり近接する傾向にあったので, 上述の判断・考察の妥当なことが実証出来たものと思う。

その他理論計算値と実験値の間に差異の生ずる原因としては, 模型における上・下弦材と支柱 (端支柱・中間支柱) との連結構造が理論通りヒンジになっていないこと, 実験解析に用いた等傾線にも幾分不明点のあること, エポキシ樹脂板の常温における諸定数にも試験片により多少の差異の生ずることがあることなどを挙げる事が出来ると思う。

2. 模型 I, II, III の比較

A. 水平反力

模型 I, II, III の水平反力を理論値より比較してみると, 表-4 の通りとなり, 模型 I の場合が最も小さくなっている。

表-4 各模型の水平反力理論値

種 別	水平反力 (kg)
模 型 I	5.626
模 型 II	6.803
模 型 III	6.795

B. 支点モーメント

支点モーメントの理論値は模型 I, II, III の順に大きくなっている。

C. た わ み

支間中央点のたわみはすでに表-3 に示した通り、理論値・実験値とも模型 I の場合が最小となっている。

D. 断面応力度分布

断面応力度における $\max \sigma_x$ の和を理論値・実験値それぞれについて求めてみたが、何れも模型 I, II, III の順に大きくなっている。

上・下弦材各断面における応力度分布を総合的に判断し、模型 I が最も有利なものと思う。

要するに、3種類の模型の中、断面応力度分布・支点モーメント・たわみなどよりみて、模型 I すなわち上弦材に比べ下弦材（アーチ部材）の大きい型式のものが有利と考えられ、最適弦材分配率はアーチを主体とした逆ローゼ型式にあると推定される。

ただし、この実験では集中線荷重を支間中央部上弦材の上面に載荷しただけのものであるから、等分布荷重など載荷した場合は勿論変化すると思うがその傾向においては近接するのではないかと判断する。

VIII. 結 言

各模型とも、中間支点の構造を不完全固定ヒンジと仮定し水平反力を 75% に減少して計算すれば、理論と実験による断面応力度分布傾向はかなり近接することを確認出来たし、また支間中央点のたわみにおいても同様の傾向が明らかにされた。

各模型の比較では、理論と実験の何れの場合にも同様に、アーチ部材の断面積の方が上弦材に比べて大きな模型 I のような型式の有利なことが明白になった。このことは、研究報告第 1 報¹⁾ において発表した結論と同一傾向であり注目に価するものと思う。

最後に、本研究に対しては本学土木工学科の卒業生、浅利和彦・大石智章の両君に在学中ご協力頂いたことを付し、心から謝意を表する次第である。 (昭和 48 年 5 月 19 日受理)

文 献

- 1) 中村作太郎：室蘭工業大学研究報告（理工編），第 7 巻 第 3 号，211（1972）。
- 2) 中村作太郎・志村政雄：土木学会第 27 回年次学術講演会講演概要集，I-238，703（1972）。
- 3) 辻 二郎・西田正孝・河田幸三：光弾性実験法，10（1965），日刊。
- 4) 中村作太郎・志村政雄：室蘭工業大学研究報告（理工編），第 6 巻 第 2 号，350（1968）。
- 5) 応用測定技術研究会：応力測定法，549（1955），朝倉。

On a Three Dimensional Stress Analysis of an Annular Cylindrical Body Subjected by Non-axisymmetrical Loading

Sumio G. Nomachi and Kenichi G. Matsuoka

Abstract

The three dimensional stress problem written in the cylindrical co-ordinate system is solved using the finite Fourier-Hankel transform method. The boundary conditions are so given as to produce anti-symmetrical stress distribution with respect to a diameter. The detail discussion is focused on the case when a thick hollow cylinder is subjected by a partially distributed load acting in the radial direction with the numerical results.

1. Introduction

Though the recent progress of the electric digital computer makes it possible for us to handle the three dimensional stress problems by means of "Finite Element Method" or "Finite Difference Method", etc., many problems still remain untouched in the field of the three dimensional elasticity.

It is because that the convergency of F. E. M. seems to be uncertain, and the capacity of the computer still is not large enough for the thorough treatment of the three dimensional stress state. The analytical solutions so far presented, seems to be confined to the case of infinite, semi-infinite elastic body and the thick plate.

In this paper, the nonaxial stress problem of a hollow cylinder is dealt with, by means of the Finite Fourier-Hankel transform. Specifically, the paper considers the case when the thich hollow cylinder is subjected by bending.

2. The Fundamental Differential Eguation

Let σ_r , σ_θ and σ_z be the normal stresses in the r , θ and z directions, and $\tau_{r\theta}$, $\tau_{\theta z}$ and τ_{zr} be the corresponding shearing stresses respectivry, the equilibrium of forces are expressed by

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} & -\frac{1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{r\partial\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial}{r\partial\theta} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z} + \frac{2}{r} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{r\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{r\theta} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

Denoting the components of displacement in the r , θ and z directions by u , v and w , the Hook's law is written as follows

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r\partial\theta} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{r\theta} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} \frac{\partial}{r\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{r\partial\theta} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3)$$

where μ , λ are the Lamé's elastic constants.

3. Finite Fourier-Hankel Transformation and Their Inversion Formulas

a) Fourier Transforms

If $f(x)$ satisfies Dirichlet's conditions in the interval $(0, a)$ and if its finite Fourier transforms in that range are defined to be

$$\begin{aligned} S_n[f(x)] &= \int_0^a f(x) \sin \frac{n\pi}{a} x dx, \\ C_n[f(x)] &= \int_0^a f(x) \cos \frac{n\pi}{a} x dx, \end{aligned}$$

where $n=1, 2, \dots$,

then at any point of $(0, a)$ at which the function $f(x)$ is continuous

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} S_n[f(x)] \sin \frac{n\pi}{a} x, \\ f(x) &= \frac{2}{a} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} C_n[f(x)] \cos \frac{n\pi}{a} x + \frac{1}{2} C_0[f(x)] \right\}. \end{aligned}$$

b) Hankel Transforms

If $f(x)$ satisfies Dirichlet's conditions in the interval (a, b) and if its finite Hankel transforms in that range are defined to be

$$\begin{aligned} H_\nu[f(x)] &= \int_a^b f(x) x H_\nu(\xi_i x) dx, \\ H_{\nu \pm 1}[f(x)] &= \int_a^b f(x) x H_{\nu \pm 1}(\xi_i x) dx, \end{aligned}$$

then at any point of (a, b) at which the function $f(x)$ is continuous

$$f(x) = \frac{2\nu a^{2\nu} b^{2\nu}}{b^{2\nu} - a^{2\nu}} \cdot \frac{1}{x^{\nu+1}} \int_a^b f(x) x^{-\nu} dx + \frac{2}{b^2} \sum_{\ell=1}^{\infty} \mathbf{H}_{\nu+1} \left[f(x) \right] \frac{H_{\nu+1}(\xi_{\ell} x)}{\Theta_{\ell\nu}^2},$$

$$f(x) = \frac{2}{b^2} \sum_{\ell=1}^{\infty} \mathbf{H}_{\nu} \left[f(x) \right] \frac{H_{\nu}(\xi_{\ell} x)}{\Theta_{\ell\nu}^2},$$

$$f(x) = \frac{2\nu}{b^{2\nu} - a^{2\nu}} \cdot x^{\nu-1} \int_a^b f(x) x^{\nu} dx + \frac{2}{b^2} \sum_{\ell=1}^{\infty} \mathbf{H}_{\nu-1} \left[f(x) \right] \frac{H_{\nu-1}(\xi_{\ell} x)}{\Theta_{\ell\nu}^2},$$

where

$$H_j(\xi_{\ell} x) = J_j(\xi_{\ell} x) Y_{\nu}(\xi_{\ell} a) - J_{\nu}(\xi_{\ell} a) Y_j(\xi_{\ell} x),$$

$$j = \nu - 1, \nu, \nu + 1,$$

$$\Theta_{\ell\nu}^2 = \left\{ H_{\nu+1}(\xi_{\ell} b) \right\}^2 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 \left\{ H_{\nu+1}(\xi_{\ell} a) \right\}^2$$

and ξ_{ℓ} is a root of transcendental equation

$$H_{\nu}(\xi_{\ell} b) = 0.$$

4. Solution by Means of Finite Fourier-Hankel Transform

A method of solution was presented before, we will focus the discussion on the case when the hollow cylinder is of anti-axial stress state. The hollow cylinder of which inner radius, outer radius and depth are denoted by $b(=a_1)$, $a(=a_2)$ and c , respectively. Multiplying Eq. (1) by

$$L = \left\{ \cos \nu \theta \cdot X(r, z) \sin \nu \theta \cdot X(r, z) \cos \nu \theta \cdot X(r, z) \right\}$$

where

$$\nu = \frac{m\pi}{\varphi} = \frac{m}{2} \quad (\because \varphi = 2\pi) \quad m = 2, 4, \dots,$$

and integrating by parts, with the aid of Eqs. (2) and (3), we have the Fourier transformations with respect to θ as follows;

$$\begin{aligned} \int_{A_{\theta}} \mathbf{K}_{1\nu} u_{\nu} dA_{\theta} &= \int_0^c \left[\mathbf{K}_{2\nu} u_{\nu} + X \cdot \sigma_{1\nu} \right] dz \\ &+ \int_a^b \left[\mathbf{K}_{3\nu} C_{\nu}[w] + X \cdot \sigma_{2\nu} \right] dr \end{aligned} \quad (4)$$

where

$$\mathbf{u}_{\nu} = \begin{bmatrix} C_{\nu}[u] \\ S_{\nu}[v] \\ C_{\nu}[w] \end{bmatrix}, \quad \sigma_{1\nu} = \begin{bmatrix} C_{\nu}[\sigma_r] \\ S_{\nu}[\tau_{r\theta}] \\ C_{\nu}[\tau_{zr}] \end{bmatrix}, \quad \sigma_{2\nu} = \begin{bmatrix} C_{\nu}[\tau_{zr}] \\ S_{\nu}[\tau_{\theta z}] \\ C_{\nu}[\sigma_z] \end{bmatrix},$$

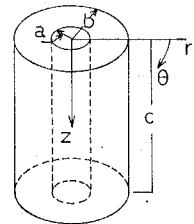


Fig. 1.

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{1\nu} &= \begin{bmatrix} (2\mu+\lambda)r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial X}{r \partial r} \right) - \mu \left(\nu^2 \frac{X}{r^2} + \frac{\partial X}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \right) & (\mu+\lambda) \nu \frac{\partial X}{r \partial r} + 2\nu\mu \frac{X}{r^2} \\ (\mu+\lambda) \nu \frac{\partial X}{r \partial r} - 2\nu(2\mu+\lambda) \frac{X}{r^2} & \mu \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial X}{r \partial r} \right) - \frac{\partial X}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \right\} - (2\mu+\lambda) \nu^2 \frac{X}{r^2} \\ \lambda r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial X}{r \partial z} \right) - \mu r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{X}{r} \right) \frac{\partial}{\partial z} & -\nu \left(\lambda \frac{\partial X}{r \partial z} + \mu \frac{X}{r} \frac{\partial}{\partial z} \right) \\ (\mu+\lambda) \frac{\partial^2 X}{\partial r \partial z} & \\ \nu(\mu+\lambda) \frac{r \partial z}{\partial X} & \\ \mu \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{X}{r} \right) \right\} - \mu \nu^2 \frac{X}{r^2} + (2\mu+\lambda) \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} & \end{bmatrix}, \\
\mathbf{K}_{2\nu} &= \begin{bmatrix} -(2\mu+\lambda) \frac{\partial X}{\partial r} + 2\mu \frac{X}{r} & \nu\mu \frac{X}{r} & -\mu \frac{\partial X}{\partial z} \\ \nu\lambda \frac{X}{r} & \mu \frac{\partial X}{\partial r} - 2\mu \frac{X}{r} & 0 \\ -\lambda \frac{\partial X}{\partial z} & 0 & \mu r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{X}{r} \right) \end{bmatrix}, \\
\mathbf{K}_{3\nu} &= \begin{bmatrix} \lambda \frac{\partial X}{\partial r} \\ -\nu\lambda \frac{X}{r} \\ (2\mu+\lambda) \frac{\partial X}{\partial z} \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

and

$$\int_{A_\theta} f \cdot dA_\theta = \int_a^b \int_0^c f dr dz$$

Introducing $A_{\nu rz}$, $B_{\nu rz}$ as

$$\begin{bmatrix} A_{\nu rz} \\ B_{\nu rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\nu[u] \\ \mathbf{S}_\nu[v] \end{bmatrix}$$

and substituting then into Eq. (4), we find that

$$\int_{A_\theta} \mathbf{K}'_\nu \mathbf{u}'_\nu dA_\theta = \int_0^c \left[\mathbf{K}'_{2\nu} \mathbf{u}'_\nu + X \cdot \boldsymbol{\sigma}'_{1\nu} \right]_a^b dz + \int_a^b \left[\mathbf{K}'_{3\nu} \mathbf{C}_\nu[w] + X \cdot \boldsymbol{\sigma}'_{2\nu} \right]_0^c dr \quad (5)$$

The 1st and 2nd rows of \mathbf{K}'_ν , \mathbf{u}'_ν and $\boldsymbol{\sigma}'_\nu$ are replaced by the addition and subtraction with the 1st and 2nd rows of \mathbf{K}_ν , \mathbf{u}_ν and $\boldsymbol{\sigma}_\nu$, respectively.

Then substituting $\sin Nz \cdot H_{\nu+1}(\xi_\delta r)$ for X in the 1st row of Eq. (5), $\sin Nz \cdot H_{\nu-1}(\xi_\delta r)$ for X in the 2nd row, and $\cos Nz \cdot H_\nu(\xi_\delta r)$ for X in the 3rd row, we finally have the equations for the Fourier-Hankel transforms of $A_{\nu rz}$, $B_{\nu rz}$ and w , as follows;

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \{(3\mu+\lambda)\xi_i^2+2\mu N^2\} & -(\mu+\lambda)\xi_i^2 & -(\mu+\lambda)\xi_i N \\ -(\mu+\lambda)\xi_i^2 & \{(3\mu+\lambda)\xi_i^2+2\mu N^2\} & (\mu+\lambda)\xi_i N \\ -(\mu+\lambda)\xi_i N & (\mu+\lambda)\xi_i N & \{\mu\xi_i^2+(2\mu+\lambda)N^2\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\nu+1}\mathbf{S}_n[A_{\nu rz}] \\ \mathbf{H}_{\nu-1}\mathbf{S}_n[B_{\nu rz}] \\ \mathbf{H}_\nu\mathbf{C}_\nu\mathbf{C}_n[\tau w] \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} H_{\nu+1}(\xi_i r) \cdot \begin{bmatrix} 4\mu(\nu+1) & 0 & -\mu Nr & r & r \\ 0 & -4\mu(\nu-1) & -\mu Nr & -r & r \\ 0 & 0 & \mu r & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n[A_{\nu rz}] \\ \mathbf{S}_n[B_{\nu rz}] \\ \mathbf{C}_\nu\mathbf{C}_n[\tau w] \\ \mathbf{C}_\nu\mathbf{S}_n[\sigma_r] \\ \mathbf{S}_\nu\mathbf{S}_n[\tau_{r\theta}] \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{r=b}^{r=a} \\
& + \left[\cos Nz \cdot \begin{bmatrix} -2\mu N & 0 & 0 \\ 0 & -2\mu N & 0 \\ \mu\xi_i & -\mu\xi_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\nu+1}[A_{\nu rz}] \\ \mathbf{H}_{\nu-1}[B_{\nu rz}] \\ \mathbf{H}_\nu\mathbf{C}_\nu[\sigma_z] \end{bmatrix} \right]_{z=0}^{z=c} \quad (6)
\end{aligned}$$

where

$$N = \frac{n\pi}{c}, \quad n=1, 2, \dots$$

Solving Eq. (6) simultaneously, the inversion formulas lead to the components of displacement in the following forms:

$$\begin{aligned}
u = & \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^2 \sum_{\nu=0}^{\infty} \mathbf{T}_\theta \left[\frac{1}{c} \mathbf{J}_{\nu 0} \cdot \mathbf{D}_{\nu 0k} + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{J}_{\nu n}^* \cdot \mathbf{D}_{\nu nk} \cdot \mathbf{T}_z \right. \\
& \left. + \frac{2}{b^2} \sum_{i=1}^{\infty} \{ \mathbf{J}_{i\nu 1}^r \cdot \mathbf{E}_{i\nu k}^1 \cdot \mathbf{T}_{r1} + \mathbf{J}_{i\nu 2}^r \cdot \mathbf{E}_{i\nu k}^2 \cdot \mathbf{T}_{r2} \} \right] \quad (7)
\end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned}
\mathbf{T}_\theta &= \begin{bmatrix} \cos \nu\theta \\ \sin \nu\theta \\ \cos \nu\theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_z = \begin{bmatrix} \sin Nz \\ \sin Nz \\ \cos Nz \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{r1} = \frac{1}{\Theta_{\nu i}^2} \cdot \begin{bmatrix} H_{\nu+1}(\xi_i r) - H_{\nu-1}(\xi_i r) \\ H_{\nu+1}(\xi_i r) + H_{\nu-1}(\xi_i r) \\ H_\nu(\xi_i r) \end{bmatrix}, \\
\mathbf{T}_{r2} &= \frac{1}{\Theta_{\nu i}^2} \begin{bmatrix} H_{\nu+1}(\xi_i r) \\ H_{\nu-1}(\xi_i r) \\ H_\nu(\xi_i r) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{\nu 0k} = \begin{bmatrix} E_{\nu 0k}^a \\ E_{\nu 0k}^b \\ D_{\nu 0k} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{\nu nk} = \begin{bmatrix} \alpha_{\nu nk} \\ \beta_{\nu nk} \\ A_{\nu nk} \\ B_{\nu nk} \\ D_{\nu nk} \end{bmatrix} \\
\mathbf{E}_{i\nu k}^2 &= \begin{bmatrix} E_{\nu ik}^a \\ E_{\nu ik}^b \\ \gamma_{\nu ik} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_{\nu 0} = \begin{bmatrix} \frac{2\nu a^{2\nu} b^{2\nu}}{b^{2\nu} - a^{2\nu}} r^{-(\nu+1)} f^{(k)}(z) & -\frac{2\nu}{b^{2\nu} - a^{2\nu}} r^{\nu-1} f^{(k)}(z) & 0 \\ \frac{2\nu a^{2\nu} b^{2\nu}}{b^{2\nu} - a^{2\nu}} r^{-(\nu+1)} f^{(k)}(z) & -\frac{2\nu}{b^{2\nu} - a^{2\nu}} r^{\nu-1} f^{(k)}(z) & 0 \\ 0 & 0 & g_\nu^{(k)}(r) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{J}_{\nu n}^z &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu N} \left\{ PG_{\nu}^{(k)}(Nr) - \frac{\mu+\lambda}{2(2\mu+\lambda)} PF_{\nu}^{(k)}(Nr) \right\} & \frac{1}{\mu N} MG_{\nu}^{(k)}(Nr) \\ \frac{1}{\mu N} \left\{ MG_{\nu}^{(k)}(Nr) - \frac{\mu+\lambda}{2(2\mu+\lambda)} MF_{\nu}^{(k)}(Nr) \right\} & \frac{1}{\mu N} PG_{\nu}^{(k)}(Nr) \\ -\frac{\mu+\lambda}{2\mu(2\mu+\lambda)} \frac{1}{N} F_{\nu}^{(k)}(Nr) & 0 \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} \frac{\nu+1}{N} \left\{ 2\chi_{\nu p}^{(k)}(Nr) - \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} PF_{\nu}^{(k)}(Nr) \right\} & \frac{\nu-1}{N} \left\{ -2\chi_{\nu s}^{(k)}(Nr) + \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} PF_{\nu}^{(k)}(Nr) \right\} \\ \frac{\nu+1}{N} \left\{ 2\chi_{\nu p}^{(k)}(Nr) - \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} MF_{\nu}^{(k)}(Nr) \right\} & \frac{\nu-1}{N} \left\{ 2\chi_{\nu s}^{(k)}(Nr) + \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} MF_{\nu}^{(k)}(Nr) \right\} \\ -\frac{\nu+1}{N} \cdot \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} F_{\nu}^{(k)}(Nr) & \frac{\nu-1}{N} \cdot \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} F_{\nu}^{(k)}(Nr) \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} -\left\{ PG_{\nu}^{(k)}(Nr) - \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} PF_{\nu}^{(k)}(Nr) \right\} \\ -\left\{ MG_{\nu}^{(k)}(Nr) - \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} MF_{\nu}^{(k)}(Nr) \right\} \\ G_{\nu}^{(k)}(Nr) + \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} F_{\nu}^{(k)}(Nr) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_{\nu 2}^r = Q^{(k)}(\xi_i z) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{J}_{\nu 1}^r &= \begin{bmatrix} -\frac{\mu+\lambda}{2(2\mu+\lambda)} P^{(k)}(\xi_i z) & -\frac{\mu+\lambda}{4\mu(2\mu+\lambda)} \frac{1}{\xi_i} P^{(k)}(\xi_i z) \\ -\frac{\mu+\lambda}{2(2\mu+\lambda)} P^{(k)}(\xi_i z) & -\frac{\mu+\lambda}{4\mu(2\mu+\lambda)} \frac{1}{\xi_i} P^{(k)}(\xi_i z) \\ -\left\{ \phi^{(k)}(\xi_i z) - \frac{\mu+\lambda}{2\mu+\lambda} \phi^{(k)}(\xi_i z) \right\} & -\frac{1}{\mu \xi_i} \left\{ \phi^{(k)}(\xi_i z) - \frac{\mu+\lambda}{2(2\mu+\lambda)} \phi^{(k)}(\xi_i z) \right\} \end{bmatrix}, \\
\mathbf{E}_{\nu k}^1 &= \begin{bmatrix} E_{\nu k}^a - E_{\nu k}^b \\ \gamma_{\nu k} \end{bmatrix}, \quad \alpha_{\nu k} = \left[C_{\nu} S_n[\sigma_r] \right]_{r=a_k}, \quad \beta_{\nu k} = \left[S_{\nu} S_n[\tau_{r\theta}] \right]_{r=a_k} \\
A_{\nu k} &= \left[S_n[A_{\nu r z}] \frac{1}{r} \right]_{r=a_k}, \quad B_{\nu k} = \left[S_n[B_{\nu r z}] \frac{1}{r} \right]_{r=a_k}, \quad D_{\nu k} = \left[C_{\nu} C_n[w] \right]_{r=a_k}, \\
E_{\nu 2}^a &= \mathbf{H}_{\nu+1} \left[A_{\nu r z}|_{z=0} \pm A_{\nu r z}|_{z=c} \right], \quad \gamma_{\nu 2}^1 = \mathbf{H}_{\nu} \mathbf{C}_{\nu} \left[\sigma_z|_{z=0} \pm \sigma_z|_{z=c} \right], \quad \text{etc},
\end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}
f^{(1)}(z) &= 1, \quad f^{(2)}(z) = 1 - \frac{2z}{c}, \quad g_{\nu}^{(k)}(r) = \frac{(ab)^{\nu}}{b^{2\nu} - a^{2\nu}} \left\{ \left(\frac{r}{a_{k-1}} \right)^{\nu} - \left(\frac{a_{k-1}}{r} \right)^{\nu} \right\}, \\
G_{\nu}^{(k)}(Nr) &= \frac{2}{b^2} \sum_i \frac{\xi_i}{N^2 + \xi_i^2} \frac{H_{\nu}(\xi_i r)}{\Theta_{\nu}^2} (-1)^{k-1} a_k H_{\nu+1}(\xi_i a_k) = \frac{R_{\nu, \nu}^{(k)}(Nr)}{R_{\nu, \nu}^{(k)}(Na_k)} \\
\chi_{\nu p}^{(k)}(Nr) &= \frac{2\nu a_k^{2\nu}}{b^{2\nu} - a^{2\nu}} (-1)^{k-1} \frac{1}{Na_k} \left(\frac{a_k}{r} \right)^{\nu+1} \\
&\quad + \frac{2}{b^2} \sum_i \frac{N}{N^2 + \xi_i^2} \frac{H_{\nu+1}(\xi_i r)}{\Theta_{\nu}^2} (-1)^{k-1} a_k H_{\nu+1}(\xi_i a_k) = \frac{R_{\nu+1, \nu}^{(k)}(Nr)}{R_{\nu, \nu}^{(k)}(Na_k)},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\chi_{\nu s}^{(k)}(Nr) &= \frac{2\nu a_k^{2\nu}}{b^{2\nu} - a^{2\nu}} (-1)^{k-1} \frac{1}{Na_k} \left(\frac{r}{a_k} \right)^{\nu-1} \\
&\quad + \frac{2}{b^2} \sum_{\ell} \frac{N}{N^2 + \xi_{\ell}^2} \frac{H_{\nu-1}(\xi_{\ell} r)}{\Theta_{\ell\nu}^2} (-1)^{k-1} a_k H_{\nu+1}(\xi_{\ell} a_k) = \frac{R_{\nu-1,\nu}^{(k)}(Nr)}{R_{\nu,\nu}^{(k)}(Na_k)}, \\
PG_{\nu}^{(k)}(Nr) &= \frac{1}{2} \{\chi_{\nu p} + \chi_{\nu s}\}, \quad MG_{\nu}^{(k)}(Nr) = \frac{1}{2} \{\chi_{\nu p} - \chi_{\nu s}\}, \\
F_{\nu}^{(k)}(Nr) &= \frac{4}{b^2} \sum_{\ell} \frac{N^2 \xi_{\ell}}{(N^2 + \xi_{\ell}^2)^2} \frac{H_{\nu}(\xi_{\ell} r)}{\Theta_{\ell\nu}^2} (-1)^k a_k H_{\nu+1}(\xi_{\ell} a_k) \\
&= \frac{N}{\{R_{\nu,\nu}^{(k)}(Na_k)\}^2} \left[R_{\nu,\nu}^{(k)}(Na_k) \left\{ r R_{\nu-1,\nu}^{(k)}(Nr) - a_{k-1} R_{\nu,\nu+1}^{(k)}(Nr) \right\} \right. \\
&\quad \left. - R_{\nu,\nu}^{(k)}(Nr) \left\{ a_k R_{\nu-1,\nu-1}^{(k)}(Na_k) - a_{k-1} R_{\nu,\nu+1}^{(k)}(Na_k) \right\} \right], \\
\omega_{\nu p}^{(k)}(Nr) &= \frac{4}{b^2} \sum_{\ell} \frac{N \xi_{\ell}^2}{(N^2 + \xi_{\ell}^2)^2} \frac{H_{\nu+1}(\xi_{\ell} r)}{\Theta_{\ell\nu}^2} (-1)^{k-1} a_k H_{\nu+1}(\xi_{\ell} a_k) \\
&= \frac{N}{\{R_{\nu,\nu}^{(k)}(Na_k)\}^2} \left[R_{\nu,\nu}^{(k)}(Na_k) \left\{ r R_{\nu,\nu}^{(k)}(Nr) - a_{k-1} R_{\nu+1,\nu+1}^{(k)}(Nr) \right\} \right. \\
&\quad \left. - R_{\nu+1,\nu+1}^{(k)}(Nr) \left\{ a_k R_{\nu-1,\nu-1}^{(k)}(Na_k) - a_{k-1} R_{\nu,\nu+1}^{(k)}(Na_k) \right\} \right], \\
\omega_{\nu s}^{(k)}(Nr) &= \frac{4}{b^2} \sum_{\ell} \frac{N \xi_{\ell}^2}{(N^2 + \xi_{\ell}^2)^2} \frac{H_{\nu-1}(\xi_{\ell} r)}{\Theta_{\ell\nu}^2} (-1)^k a_k H_{\nu+1}(\xi_{\ell} a_k) \\
&= \frac{N}{\{R_{\nu,\nu}^{(k)}(Na_k)\}^2} \left[R_{\nu,\nu}^{(k)}(Na_k) \left\{ r R_{\nu,\nu}^{(k)}(Nr) - a_{k-1} R_{\nu-1,\nu-1}^{(k)}(Nr) \right\} \right. \\
&\quad \left. - R_{\nu-1,\nu-1}^{(k)}(Nr) \left\{ a_k R_{\nu+1,\nu+1}^{(k)}(Na_k) - a_{k-1} R_{\nu,\nu-1}^{(k)}(Na_k) \right\} \right], \\
PF_{\nu}^{(k)}(Nr) &= \frac{1}{2} \{\omega_{\nu p} + \omega_{\nu s}\}, \quad MF_{\nu}^{(k)}(Nr) = \frac{1}{2} \{\omega_{\nu p} - \omega_{\nu s}\}, \\
R_{\ell j}^{(k)}(Nr) &= I_{\ell}(Nr) K_j(Na_{k-1}) - (-1)^{k+j} I_j(Na_{k-1}) K_{\ell}(Nr), \quad a_0 = a. \\
Q^{(k)}(\xi_{\ell} z) &= \frac{2}{c} \sum_n \left\{ 1 + (-1)^k (-1)^n \right\} \frac{N}{N^2 + \xi_{\ell}^2} \sin Nz = \frac{\cosh \xi_{\ell}(c-z) \pm \cosh \xi_{\ell} z}{\cosh \xi_{\ell} c \pm 1}, \\
P^{(k)}(\xi_{\ell} z) &= \frac{4}{c} \sum_n \left\{ 1 + (-1)^k (-1)^n \right\} \frac{N \xi_{\ell}^2}{(N^2 + \xi_{\ell}^2)^2} \sin Nz \\
&= \frac{\xi_{\ell} z \sinh \xi_{\ell}(c-z) \pm \xi_{\ell}(c-z) \sinh \xi_{\ell} z}{\cosh \xi_{\ell} c \pm 1}, \\
\phi^{(k)}(\xi_{\ell} z) &= \frac{2}{c} \sum_n \left\{ 1 + (-1)^k (-1)^n \right\} \frac{\xi_{\ell}}{N^2 + \xi_{\ell}^2} \cos Nz \\
&\quad + \frac{\{1 + (-1)^k\}}{\xi_{\ell} c} = \frac{\sinh \xi_{\ell}(c-z) \mp \sinh \xi_{\ell} z}{\cosh \xi_{\ell} c \pm 1}, \\
\phi^{(k)}(\xi_{\ell} z) &= \frac{4}{c} \sum_n \left\{ 1 + (-1)^k (-1)^n \right\} \frac{N^2 \xi_{\ell}}{(N^2 + \xi_{\ell}^2)^2} \cos Nz \\
&= \phi^{(k)}(\xi_{\ell} z) - \frac{\xi_{\ell} z \cosh \xi_{\ell}(c-z) \mp \xi_{\ell}(c-z) \cosh \xi_{\ell} z}{\cosh \xi_{\ell} c \mp 1}.
\end{aligned}$$

$D_{\nu k}$, $E_{\nu k}$ in Eq. (7) can be determined so as to satisfy the boundary conditions. The stresses will be found by substituting Eq. (7) into Eqs. (2) and (3).

5. Numerical Example

When the thick hollow cylinder, with the supports at the points $z=0$ and $z=c$, is subjected by the load with the variation of $\cos\theta$, which locally distributes over the central part of the span. The boundary conditions are expressed by

$$(i) \quad \sigma_z=0, \quad u=v=0, \quad \text{for } z=0, \quad z=c,$$

which yields $\gamma_{\nu k}^a = E_{\nu k}^a = E_{\nu k}^b = 0$.

$$(ii) \quad \sigma_r = \tau_{r\theta} = \tau_{zr} = 0, \quad \text{for } r=a,$$

from which $\alpha_{\nu n2} = \beta_{\nu n2} = 0$.

$$(iii) \quad \tau_{r\theta} = \tau_{zr} = 0, \quad \text{for } r=b,$$

and

$$\sigma_r = \begin{cases} q_0 \cos \theta & c/2 - c_0 < z < c/2 + c_0 \\ 0 & c/2 - c_0 > z, \quad c/2 + c_0 < z, \end{cases}$$

from which

$$\alpha_{\nu n1} = 0, \quad (\nu \neq 1); \quad \alpha_{\nu n1} = \frac{q_0 \pi}{N} \sin \frac{n\pi}{2} \sin NC_0, \quad (\nu = 1); \quad \beta_{\nu n1} = 0.$$

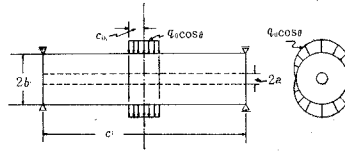


Fig. 2.

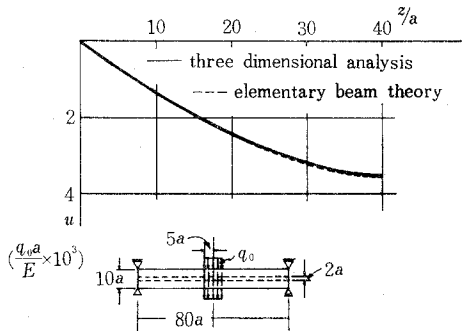


Fig. 3.

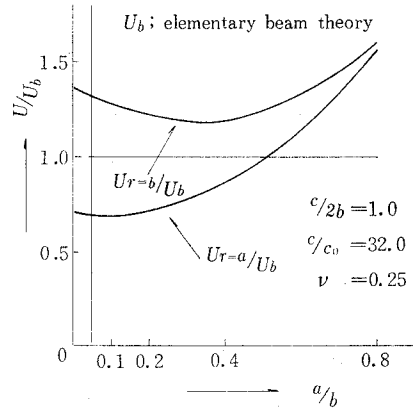


Fig. 4.

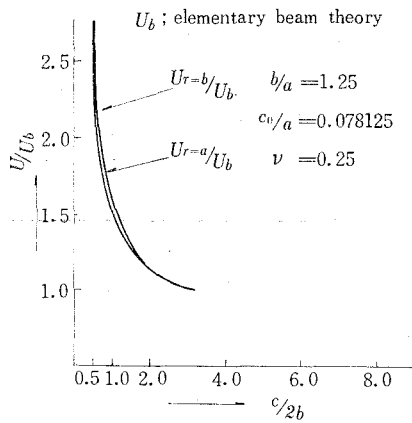


Fig. 5.

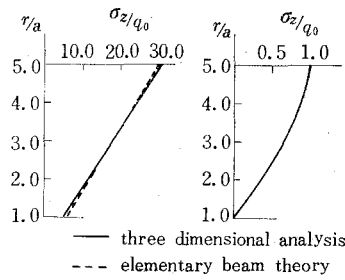


Fig. 6.

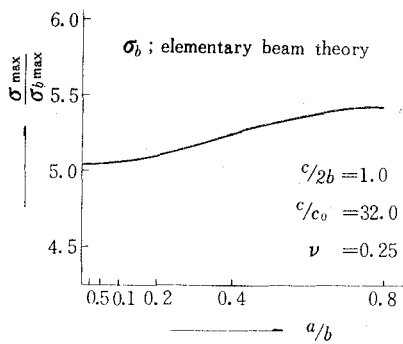


Fig. 7.

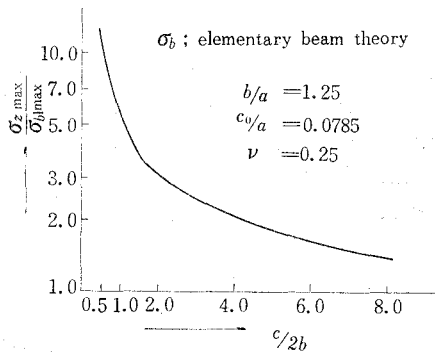


Fig. 8.

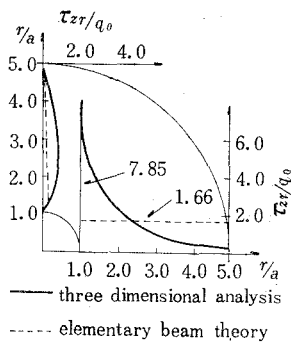


Fig. 9.

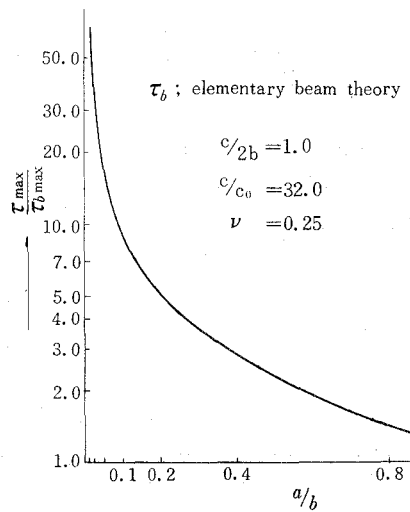


Fig. 10.

Fig. 3 shows how the radial displacement at the middle plane of the cylinder varies, and the figure also has the variation of deflection calculated by the elementary beam theory. The variations of the ratio between the outside and inside displacements u , for $z=c/2$ and $\theta=0$, and the deflection of beam, are shown in Figs. 4 and 5.

The distributions of σ_z and σ_r , for $z=c/2$ and $\theta=0$, are shown in Fig. 6.

Figs. 7 and 8 show the variation of the ratio between the outside σ_z , for $z=c/2$ and $\theta=0$, and the maximum fiber stress due to the beam theory.

The distributions of the shearing stress for $r=0$ are shown in Fig. 9. The value of $\tau_{\theta z}$, for $z=0$, $\theta=\pi/2$ and $r=a$, is shown in Figs. 10 and 11, as the multiple with the maximum shearing stress due to elementary theory.

We find that the result, for $c/2b=1$, quite differ from that of the elementary theory. And in the particular case when $b/a=1.25$, the results also fairly differs from that obtained by the beam theory, except for the deflection. It should be noted that the shearing stress always takes larger values than that of the elementary theory, because of the stress concentration around the inside hole.

6. Final Remark

By making use of the finite Fourier-Hankel transform, the anti-axial symmetrical stress state concerning the thick hollow cylinder of finite length is expressed by the function involving the boundary values in it, so that we can easily handle the boundary conditions. The series of the function has good convergency. Hence, we may say that the method quite fit solving such the problem as this; we need not use the simultaneous equations by large array and not to take a long run of digital computer. The solution can widely apply to the other boundary conditions.

(Received May 21, 1973).

References

- 1) S. G. Nomachi: On One Method of Solving Stress Problems in Cylindrical Co-ordinates by Means of Finite Fourier Hankel Transforms (Part I & Part II), the Memoirs of the Muroran Institute of Technology, Vol. 3, No. 3 (1960) & Vol. 3, No. 4 (1961).

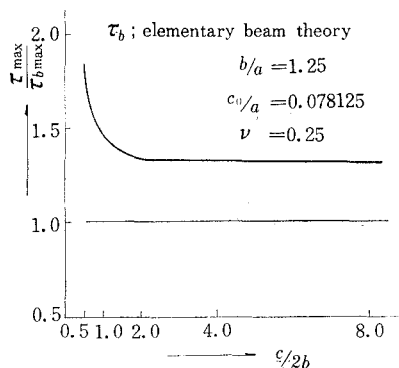


Fig. 11.

On the stress analysis of the plates with multi-crosswise ribs (Part 1)

Sumio G. Nomachi*, Kenichi G. Matsuoka**
and Toshiyuki Ohshima***

Abstract

Bending and horizontal deformation of a ribbed plate which is built up with many thin rectangular plates as shown in Fig. 1, is considered here.

Making use of Displacement-Shear-Equations concerning folded plate theory, we can express the equilibrium of shearing forces at the joint line where three or four component strips meet with one another, by simultaneous finite difference equations with respect to five components of displacement, and an analytical method for solving those finite difference equations by means of finite fourier transforms based on finite integration, is discussed.

As numerical examples, the presenting paper deals with the simply supported ribbed plates subjected to lateral and horizontal loads.

1. Introduction

The structure on which we are going to study, is a plate stiffened in two mutually perpendicular directions by a system of longitudinal and transverse ribs connected with it.

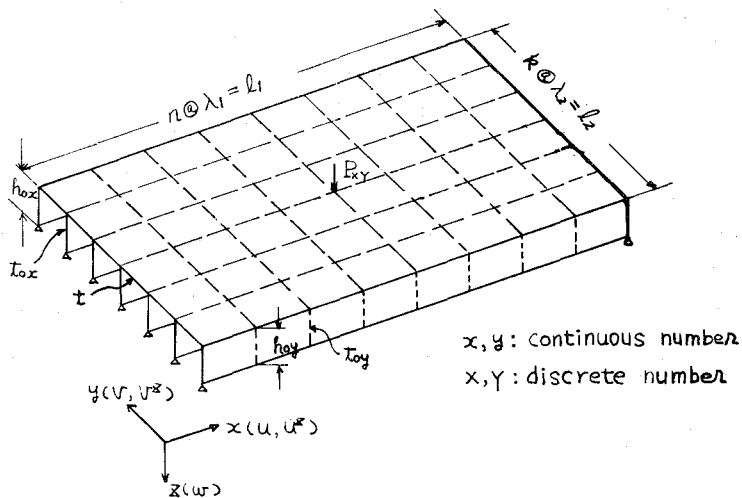


Fig. 1. Two-way ribbed Plate

* Department of Civil Engineering, Hokkaido University.

** Department of Civil Engineering, Muroran Institute of Technology.

*** Department of Development Engineerings, Kitami Institute of Technology.

Let us call it the "Two-way ribbed plate." The structure of this kind has a good design efficiency, and is used for the steel plate deck construction of the bridge structure and a partial reinforcement of main girder, at which the stiffening cable is anchored^{1),2)}.

Besides then, it can be seen in composite construction bridges, well suited for short and medium range spans, the concrete deck participates in the stresses of the main girder to which it is bonded.

Since the two-way ribbed plate is widely used, its stress behaviour has been extensively investigated by many engineers and researchers.

The researches so far made, can roughly be grouped in three categories. The first one stands on the base emphasizing the nature of the grid work, and the plate is replaced by the grid of perpendicularly intersecting T-beams, which are composed by ribs and platets.

In such modelling, the shearing resistance of the plane stress in the plate, which is supposed to have fairly effect for some cases, is neglected. H. Homberg³⁾ and F. Leonhart⁴⁾ did much in this area.

The second one is the bending theory of the orthotropic plate. It is natural that the two-way ribbed plate should be modeled by an orthogonal anisotropic plate, which is defined as a plate which has different elastic properties in two mutually perpendicular directions, in the plane of plate. In this case, the characteristics of the ribs which have discrete properties, may be averaged and the ribbed plate is replaced by a model of continuous media. M. T. Huber, S. P. Timoshenko and W. Cornelius are known as outstanding researchers in this field.

The third theory is something like the theory of "Schubfeld Theorie" by H. Ebner⁶⁾ who established it on the assumption that the plate might bear only the plane shear, and it is widely used for the design of the thin walled frame work structure. Our discussion will stand from the idea of the third category.

In the bridge structure, the two-way ribbed plate is often adapted as the web plate or the flange plate, and the thickness of the plate is not so thin that we can not neglect the normal stress in the plate any more.

Taking the effect of normal stress and of shearing stress in the plate into account, we use "Displacement and Shear Equation" of the folded plate theory. Considering this three plates of strip meet at a nodal line with one another, around its nodal line we have an equation of equilibrium of shear in which the displacements and their derivatives are included.

Integrating the equation successively, we can get the relations between nodal displacements and nodal forces. Thus the fundamental finite difference equations for the stress problem of the two-way ribbed plate is established, and for solving the finite difference equations, "Finite Integration Transform" is used.

2. Basic formulas and symbolic notations

1) Displacement-Shear-Equations

The shearing forces are expressed with the displacements and the normal stresses at the lower and upper sides of a folded plates element, by the displacement-shear-equations⁷⁾.

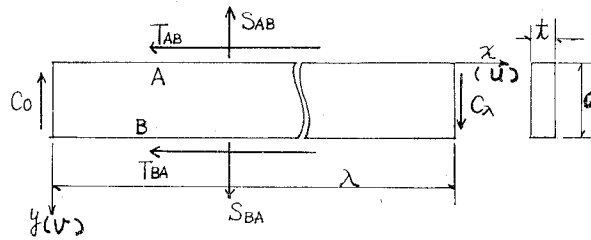


Fig. 2. Folded plate element

$$\dot{T}_{AB}(x) = \frac{N}{6} (2\ddot{u}_A + \ddot{u}_B) + \frac{1}{a} (S_{AB} - S_{BA}) \quad (1)$$

$$\dot{T}_{BA}(x) = \frac{N}{6} (2\ddot{u}_B + \ddot{u}_A) + \frac{1}{a} (S_{BA} - S_{AB}) \quad (2)$$

where

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad N = Eta$$

$$\frac{1}{2} Gt(\dot{v}_A + \dot{v}_B) = \frac{Gt}{a} (u_A - u_B) + \frac{1}{a} (\bar{S}_{AB} - \bar{S}_{BA}) \quad (3)$$

2) Finite Fourier Integration Transforms and their inverse formulars⁸⁾

a) Let us introduce the symbolic notation

$$\left. \begin{aligned} S_i[f(x)] &= \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \cdot \sin \frac{i\pi}{n} x \\ C_i[f(x)] &= \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \cdot \cos \frac{i\pi}{n} x \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

which are coupled with

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} S_i[f(x)] \cdot \sin \frac{i\pi}{n} x \\ f(x) &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n R_i[f(x)] \cdot \cos \frac{i\pi}{n} x \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

where

$$R_0[f(x)] = \frac{1}{2} \left\{ C_0[f(x)] + \frac{1}{2} f(n) + \frac{1}{2} f(0) \right\}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_i[f(x)] &= \mathbf{C}_i[f(x)] + \frac{1}{2}(-1)^i f(n) + \frac{1}{2} f(0) \\
\mathbf{R}_n[f(x)] &= \frac{1}{2} \left\{ \mathbf{C}_n[f(x)] + \frac{1}{2}(-1)^n f(n) + \frac{1}{2} f(0) \right\} \\
i &= 0, 1, \dots, n, \quad x = 0, 1, \dots, n.
\end{aligned}$$

b) *Related formulas*

For convenience sake, let us define the second difference and the modified difference as follows,

$$\Delta^2 f(x) = f(x+1) - 2 \cdot f(x) + f(x-1)$$

$$\Delta f(x) = f(x+1) - f(x-1)$$

Applying the above formulas to the sine and cosine transforms, we have

$$\mathbf{S}_i[\Delta^2 f(x)] = -\sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} - D_i \cdot \mathbf{S}_i[f(x)] \quad (6)$$

$$\mathbf{S}_i[\Delta f(x)] = -2 \cdot \sin \frac{i\pi}{n} \mathbf{R}_i[f(x)] \quad (7)$$

$$\mathbf{C}_i[\Delta^2 f(x)] = (-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) - D_i \cdot \mathbf{R}_i[f(x)] \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_i[\Delta f(x)] &= -(-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) \\
&\quad + \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} + 2 \cdot \sin \frac{i\pi}{n} \cdot \mathbf{S}_i[f(x)] \quad (9)
\end{aligned}$$

where

$$D_i = 2 \left(1 - \cos \frac{i\pi}{n} \right)$$

3. Analysis of two-way ribbed plate

The four sides of the ribbed plate are parallel to the coordinate axis x and y , whose positive directions are given by the arrowhead, as shown in Fig. 1.

And the three components of displacements in x , y and z directions are denoted by u , v and w .

And also let the letter T be the shear flow and the letter S , the normal forces per unit length.

1) Equilibrium of shearing forces at the nodal line in the x direction

The three shearing forces and the outside surface traction along the nodal line parallel to the x axis on which the deck plate is intersected by the rib plate, is expressed by

$$T_{Y,Y+1}(x) + T_{Y,Y-1}(x) + T_Y^{0z}(x) = p(x) \quad (10)$$

which together with Eqs. (1), (2) and (3) yields

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_x}{3} + \frac{N_{0x}}{6} \right] 2 \cdot \ddot{u}_Y + \frac{N_x}{6} \ddot{u}_{Y+1} + \frac{N_x}{6} \ddot{u}_{Y-1} + \frac{N_{0x}}{6} \ddot{u}_Y^z \\ & - \left(2 \frac{Gt}{\lambda_2} + \frac{Gt_{0x}}{h_{0x}} \right) u_Y + \frac{Gt}{\lambda_2} (u_{Y+1} + u_{Y-1}) + \frac{Gt_{0x}}{h_{0x}} u_Y^z \\ & - \frac{Gt}{2} (\dot{v}_{Y+1} - \dot{v}_{Y-1}) + Gt_{0x} \dot{w}_Y = p(x) \end{aligned} \quad (11)$$

where

$$N_{0x} \doteq Et_{0x} h_{0x}, \quad N_x \doteq Et \lambda_2.$$

2) Equilibrium of shearing forces in the y -direction

Similarly in the y direction,

$$\begin{aligned} & \left[\frac{N_y}{3} + \frac{N_{0y}}{6} \right] 2 \cdot \ddot{v}_X + \frac{N_y}{6} \ddot{v}_{X+1} + \frac{N_y}{6} \ddot{v}_{X-1} + \frac{N_{0y}}{6} \ddot{v}_X^z \\ & - \left(2 \frac{Gt}{\lambda_1} + \frac{Gt_{0y}}{h_{0y}} \right) v_X + \frac{Gt}{\lambda_1} (v_{X+1} + v_{X-1}) + \frac{Gt_{0y}}{h_{0y}} v_X^z \\ & - \frac{Gt}{2} (\dot{u}_{X+1} - \dot{u}_{X-1}) + Gt_{0y} \dot{w}_X = p(y) \end{aligned} \quad (12)$$

where

$$\dot{v} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad N_{0y} \doteq Et_{0y} h_{0y}, \quad N_y \doteq Et \lambda_1.$$

3) Boundary conditions of the rib plate in the x and y directions

$$T_{XY}^z = \frac{N_{0x}}{3} \ddot{u}_Y^z + \frac{N_{0x}}{6} \ddot{u}_Y - Gt_{0x} \dot{w}_Y + \frac{Gt_{0x}}{h_{0x}} (u_Y - u_Y^z) \quad (13)$$

$$T_{X,Y}^z = \frac{N_{0y}}{3} \ddot{v}_X^z + \frac{N_{0y}}{6} \ddot{v}_X - Gt_{0y} \dot{w}_X + \frac{Gt_{0y}}{h_{0y}} (v_X - v_X^z) \quad (14)$$

4) Equilibrium of shearing forces at the node x, y in the z direction

Look at the rib element, from Eq. (3) we have at once

$$Gt_{0x} h_{0x} \dot{w}_{x,Y} = Gt_{0x} (u_{x,Y} - u_{x,Y}^z) + (\bar{S}_{xY} - \bar{S}_{xY}^z) \quad (15)$$

$$Gt_{0y} h_{0y} \dot{w}_{x,Y} = Gt_{0y} (v_{x,Y} - v_{x,Y}^z) + (\bar{S}_{xY} - \bar{S}_{xY}^z) \quad (16)$$

in which $\bar{S}(x) = \int S(x) \cdot dx$, and it is supposed to be a shearing force inside of the rib, so we can write it as

$$\bar{S}(x) = C_{x,x+1} - (\bar{P}_{x,x+1} - \bar{P}_{x,x+1}^z) \quad (17)$$

where

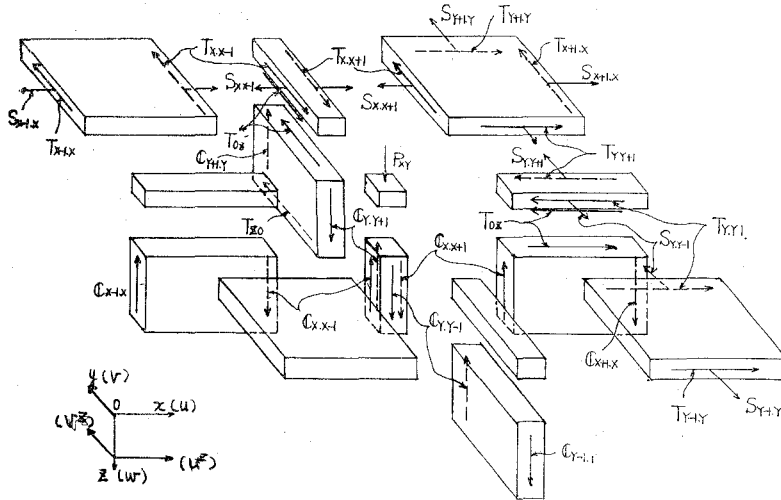


Fig. 3. Geometry of two-way ribbed System

$C_{X,X+1}$ = resultant shearing force acting on the boundary

$$\bar{P}_{X,X+1} = \int_X^{X+1} P(x) dx$$

Integrating Eqs. (15) and (16) by x and y , on the assumption that u and v respectively may be linear with respect to x and y , we find that

$$\begin{aligned} Gt_{0x} h_{0x} \Delta_X w_{XY} = Gt_{0x} \left\{ u_{XY} + u_{X+1,Y} - (u_{X,Y}^z + u_{X+1,Y}^z) \right\} \frac{\lambda_1}{2} \\ + {}_Y C_{X,X+1} \cdot \lambda_1 - ({}_Y \bar{P}_{X,X+1} |_0^{\lambda_1} - {}_Y \bar{P}_{X,X+1}^z |_0^{\lambda_1}) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} Gt_{0x} h_{0x} \Delta_X w_{X-1,Y} = Gt_{0x} \left\{ u_{XY} + u_{X-1,Y} - (u_{X,Y}^z + u_{X-1,Y}^z) \right\} \frac{\lambda_1}{2} \\ + {}_Y C_{X,X-1} \cdot \lambda_1 - ({}_Y \bar{P}_{X,X-1} |_0^{\lambda_1} - {}_Y \bar{P}_{X,X-1}^z |_0^{\lambda_1}) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} Gt_{0y} h_{0y} \Delta_Y w_{XY} = Gt_{0y} \left\{ v_{XY} + v_{X,Y+1} - (v_{X,Y}^z + v_{X,Y+1}^z) \right\} \frac{\lambda_2}{2} \\ + {}_X C_{Y,Y+1} \cdot \lambda_2 - ({}_X \bar{P}_{Y,Y+1} |_0^{\lambda_2} - {}_X \bar{P}_{Y,Y+1}^z |_0^{\lambda_2}) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} Gt_{0y} h_{0y} \Delta_Y w_{XY-1} = Gt_{0y} \left\{ v_{XY} + v_{X,Y-1} - (v_{X,Y-1}^z + v_{X,Y}^z) \right\} \frac{\lambda_2}{2} \\ + {}_X C_{Y,Y-1} \cdot \lambda_2 - ({}_X \bar{P}_{Y,Y-1} |_0^{\lambda_2} - {}_X \bar{P}_{Y,Y-1}^z |_0^{\lambda_2}) \end{aligned} \quad (21)$$

The equilibrium of shearing forces around the cylindrical section centering the node x, y , yields the equation concerning C as follows:

$${}_Y C_{X,X-1} - {}_Y C_{X,X+1} + {}_X C_{Y,Y-1} - {}_X C_{Y,Y+1} = P_{XY} \quad (22)$$

in which all of C can be eliminated by Eqs. (18), (19), (20) and (21), and we come to the expression

$$\begin{aligned}
& \frac{Gt_{0x}h_{0x}}{\lambda_1} \mathcal{A}_x^2 w_{x,y} + \frac{Gt_{0y}h_{0y}}{\lambda_2} \mathcal{A}_y^2 w_{xy} \\
& - \frac{Gt_{0x}}{2} (\mathcal{A}_x u_{x,y} - \mathcal{A}_x u_{xy}^z) - \frac{Gt_{0y}}{2} (\mathcal{A}_y v_{xy} - \mathcal{A}_y v_{xy}^z) \\
& = -P_{xy} + \frac{1}{\lambda_1} ({}_y \bar{P}_{x,x+1}|_0^1 - {}_y \bar{P}_{x,x+1}^z|_0^1 + {}_y \bar{P}_{x,x-1}|_0^1 - {}_y \bar{P}_{x,x-1}^z|_0^1) \\
& + \frac{1}{\lambda_2} ({}_x \bar{P}_{y,y+1}|_0^2 - {}_x \bar{P}_{y,y+1}^z|_0^2 + {}_x \bar{P}_{y,y-1}|_0^2 - {}_x \bar{P}_{y,y-1}^z|_0^2) \quad (23)
\end{aligned}$$

By applying the procedures described in Appendix to Eqs. (11), (12), (13) and (14), we can transform them into the equations as follows

$$\begin{aligned}
& (A_{11} + 2A_{12}) \mathcal{A}_x^2 u_{xy} + A_{12} \mathcal{A}_x^2 \mathcal{A}_y^2 u_{xy} + A_{13} \mathcal{A}_x^2 u_{xy}^z \\
& + (B_{11} + 2B_{12}) u_{xy} + B_{12} \mathcal{A}_y^2 u_{xy} + B_{13} u_{xy}^z \\
& + C_{12} \mathcal{A}_x \mathcal{A}_y v_{xy} + C_{13} \mathcal{A}_x w_{xy} = P_1 \quad (24)
\end{aligned}$$

$$A_{41} \mathcal{A}_x^2 u_{xy}^z + A_{42} \mathcal{A}_x^2 u_{xy} + B_{41} u_{xy}^z + B_{42} u_{xy} - C_{41} \mathcal{A}_x w_{xy} = P_2 \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
& -(A_{31} \mathcal{A}_x^2 w_{xy} + A_{32} \mathcal{A}_y^2 w_{xy}) + C_{31} (\mathcal{A}_x u_{xy} - \mathcal{A}_x u_{xy}^z) \\
& + C_{32} (\mathcal{A}_y v_{xy} - \mathcal{A}_y v_{xy}^z) = P_3 \quad (26)
\end{aligned}$$

$$A_{51} \mathcal{A}_y^2 v_{xy} + A_{52} \mathcal{A}_y^2 v_{xy} + B_{51} v_{xy} + B_{52} v_{xy} - C_{51} \mathcal{A}_y w_{xy} = P_4 \quad (27)$$

$$\begin{aligned}
& (A_{21} + 2A_{22}) \mathcal{A}_y^2 v_{xy} + A_{22} \mathcal{A}_x^2 \mathcal{A}_y^2 v_{xy} + A_{23} \mathcal{A}_y^2 v_{xy}^z \\
& + (B_{21} + 2B_{22}) v_{xy} + B_{22} \mathcal{A}_x^2 v_{xy} + B_{23} v_{xy}^z \\
& + C_{22} \mathcal{A}_x \mathcal{A}_y u_{xy} + C_{23} \mathcal{A}_y w_{xy} = P_5 \quad (28)
\end{aligned}$$

Table 1. Coefficient of Eq. (24), (25), (26), (27) and (28)

i	A_{ij}		
	1	2	3
1	$\frac{2}{\lambda_1} \left[\frac{N_x}{3} + \frac{N_{0x}}{6} \right] - \frac{\lambda_1}{6} \left(2 \frac{Gt}{\lambda_2} + \frac{Gt_{0x}}{h_{0x}} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{N_x}{\lambda_1} + \frac{Gt \lambda_1}{\lambda_2} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{N_{0x}}{\lambda_1} + \frac{Gt_{0x} \lambda_1}{h_{0x}} \right)$
2	$\frac{2}{\lambda_2} \left[\frac{N_y}{3} + \frac{N_{0y}}{6} \right] - \frac{\lambda_2}{6} \left(2 \frac{Gt}{\lambda_1} + \frac{Gt_{0y}}{h_{0y}} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{N_y}{\lambda_2} + \frac{Gt \lambda_2}{\lambda_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left(\frac{N_{0y}}{\lambda_2} + \frac{Gt_{0y} \lambda_2}{h_{0y}} \right)$
3	$\frac{Gt_{0x} h_{0x}}{\lambda_1}$	$\frac{Gt_{0y} h_{0y}}{\lambda_2}$	—
4	$\frac{N_{0x}}{3\lambda_1} - \frac{Gt_{0x} \lambda_1}{6h_{0x}}$	$\frac{N_{0x}}{6\lambda_1} + \frac{Gt_{0x} \lambda_1}{6h_{0x}}$	—
5	$\frac{N_{0y}}{3\lambda_2} - \frac{Gt_{0y} \lambda_2}{6h_{0y}}$	$\frac{N_{0y}}{6\lambda_2} + \frac{Gt_{0y} \lambda_2}{6h_{0y}}$	—

Table 1. Continue*B_{ij}*

<i>i</i>	<i>j</i>		
	1	2	3
1	$-\lambda_1 \left(2 \frac{Gt}{\lambda_2} + \frac{Gt_{0x}}{h_{0x}} \right)$	$\frac{Gt \lambda_1}{\lambda_2}$	$\frac{Gt_{0x} \lambda_1}{h_{0x}}$
2	$-\lambda_2 \left(2 \frac{Gt}{\lambda_1} + \frac{Gt_{0y}}{h_{0y}} \right)$	$\frac{Gt \lambda_2}{\lambda_1}$	$\frac{Gt_{0y} \lambda_2}{h_{0y}}$
3	—	—	—
4	$-\frac{Gt_{0x} \lambda_1}{h_{0x}}$	$\frac{Gt_{0x} \lambda_1}{h_{0x}}$	—
5	$-\frac{Gt_{0y} \lambda_2}{h_{0y}}$	$\frac{Gt_{0x} \lambda_1}{h_{0y}}$	—

C_{ij}

<i>i</i>	<i>j</i>		
	1	2	3
1	—	$\frac{Gt}{4}$	$\frac{Gt_{0x}}{2}$
2	—	$\frac{Gt}{4}$	$\frac{Gt_{0x}}{2}$
3	$\frac{Gt_{0x}}{2}$	$\frac{Gt_{0y}}{2}$	—
4	$\frac{Gt_{0x}}{2}$	—	—
5	$\frac{Gt_{0y}}{2}$	—	—

which are the fundamental difference equations for this case. Using formulas (6), (7), (8) and (9), we can perform finite fourier integration transform to these equations.

When we take the condition that the deflections and the stress components are zero along the four edges, the boundary values in the equations vanish, and they become

$$\begin{aligned}
 & -(A_{11} + 2A_{12}) D_m \cdot R_m S_i [u_{XY}] + A_{12} D_m D_i R_m S_i [u_{XY}] \\
 & - A_{13} D_m R_m S_i [u_{XY}^*] + (B_{11} + 2B_{12}) R_m S_i [u_{XY}] \\
 & - B_{12} D_i R_m S_i [u_{XY}] + B_{13} R_m S_i [u_{XY}^*] \\
 & - 4C_{12} \sin \frac{i\pi}{k} \sin \frac{m\pi}{n} S_m R_i [v_{XY}] + 2C_{13} \sin \frac{m\pi}{n} S_m S_i [w_{XY}] = \tilde{P}_1 \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - A_{41} D_m R_m S_i [u_{XY}^*] - A_{42} D_m R_m S_i [u_{XY}] + B_{41} R_m S_i [u_{XY}^*] \\
 & + B_{42} R_m S_i [u_{XY}] - 2C_{41} \sin \frac{m\pi}{n} S_m S_i [w_{XY}] = \tilde{P}_2 \quad (30)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (A_{31}D_m + A_{32}D_i) \mathbf{S}_m \mathbf{S}_i [\mathbf{w}_{XY}] - 2C_{31} \cdot \sin \frac{m\pi}{n} \left(\mathbf{R}_m \mathbf{S}_i [u_{XY}] - \mathbf{R}_m \mathbf{S}_i [u_{XY}^z] \right) \\ & - 2C_{32} \cdot \sin \frac{i\pi}{k} \left(\mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}] - \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}^z] \right) = \tilde{\mathbf{P}}_3 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & -A_{51}D_i \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}^z] - A_{52}D_i \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}] + B_{51} \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}^z] \\ & + B_{52} \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}] - 2C_{51} \cdot \sin \frac{i\pi}{k} \mathbf{S}_m \mathbf{S}_i [\mathbf{w}_{XY}] = \tilde{\mathbf{P}}_4 \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & -(A_{21} + 2A_{22}) D_i \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}] + A_{22} D_i D_m \mathbf{S}_m \mathbf{S}_i [v_{XY}] \\ & - A_{23} D_i \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}^z] + (B_{21} + 2B_{22}) \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}] \\ & - B_{22} D_m \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}] + B_{23} \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}^z] \\ & - 4C_{22} \cdot \sin \frac{i\pi}{k} \sin \frac{m\pi}{n} \mathbf{R}_m \mathbf{S}_i [u_{XY}] + 2C_{23} \sin \frac{i\pi}{k} \mathbf{S}_m \mathbf{S}_i [\mathbf{w}_{XY}] = \tilde{\mathbf{P}}_5 \end{aligned} \quad (33)$$

which can be written in

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{P} \quad (34)$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m \mathbf{S}_i [u_{XY}] \\ \mathbf{R}_m \mathbf{S}_i [u_{XY}^z] \\ \mathbf{S}_m \mathbf{S}_i [\mathbf{w}_{XY}] \\ \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}] \\ \mathbf{S}_m \mathbf{R}_i [v_{XY}^z] \end{bmatrix} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_1 \\ \tilde{\mathbf{P}}_2 \\ \tilde{\mathbf{P}}_3 \\ \tilde{\mathbf{P}}_4 \\ \tilde{\mathbf{P}}_5 \end{bmatrix} \\ a_{11} &= -2 \left(\frac{Et\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{Et_{0x}h_{0x}}{3\lambda_1} - \frac{Gt_{0x}\lambda_1}{6h_{0x}} \right) \left(1 - \cos \frac{m\pi}{n} \right) \\ &+ \frac{2}{3} \left(\frac{Et\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{Gt\lambda_1}{\lambda_2} \right) \left(1 - \cos \frac{m\pi}{n} \right) \left(1 - \cos \frac{i\pi}{k} \right) - \frac{Gt_{0x}\lambda_1}{h_{0x}} - 2 \frac{Gt\lambda_1}{\lambda_2} \left(1 - \cos \frac{i\pi}{k} \right) \\ a_{12} &= \frac{Gt_{0x}\lambda_1}{h_{0x}} - \frac{1}{3} \left(\frac{Et_{0x}h_{0x}}{\lambda_1} + \frac{Gt_{0x}\lambda_1}{h_{0x}} \right) \left(1 - \cos \frac{m\pi}{n} \right) \\ a_{13} &= Gt_{0x} \cdot \sin \frac{m\pi}{n}, \quad a_{14} = 0, \quad a_{15} = -Gt \cdot \sin \frac{m\pi}{n} \sin \frac{i\pi}{k} \\ a_{21} &= a_{12}, \quad a_{22} = -\frac{Gt_{0x}\lambda_1}{h_{0x}} - 2 \left(\frac{Eh_{0x}t_{0x}}{3\lambda_1} - \frac{Gt_{0x}\lambda_1}{6h_{0x}} \right) \left(1 - \cos \frac{m\pi}{n} \right) \\ a_{23} &= -Gt_{0x} \cdot \sin \frac{m\pi}{n}, \quad a_{24} = a_{25} = 0, \quad a_{31} = a_{13}, \quad a_{32} = a_{23} \\ a_{33} &= -2 \left[\frac{Gt_{0x}h_{0x}}{x_1} \left(1 - \cos \frac{m\pi}{n} \right) + \frac{Gt_{0y}h_{0y}}{\lambda_2} \left(1 - \cos \frac{i\pi}{k} \right) \right] \\ a_{34} &= -Gt_{0y} \sin \frac{i\pi}{k}, \quad a_{35} = Gt_{0y} \sin \frac{i\pi}{k}, \quad a_{41} = a_{42} = 0, \quad a_{43} = a_{34} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{44} &= -\frac{Gt_{0y}\lambda_2}{h_{0y}} - 2\left(\frac{Et_{0y}h_{0y}}{3\lambda_2} - \frac{Gt_{0y}\lambda_2}{6h_{0y}}\right)\left(1 - \cos\frac{i\pi}{k}\right) \\
a_{45} &= \frac{Gt_{0y}\lambda_2}{h_{0y}} - \frac{1}{3}\left(\frac{Et_{0y}h_{0y}}{\lambda_2} + \frac{Gt_{0y}\lambda_2}{h_{0y}}\right)\left(1 - \cos\frac{i\pi}{k}\right) \\
a_{51} &= a_{15}, \quad a_{52} = a_{25}, \quad a_{53} = a_{35}, \quad a_{54} = a_{45} \\
a_{55} &= -2\left(\frac{Et\lambda_1}{\lambda_2} + \frac{Et_{0y}h_{0y}}{3\lambda_2} - \frac{Gt_{0y}\lambda_2}{6h_{0y}}\right)\left(1 - \cos\frac{i\pi}{k}\right) \\
&\quad + \frac{2}{3}\left(\frac{Et\lambda_1}{\lambda_2} + \frac{Gt\lambda_2}{\lambda_1}\right)\left(1 - \cos\frac{m\pi}{n}\right)\left(1 - \cos\frac{i\pi}{k}\right) - \frac{Gt_{0y}\lambda_2}{h_{0y}} - 2\frac{Gt\lambda_2}{\lambda_1}\left(1 - \cos\frac{m\pi}{n}\right)
\end{aligned}$$

And stresses are obtained as follows,

$$\begin{aligned}
\frac{N_{0x}}{3}\mathcal{S}_i[\dot{u}_{xy}^z] &= \frac{N_{0x}}{3\lambda_1}\mathcal{S}_i[\mathcal{A}_x u_{xy}^z] + \frac{N_{0x}}{6\lambda_1}\mathcal{S}_i[\mathcal{A}_x u_{xy}] \\
&\quad + \frac{Gt_{0x}\lambda_1}{6h_{0x}}\left(2\cdot\mathcal{S}_i[u_{x,y}] + \mathcal{S}_i[u_{x+1,y}] - 2\cdot\mathcal{S}_i[u_{xy}^z] - \mathcal{S}_i[u_{x+1,y}^z]\right) \\
&\quad - \frac{Gt_{0x}}{2}\left(\mathcal{S}_i[w_{x+1,y}] - \mathcal{S}_i[w_{x,y}]\right) - \frac{N_{0x}}{6}\mathcal{S}_i[\dot{u}_{xy}]
\end{aligned} \tag{35}$$

$$\begin{aligned}
&\left\{\left(1 - \frac{D_i}{6}\right)N_x + \frac{N_{0x}}{4}\right\}\mathcal{S}_i[\dot{u}_{xy}] \\
&= \left\{\left(1 - \frac{D_i}{6}\right)\frac{N_x}{\lambda_1} + \frac{N_{0x}}{4\lambda_1}\right\}\mathcal{S}_i[\mathcal{A}_x u_{x,y}] + \frac{Gt_{0x}\lambda_1}{4h_{0x}}\left(2\cdot\mathcal{S}_i[u_{xy}^z] + \mathcal{S}_i[u_{x+1,y}^z]\right) \\
&\quad - G\lambda_1\left(\frac{t_{0x}}{4h_{0x}} - \frac{t}{6\lambda_2}D_i\right)\left(2\cdot\mathcal{S}_i[u_{xy}] + \mathcal{S}_i[u_{x+1,y}]\right) \\
&\quad - \frac{Gt}{2}\sin\frac{i\pi}{k}\left(\mathcal{R}_i[v_{x+1,y}] - \mathcal{R}_i[v_{x,y}]\right) + \frac{3Gt_{0x}}{4}\left(\mathcal{S}_i[w_{x+1,y}] - \mathcal{S}_i[w_{x,y}]\right)
\end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}
\frac{N_{0y}}{3}\mathcal{S}_m[\dot{v}_{xy}^z] &= \frac{N_{0y}}{3\lambda_2}\mathcal{S}_m[\mathcal{A}_y v_{xy}^z] + \frac{N_{0y}}{6\lambda_2}\mathcal{S}_m[\mathcal{A}_y v_{xy}] \\
&\quad + \frac{Gt_{0y}\lambda_2}{6h_{0y}}\left(2\cdot\mathcal{S}_m[v_{xy}] + \mathcal{S}_m[v_{x,y+1}] - 2\cdot\mathcal{S}_m[v_{xy}^z] - \mathcal{S}_m[v_{x,y+1}^z]\right) \\
&\quad - \frac{Gt_{0y}}{2}\left(\mathcal{S}_m[w_{x,y+1}] - \mathcal{S}_m[w_{xy}]\right) - \frac{N_{0y}}{6}\mathcal{S}_m[\dot{v}_{xy}]
\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}
&\left\{\left(1 - \frac{D_m}{6}\right)N_y + \frac{N_{0y}}{4}\right\}\mathcal{S}_m[\dot{v}_{xy}] \\
&= \left\{\left(1 - \frac{D_m}{6}\right)\frac{N_y}{\lambda_2} + \frac{N_{0y}}{4\lambda_2}\right\}\mathcal{S}_m[\mathcal{A}_y v_{xy}] + \frac{Gt_{0y}\lambda_2}{4h_{0y}}\left(2\cdot\mathcal{S}_m[v_{xy}^z] + \mathcal{S}_m[v_{x,y+1}^z]\right) \\
&\quad - G\lambda_2\left(\frac{t_{0y}}{4h_{0y}} - \frac{t}{6\lambda_1}D_m\right)\left(2\cdot\mathcal{S}_m[v_{xy}] + \mathcal{S}_m[v_{x,y+1}]\right) \\
&\quad - \frac{Gt}{2}\sin\frac{m\pi}{n}\left(\mathcal{R}_m[u_{x,y+1}] - \mathcal{R}_m[u_{xy}]\right) + \frac{3Gt_{0y}}{4}\left(\mathcal{S}_m[w_{x,y+1}] - \mathcal{S}_m[w_{xy}]\right)
\end{aligned} \tag{38}$$

4. Numerical examples

In order to illustrate the numerical results obtained by the method presented in this paper, some simple cases are taken.

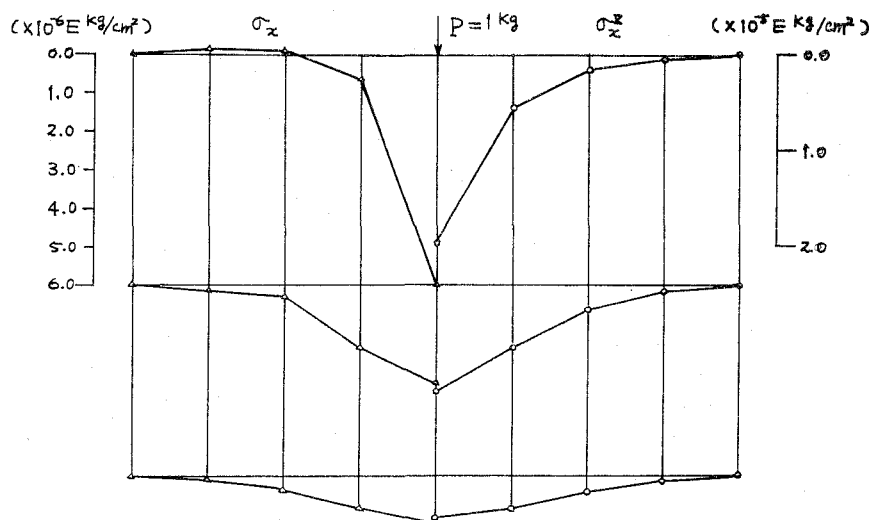


Fig. 4. σ_x^0 and σ_x^δ Diagram

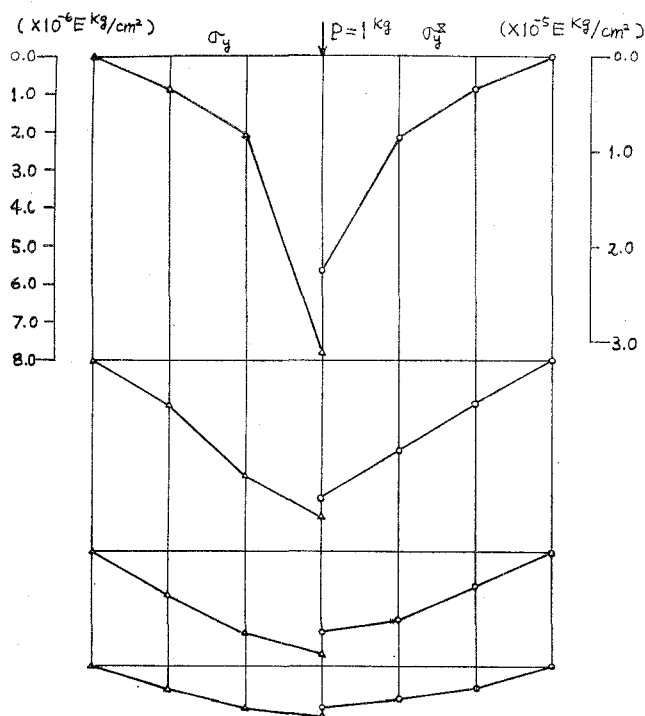
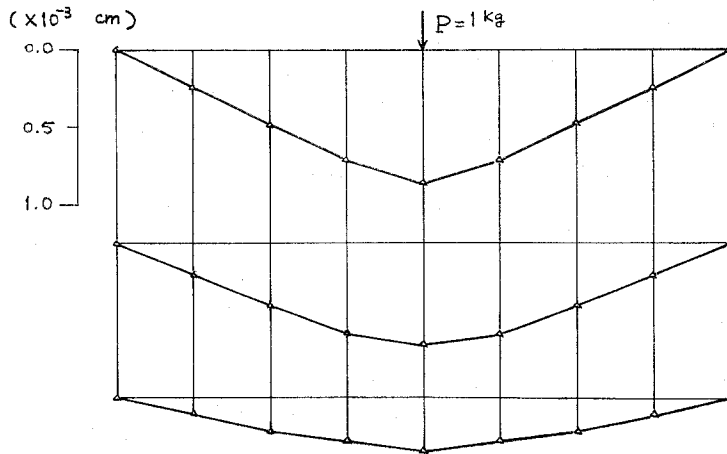


Fig. 5. σ_y^0 and σ_y^δ Diagram ($E=34800 \text{ kg/cm}^2$, $\nu=0$)

Fig. 6. ω Diagram

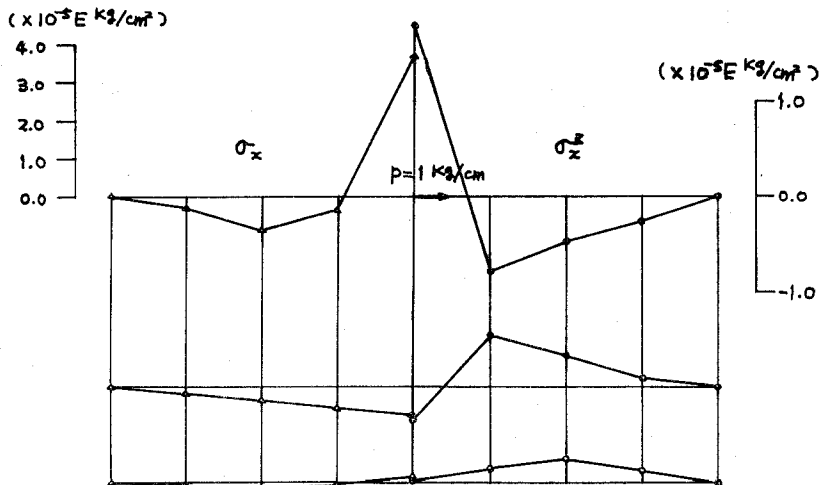
The computation was carried on by FACOM 230-60 in HOKKAIDO university which is an electric digital computer with 80 K core memories. CPU time occupied in a cycle of stress calculation and its output was only 20 seconds for each cases.

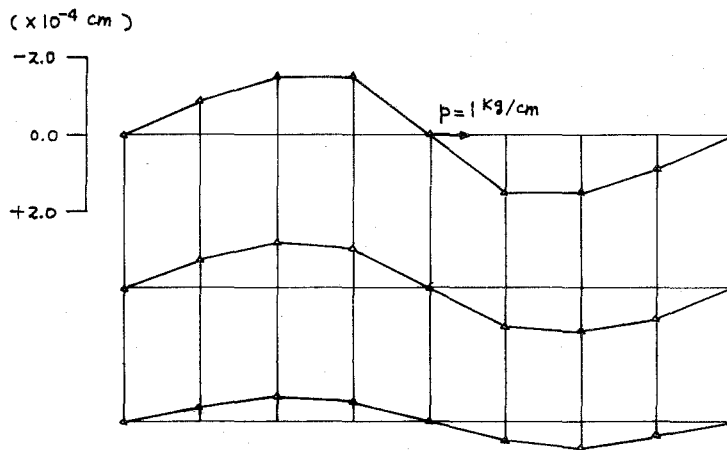
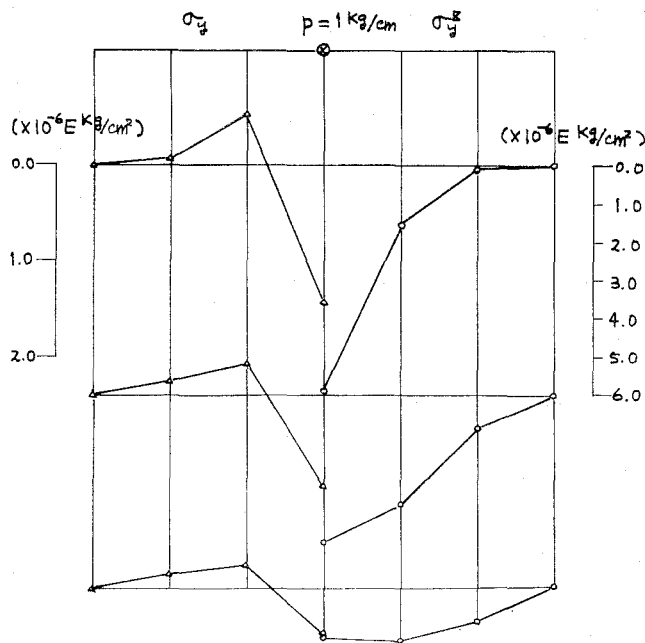
- a) **Simply supported two-way ribbed plate subjected to a lateral concentrated load at the center of plate**

$E=34800 \text{ kg/cm}^2$, $\nu=0.0$, $t=0.3 \text{ cm}$, $t_{0x}=t_{0y}=0.5 \text{ cm}$, $\lambda_1=\lambda_2=10 \text{ cm}$, $h_{0x}=h_{0y}=6 \text{ cm}$, $n=8$, $k=6$, $P=1 \text{ kg}$.

- b) **Simply supported two-way ribbed plate subjected to surface tractions parallel to xy plane**

$E=34800 \text{ kg/cm}^2$, $\nu=0.0$, $t=0.3 \text{ cm}$, $t_{0x}=t_{0y}=0.5 \text{ cm}$, $\lambda_1=\lambda_2=10 \text{ cm}$, $h_{0x}=h_{0y}=6 \text{ cm}$, $n=8$, $k=6$, $P_x=1 \text{ kg/cm}$.

Fig. 7. σ_x^0 and σ_x^2 Diagram



5. Remarks

The solutions of the ribbed plate we have discussed here is analytical method of solving the finite difference equations. The actual system can be reduced to the discrete model starting with the Displacement-shear equation of a folded plate element. Thus obtained equation is easily solved by means of "Finite Integration Transform".

The numerical results will be checked by the experimental one. And the method used in this discussion will be extended to analysis of sandwich ribbed plate, trussed plate and as such.

The stiffness matrix for the prescribed numerical computation may be said up to $5 \times n \times k$ one when we follow the way of usual folded plated theory, whereas the method mentioned above needs only 5×5 matrix.

References

- 1) Aschenberg, H. u. Freudenberg, G.: "Die Brücke über die Norderelbe im Zuge der Bundesautobahn Südliche Umgehung Hamcurg" Teil III: Statische Berechnung des Brückenüberbaus Der Stahlbau 1963-9.
- 2) Daniel, H. u. Schumann, H.: "Die Bundesautobahnbrücke über den Rein bei Leverkusen" Stahlerner Überbau der Strombrücke Der Stahlbau 1967-8.
- 3) Homberg, H. u. Trenks, K.: Drehsteife Kreuzwerke, Berlin/Göttingen/Heiderberg: Spridger 1962.
- 4) Leonhardt, F. u. Andrä, W.: Die vereinfachte Trägerrostberechnung, Stuttgart: Julius Hoffmann 1950.
- 5) Timoschenko, S., Krieger, W.: Theory of plates and schells.
- 6) Ebner, H.: Die Beanspruchungdünnwandiger kastenträger auf Drillung bei behinderter Querschnittswölbung Z. F. M. 24, 1933.
Ebner, H., Koller, H.: Über den kraftverlauf inlängs-und querversteifen Scheiben. Luftf-Forsch 15, 1938.
- 7) Nomachi, S. G.: On torsion bending of thin walled rectangular beams with equidistant rigid diaphragms. Trans. JSCE, 146, 1967.
- 8) Nomachi, S. G.: A Note on Finite Fourier Transforms concerning Finite Integration. The Memories of the Muroran Institute of Technology. Vol. 5, No. 2, August, 1966.

Appendix

To find the discrete relation of the differential equation, a method of the successive integration by S. G. Nomachi will be introduced.

Suppose the interval of two adjacent point be small enough to assume that a part of linear variation takes a most important one in that reign and the higher order term is neglected in comparison with it.

To make further discussion simple, let us begin with the equation ;

$$K\ddot{u}_Y + G_1 u_Y + G_2 \dot{w}_Y = P(x) \quad (39)$$

We take as approximate values of external surface tractions distribute along the line of intersection in the x direction as

$$P(x) = P_x \left(1 - \frac{x}{\lambda_1}\right) + P_{x+1} \left(\frac{x}{\lambda_1}\right) \quad (40)$$

The Eq. (39) is rewritten in

$$\begin{aligned}
& K\ddot{u}_Y + G_1 u_{XY} \left(1 - \frac{x}{\lambda_1}\right) + G_1 u_{x+1Y} \left(\frac{x}{\lambda_1}\right) \\
& + G_2 \ddot{w}_Y - P_{XY} \left(1 - \frac{x}{\lambda_1}\right) - P_{x+1Y} \left(\frac{x}{\lambda_1}\right) = 0
\end{aligned} \quad (41)$$

Integrating it with respect to x , and regulating the integral constant as to satisfy the condition for $x=0$, and taking that the value on the left side of a certain point should be equal to the one on the right side of it, into account, we have

$$\begin{aligned}
& K\dot{u}_Y + G_1 u_{XY} \left(x - \frac{x^2}{2\lambda_1}\right) + G_1 u_{x+1Y} \left(\frac{x^2}{2\lambda_1}\right) + G_2 w_Y \\
& - P_{XY} \left(x - \frac{x^2}{2\lambda_1}\right) - P_{x+1Y} \left(\frac{x^2}{2\lambda_1}\right) = K\dot{u}_{XY} + G_2 w_{XY}
\end{aligned} \quad (42)$$

And substituting

$$w_Y(x) = w_{x,Y} \left(1 - \frac{x}{\lambda_1}\right) + w_{x+1,Y} \left(\frac{x}{\lambda_1}\right) \quad (43)$$

into Eq. (42), and integrating again from $x=0$ to $x=\lambda_1$, we find that

$$\begin{aligned}
& K(u_{x+1,Y} - u_{x,Y}) + G_1 \frac{\lambda_1^2}{3} u_{XY} + G_1 \frac{\lambda_1^2}{6} u_{x+1,Y} + G_2 \frac{\lambda_1}{2} (w_{XY} + w_{x+1,Y}) \\
& - \left(P_{XY} \frac{\lambda_1^2}{3} + P_{x+1,Y} \frac{\lambda_1^2}{6}\right) = (K\dot{u}_{XY} + G_2 w_{XY}) \lambda_1
\end{aligned} \quad (44)$$

Putting λ_1 for x in (42), and multiplying it by λ_1 , we have

$$\begin{aligned}
& (Ku_{x+1,Y} + G_2 w_{x+1,Y}) \lambda_1 + G_2 \frac{\lambda_1^2}{2} (u_{XY} + u_{x+1,Y}) - \frac{\lambda_1^2}{2} (P_{x,Y} + P_{x+1,Y}) \\
& = (K\dot{u}_{XY} + G_2 w_{XY}) \lambda_1
\end{aligned} \quad (45)$$

And substitution of the left side of Eq. (45) into the right side of Eq. (44) becomes

$$\begin{aligned}
& K(u_{x+1,Y} - u_{x,Y}) - \frac{\lambda_1^2}{6} G_1 u_{x,Y} - \frac{\lambda_1^2}{3} G_1 u_{x+1,Y} + G_2 \frac{\lambda_1}{2} (w_{x,Y} + w_{x+1,Y}) \\
& + \frac{\lambda_1^2}{6} P_{x,Y} + \frac{\lambda_1^2}{3} P_{x+1,Y} = (K\dot{u}_{x+1,Y} + G_2 w_{x+1,Y}) \lambda_1
\end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned}
& K(u_{x,Y} - u_{x-1,Y}) - \frac{\lambda_1^2}{6} G_1 u_{x-1,Y} - \frac{\lambda_1^2}{3} G_1 u_{x,Y} + G_2 \frac{\lambda_1}{2} (w_{x-1,Y} + w_{x,Y}) \\
& + \frac{\lambda_1^2}{6} P_{x-1,Y} + \frac{\lambda_1^2}{3} P_{x,Y} = (K\dot{u}_{x,Y} + G_2 w_{x,Y}) \lambda_1
\end{aligned} \quad (47)$$

Then subtracting Eq. (47) from Eq. (44), the required difference equation is obtained as follows.

$$K\mathcal{A}_x^2 u_{x,Y} + G_1 \frac{\lambda_1^2}{6} \mathcal{A}_x^2 u_{XY} + G_1 \lambda_1^2 u_{XY} + \frac{\lambda_1}{2} G_2 \mathcal{A}_x w_{XY} = \frac{\lambda_1^2}{6} \mathcal{A}_x^2 P_{XY} + \lambda_1^2 P_{XY} \quad (48)$$

(Received May 21, 1973)

和分変換による吊橋撓度理論の解法について

能町 純雄・松岡 健一・小針 憲司*

On a Method of Solving the Deflection Theory for Suspension Bridges by Means of Finite Integration Transforms

Sumio G. Nomachi, Kenichi G. Matsuoka
and Kenji Kohari

Abstract

In this paper, the difference equations are derived from the equilibrium of vertical forces about each tie disregarding its elongation, and the suspension bridges with stiffening truss is analitically solved by means of "Finite Integration Transforms".

A numerical results, which shows that the method can handle the bridge of a great number of ties with a digital computer of smaller size, lastly given.

1. はじめに

補剛桁を有する吊橋については、吊材を膜近似とする撓度理論が有力な解析方法と考察を与えているが、補剛トラスを有する吊橋については、電子計算機利用によって厳密に解くことは容易であるが、解析的考察は行ない難い。この点について著者等は有限和分変換理論を用いて、補剛トラス吊橋に撓度理論を拡張して解析する方法を試みたものである。

2. 予備公式

a) フーリエ逆変換公式

Symbolic Notation

$$S_i[f(x)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \sin \frac{i\pi}{n} x$$

$$C_i[f(x)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \cos \frac{i\pi}{n} x$$

$$\bar{S}_i[f(x+1/2)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x+1/2) \sin \frac{i\pi}{n} (x+1/2)$$

$$\bar{C}_i[f(x+1/2)] = \sum_{x=1}^{n-1} f(x+1/2) \cos \frac{i\pi}{n} (x+1/2)$$

* 室工大研究生

を導入すると

$$f(x) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{S}_i[f(x)] \sin \frac{i\pi}{n} x$$

$$f(x) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i[f(x)] \cos \frac{i\pi}{n} x$$

$$\text{ただし } \mathbf{R}_0[f(x)] = \frac{1}{2} \left\{ \mathbf{C}_0[f(x)] + \frac{1}{2} f(n) + \frac{1}{2} f(0) \right\}$$

$$\mathbf{R}_i[f(x)] = \mathbf{C}_i[f(x)] + \frac{1}{2} (-1)^i f(n) + \frac{1}{2} f(0)$$

$$\mathbf{R}_n[f(x)] = \frac{1}{2} \left\{ \mathbf{C}_n[f(x)] + \frac{1}{2} (-1)^n f(n) + \frac{1}{2} f(0) \right\}$$

$$f\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{\mathbf{S}}_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] \sin \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{n} (-1)^n \bar{\mathbf{S}}_n\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$f\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \bar{\mathbf{C}}_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right] \cos \frac{i\pi}{n} \left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{n} \bar{\mathbf{C}}_0\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$i, x = 0, 1, 2, \dots, n;$$

b) 各種差分のフーリエ和分

$$f(x+1)+f(x) = \nabla f(x), \quad f(x+1)-f(x) = \Delta f(x)$$

$$f(x+1)-f(x-1) = \mathbf{A} f(x), \quad f(x+1)-2f(x)+f(x-1) = \Delta^2 f(x-1)$$

とすると, sin 変換は,

$$\mathbf{S}_i[\Delta^2 f(x-1)] = -\sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} - \mathbf{D}_i \mathbf{S}_i[f(x)],$$

$$\mathbf{S}_i[\mathbf{A} f(x)] = -2 \sin \frac{i\pi}{n} \mathbf{R}_i[f(x)],$$

$$\mathbf{S}_i\left[\Delta f\left(x - \frac{1}{2}\right)\right] = -2 \sin \frac{i\pi}{2n} \bar{\mathbf{C}}_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right],$$

$$\mathbf{S}_i\left[\nabla f\left(x - \frac{1}{2}\right)\right] = 2 \cos \frac{i\pi}{2n} \bar{\mathbf{S}}_i\left[f\left(x + \frac{1}{2}\right)\right],$$

$$\bar{\mathbf{S}}_i[\Delta f(x)] = -\sin \frac{i\pi}{2n} \mathbf{R}_i[f(x)],$$

$$\bar{\mathbf{S}}_i[\nabla f(x)] = \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ f(0) - (-1)^i f(n) \right\} + 2 \cos \frac{i\pi}{2n} \mathbf{S}_i[f(x)],$$

cos 変換は,

$$\mathbf{C}_i[\Delta^2 f(x-1)] = (-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) - \mathbf{D}_i \mathbf{R}_i[f(x)],$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_i[\mathbf{A} f(x)] &= -(-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) + \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n}\right) \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} \\ &\quad + 2 \sin \frac{i\pi}{n} \mathbf{S}_i[f(x)], \end{aligned}$$

$$C_i \left[\Delta f \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] = (-1)^i f \left(n - \frac{1}{2} \right) - f \left(\frac{1}{2} \right) + 2 \sin \frac{i\pi}{2n} \bar{S}_i \left[f \left(x + \frac{1}{2} \right) \right],$$

$$C_i \left[\nabla f \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] = -(-1)^i f \left(n - \frac{1}{2} \right) - f \left(\frac{1}{2} \right) + 2 \cos \frac{i\pi}{2n} \bar{C}_i \left[f \left(x + \frac{1}{2} \right) \right],$$

$$\bar{C}_i [\Delta f(x)] = -\cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ f(0) - (-1)^i f(n) \right\} + 2 \sin \frac{i\pi}{2n} S_i[f(x)],$$

$$\bar{C}_i [\nabla f(x)] = 2 \cos \frac{i\pi}{2n} R_i[f(x)],$$

ただし $D_i = 2 \left(1 - \cos \frac{i\pi}{n} \right),$

3. トラスを補剛桁とする吊橋の解法

a) 仮 定

- 1) 任意の格点において、吊材の伸び及び軸方向片向きを無視する。
- 2) ロープは格点間において、直線とする。
- 3) 荷重は全て鉛直方向とし、断面回転に伴う吊材の軸直角方向水平分力を無視する。水平荷重についても考慮する時は、吊材の水分子力を考慮すると良い。

b) 記 号

記号等については、図-1を参照し、 A_L, A_u, A_t, A_d, A は夫々横構、上弦材、下弦材、斜材、対傾構の断面積を、 $\lambda, \lambda', h, b, h$ 等は夫々図に示す如く各部材の長を示す。 E は弾性係数。

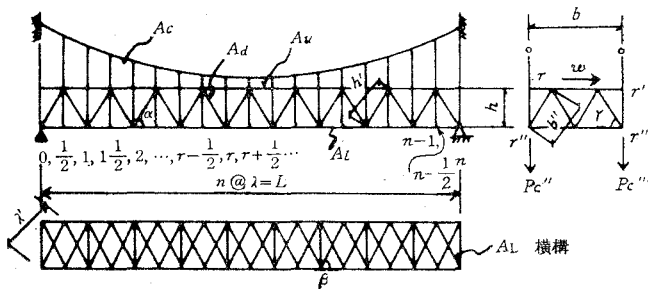


図-1

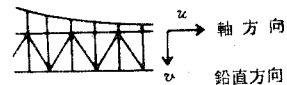


図-2 変位方向図

c) 部材力式とつりあい式

ロープより吊材を通して補剛トラスに作用する鉛直力は次式で示される。今格点死荷重 q^d 、活荷重 q^l 、死荷重水平張力 H_0^d 、活荷重水平張力 H^l 、 $\eta = H/H_0$ とすると、 r 点に関し

$$\lambda_q = g\eta\lambda - (1+\eta) H_0^d (v_{r+\frac{1}{2}} - 2v_r + v_{r-\frac{1}{2}})$$

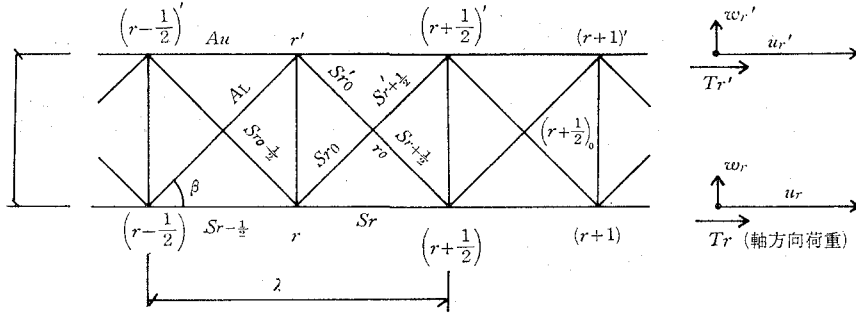


図-3 上構面平面図

$(r+\frac{1}{2})$ 点に関し

$$\lambda_q = g\eta\lambda - (1+\eta)H_g(v_{r+1} - 2v_{r+\frac{1}{2}} + v_r)$$

又補剛トラス上構面のつりあいをとると,

$$K_1 = 2EA_L/\lambda', \quad K_2 = 2EA_u/\lambda, \quad K_3 = 2EA_L/\lambda, \quad K_4 = EA_d/h', \\ K_5 = EA/b'', \quad \text{とすると}$$

r_0 点回りについて, フックの法則により変位と部材力の間に次の関係がある。

$$S'_{r+\frac{1}{2}} = K_1 \left\{ (u'_{r+\frac{1}{2}} - u_r^0) \cos \beta + (w'_{r+\frac{1}{2}} - w_r^0) \sin \beta \right\}$$

$$S_{r+\frac{1}{2}} = K_1 \left\{ (u_{r+\frac{1}{2}} - u_r^0) \cos \beta + (w_r^0 - w_{r+\frac{1}{2}}) \sin \beta \right\}$$

$$S_{r0}' = K_1 \left\{ (u_r^0 - u_r') \cos \beta + (w_r' - w_r^0) \sin \beta \right\}$$

$$S_r^0 = K_1 \left\{ (u_r^0 - u_r) \cos \beta + (w_r^0 - w_r) \sin \beta \right\}$$

r_0 点回りに関して w_r^0 方向 (軸直角方向), u_r^0 方向 (軸方向) のつりあいを取り, u_r^0, w_r^0 を消去して, 例えば S_r^0 については,

$$S_r^0 = K/2 \cdot \left\{ (u_{r+\frac{1}{2}} - u_r) \cos \beta + (w'_{r+\frac{1}{2}} - w_r) \sin \beta \right\}$$

となる。他についても同様の関係が成立し, r 点回りの u 方向つりあい式

$$S_r - S_{r-\frac{1}{2}} + (S_r^0 - S_{r-\frac{1}{2}}^0) \cos \beta = -T_r \text{ に代入して}$$

$$K_2(u_{r+\frac{1}{2}} + u_{r-\frac{1}{2}}) + K_1/2 \cdot (u'_{r+\frac{1}{2}} + u'_{r-\frac{1}{2}}) \cos^2 \beta - 2(K_2 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) u_r \\ + \frac{K_1}{2} \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta (w'_{r+\frac{1}{2}} - w'_{r-\frac{1}{2}}) = -T_r \quad (1)$$

他のつりあい関係についても (1) 式と同様の方法を用いて表示出来, 今ロープ張力を考慮して式を整理すると以下のである。

w 方向 (以下において $w_r = w'_r$, $w''_r = w'''_r$ とする。) つりあい式

$$K_1/2 \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta (u'_{r+\frac{1}{2}} - u'_{r-\frac{1}{2}}) - K_1 \sin^2 \beta \cdot w_r + K_1/2 \cdot \sin^2 \beta (w'_{r+\frac{1}{2}} + w'_{r-\frac{1}{2}}) \\ + K_5 \cdot \cos \gamma \left\{ 4(w''_r - w_r) \cos \gamma + (v'''_r - v''_r) \sin \gamma \right\} = 0 \quad (2)$$

r' 点 u 方向つりあい式

$$K_2(u'_{r+\frac{1}{2}} + u'_{r-\frac{1}{2}}) + K_1/2 \cdot (x_{r+\frac{1}{2}} + u_{r-\frac{1}{2}}) \cdot \cos^2 \beta - 2 \left(K_2 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) u'_r \\ - \frac{K_1}{2} \cdot \cos \beta \sin \beta (w_{r+\frac{1}{2}} - w_{r-\frac{1}{2}}) = -T'_r \quad (3)$$

r'' 点 u 方向つりあい式

$$-4 \left\{ K_1 K_3 \cos^2 \beta + K_4 \cos^2 \alpha \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) \right\} u''_r + \left(K_3 - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_3 \Delta^2 u''_{r-1} \\ + K_1 \cos^2 \beta K_3 (\Delta^2 u''_{r-1} + 4u''_r) + K_3 K_1 \cos \beta \sin \beta (w''_{r+1} - w''_{r-1}) \\ + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha (u_{r+\frac{1}{2}} + u_{r-\frac{1}{2}}) \\ + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos \alpha \sin \alpha (-v_{r+\frac{1}{2}} + v_{r-\frac{1}{2}}) \\ = -2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) T''_r \quad (4)$$

w 方向のつりあい式

$$\frac{K_1}{2} K_3 \sin^2 \beta (\Delta^2 w''_{r-1} + \Delta^2 w'''_{r-1}) - K_1 K_3 \sin \beta \cos \beta (u'_{r+1} - u'_{r-1} - u'''_{r+1} + u'''_{r-1}) \\ + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \cos^2 \gamma \cdot 4(w_r - w'_r) \\ + \frac{1}{2} \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \cos \gamma \cdot \sin \gamma \cdot 4(v''_r - v'''_r) = 0 \quad (5)$$

v 方向のつりあい式

$$K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha (u_{r+\frac{1}{2}} - u_{r-\frac{1}{2}}) + 2K_4 \sin^2 \alpha v''_r - K_4 \sin^2 \alpha (v_{r+\frac{1}{2}} + v_{r-\frac{1}{2}}) \\ + K_5 \sin \gamma \cos \gamma (w_r - w'_r) + \frac{1}{4} K_5 \sin^2 \gamma (v''_r - v'''_r) \\ - \frac{(H\eta)}{\lambda} H_\theta (v_{r+\frac{1}{2}} - 2v''_r + v_{r-\frac{1}{2}}) = -g\eta + P''_r \quad (6)$$

r''' 点 u 方向つりあい式

$$-4 \left\{ K_3 K_1 \cos^2 \beta + \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha \right\} u'''_r + \left(K_3 - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_3 \Delta^2 u'''_r \\ + K_1 K_3 \cos^2 \beta (\Delta^2 u'''_{r-1} + 4u'''_r) + K_3 K_1 \sin \beta \cos \beta (w'_{r-1} - w'_{r+1}) \\ + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha (u'_{r+\frac{1}{2}} + u'_{r-\frac{1}{2}})$$

$$\begin{aligned}
& +2\left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta\right) K_4 \cos \alpha \sin \alpha (-v'_{r+\frac{1}{2}} + v'_{r-\frac{1}{2}}) \\
& = -2\left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta\right) T''_{r'}
\end{aligned} \tag{7}$$

v 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_4 \sin \alpha \cos \alpha (u'_{r+\frac{1}{2}} + u'_{r-\frac{1}{2}}) + 2K_4 \sin^2 \alpha v'''_{r'} - K_4 \sin^2 \alpha (v'_{r+\frac{1}{2}} + v'_{r-\frac{1}{2}}) \\
& + K_5 \sin \gamma \cos \gamma (w''_{r'} - w_r) + \frac{1}{4} K_4 \sin^2 \gamma (v'''_{r'} - v''_{r'}) \\
& - \frac{(1+\eta)}{\lambda} H_g (v'_{r+\frac{1}{2}} - 2v'''_{r'} + v_{r-\frac{1}{2}}) = -g\eta + P''_{r'}
\end{aligned} \tag{8}$$

$(r-\frac{1}{2})$ 点 u 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_2(u_r + u_{r-1}) + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta (u'_r + u'_{r-1}) - 2(K_2 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) u_{r-\frac{1}{2}} \\
& + \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta (w'_r - w'_{r-1}) + K_4 \cos^2 \alpha (u''_{r'} + u''_{r'-1}) - 2K_4 \cos^2 \alpha u_{r-\frac{1}{2}} \\
& + K_4 \cos \alpha \cdot \sin \alpha (v''_{r'} - v''_{r'-1}) = -T_{r-\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{9}$$

w 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_1/2 \cdot (-u_r + u_{r-1} + u'_r - u'_{r-1}) \sin \beta \cos \beta + K_1/2 \cdot \sin^2 \beta (w'_r + w'_{r-1} + w_r + w_{r-1}) \\
& - K_1 \sin^2 \beta (w_{r-\frac{1}{2}} + w'_{r-\frac{1}{2}}) = 0
\end{aligned} \tag{10}$$

v 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_4 \sin \alpha \cos \alpha (u''_{r'} - u''_{r'-1}) + K_4 \sin^2 \alpha (v''_{r'} + v''_{r'-1}) - 2K_4 \sin^2 \alpha v_{r-\frac{1}{2}} \\
& + \frac{(1+\eta)}{\lambda} \cdot H_g \cdot (v''_{r'} - 2v_{r-\frac{1}{2}} + v''_{r'-1}) = g\eta - P_{r-\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{11}$$

$(r-\frac{1}{2})$ 点 u 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_2(u'_r + u'_{r-1}) + \frac{K_1}{2} (u_r + u_{r-1}) \cos^2 \beta - 2(K_2 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) u'_{r-\frac{1}{2}} \\
& - K_1/2 \cdot \cos \beta \sin \beta (w_r - w_{r-1}) + K_4 \cos^2 \alpha (u'''_{r'} + u'''_{r'-1}) - 2K_4 \cos^2 \alpha u'_{r-\frac{1}{2}} \\
& + K_4 \cos \alpha \cdot \sin \alpha (v'''_{r'} - v'''_{r'-1}) = -T'_{r-\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{12}$$

v 方向のつりあい式

$$\begin{aligned}
& K_4 \sin \alpha \cos \alpha (u'''_{r'} - u'''_{r'-1}) + K_4 \sin^2 \alpha (v'''_{r'} + v'''_{r'-1}) - 2K_4 \sin^2 \alpha v'_{r-\frac{1}{2}} \\
& + \frac{(1+\eta)}{\lambda} H_g (v'''_{r'} - 2v'_{r-\frac{1}{2}} + v'''_{r'-1}) = g\eta - P'_{r-\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{13}$$

d) フーリエ定和分変換と境界条件

端部橋軸方向外向水平力を正とし、今 T で表示すると

$$-T_0 = K_1/2 \cdot \left\{ (u'_0 - u_0) \cos \beta + (w'_0 - w_0) \sin \beta \right\} \cos \beta + K_2(u_{\frac{1}{2}} - u_0)$$

$$\begin{aligned}
T_n &= K_1/2 \cdot \left\{ (u_n - u'_{n-\frac{1}{2}}) \cos \beta + (w'_{n-\frac{1}{2}} - w_n) \sin \beta \right\} \cos \beta + K_2(u_n - u_{n-\frac{1}{2}}) \\
&\quad - 2(K_3 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) T'_0 = K_1/2 \cdot \cos^2 \beta \left\{ K_3(u''_1 + u''_0') + \frac{1}{2} K_1 \cos^2 \beta (u''_1 + u''_0') \right. \\
&\quad \left. - \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta (w'_1 - w'_0') \right\} - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \cdot 2(K_3 + K_1/2 \cos^2 \beta) u'_0' \\
&\quad - \frac{K_1}{2} \cos \beta \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) \left\{ (u'_1 - u'_0') \cos \beta - (w'_1 - w'_0') \sin \beta \right\} \\
&\quad + K_3^2(u'_1 + u'_0') + \frac{1}{2} K_1 \cos^2 \beta K_3(u''_1 + u''_0') + \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta K_3(w'_1 - w'_0') \\
&\quad - K_3 \cdot 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) u'_0' + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha \\
&\quad \times \left\{ (u_{\frac{1}{2}} - u'_0') \cos \alpha + (v'_0' - v_{\frac{1}{2}}) \sin \alpha \right\} 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) T''_n = - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \\
&\quad \times \left\{ K_3(u''_n + u''_{n-1}) + \frac{1}{2} K_1 \cos^2 \beta (u''_n + u''_{n-1}) - \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta (w''_n - w''_{n-1}) \right\} \\
&\quad + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \cdot 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) u''_n - \frac{K_1}{2} \cos \beta \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) \\
&\quad \times \left\{ (u''_n - u''_{n-1}) \cos \beta + (w''_n - w''_{n-1}) \sin \beta \right\} - K_3^2(u''_n + u''_{n-1}) \\
&\quad - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta K_3(u''_n + u''_{n-1}) - \frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta K_3(w''_n - w''_{n-1}) \\
&\quad + K_3 \cdot 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) u''_n + 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos \alpha \\
&\quad \times \left\{ u''_n - u_{n-\frac{1}{2}} \cos \alpha + (v'_n - v_{n-\frac{1}{2}}) \sin \alpha \right\}
\end{aligned}$$

$0'$, n' , $0''$, n'' 点についても同様の式が成立つことを考慮し, 各つりあい式についてフーリエ変換をとり整理する。

尚簡単のため

$$\begin{aligned}
\tilde{u}_i &= \frac{1}{2} u_n(-1)^i + \frac{1}{2} u_0 + \mathbf{C}_i[u_r], & \tilde{u}'_i &= \frac{1}{2} u'_n(-1)^i + \frac{1}{2} u'_0 + \mathbf{C}_i[u'_r], \\
\tilde{u}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{C}}_i[u_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{u}'_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{C}}[u'_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{u}''_i &= \frac{1}{2} u''_n(-1)^i + \frac{1}{2} u''_0 + \mathbf{C}_i[u''_r], \\
\tilde{u}''_i &= \frac{1}{2} u''_n(-1)^i + \frac{1}{2} u''_0 + \mathbf{C}_i[u''_r], & \tilde{v}''_i &= \mathbf{S}_i[v''_r], & \tilde{v}'''_i &= \mathbf{S}_i[v'''_r], \\
\tilde{v}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i[v_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{v}'_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i[v'_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{w}_i &= \mathbf{S}_i[w_r], & \tilde{w}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i[w_{r+\frac{1}{2}}], \\
\tilde{w}'_i &= \mathbf{S}_i[w'_r], & \tilde{T}_i &= \mathbf{C}_i[T_r], & \tilde{T}'_i &= \mathbf{C}_i[T'_r], & \tilde{T}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{C}}[T_{r+\frac{1}{2}}], \\
\tilde{T}'_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{C}}[T'_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{T}''_i &= \mathbf{C}_i[T''_r], & \tilde{T}'''_i &= \mathbf{C}_i[T'''_r], & \tilde{H}_r(g\eta) &= \mathbf{S}_i[g\eta], \\
\tilde{P}''_i &= \mathbf{S}_i[P''_r], & \tilde{P}'''_i &= \mathbf{S}_i[P'''_r], & \tilde{P}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i[P_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{P}'_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i[P'_{r+\frac{1}{2}}], \\
\tilde{W}_i &= \mathbf{S}_i[W_r], & \tilde{W}_{i+\frac{1}{2}} &= \bar{\mathbf{S}}_i[W_{r+\frac{1}{2}}], & \tilde{W}''_i &= \mathbf{S}_i[W''_r], & \tilde{H}_{i+\frac{1}{2}}(g\eta) &= \bar{\mathbf{S}}_i[g\eta],
\end{aligned}$$

とおくと前記(13)個の式は次式となる。

$$\begin{pmatrix}
a_{1,1} & 0 & a_{1,3} & a_{1,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{1,12} & 0 \\
0 & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{2,12} & 0 \\
a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & 0 & a_{3,5} & 0 & a_{3,7} & 0 & 0 & 0 & a_{3,11} & 0 & 0 \\
a_{4,1} & a_{4,2} & 0 & a_{4,4} & 0 & a_{4,6} & 0 & a_{4,8} & 0 & 0 & a_{4,11} & 0 & 0 \\
0 & 0 & a_{5,3} & 0 & a_{5,5} & a_{5,6} & 0 & 0 & a_{5,9} & 0 & 0 & 0 & a_{5,13} \\
0 & 0 & 0 & a_{6,4} & a_{6,5} & a_{6,6} & 0 & 0 & 0 & a_{6,10} & 0 & 0 & a_{10,13} \\
0 & 0 & a_{7,3} & 0 & 0 & 0 & a_{7,7} & a_{7,5} & a_{7,9} & 0 & a_{7,11} & 0 & a_{7,13} \\
0 & 0 & 0 & a_{8,4} & 0 & 0 & a_{8,7} & a_{8,8} & 0 & a_{8,10} & a_{8,11} & 0 & a_{8,13} \\
0 & 0 & 0 & 0 & a_{9,5} & 0 & a_{9,7} & 0 & a_{9,9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{10,6} & 0 & a_{10,8} & 0 & a_{10,10} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & a_{11,3} & a_{11,4} & 0 & 0 & a_{11,7} & a_{11,8} & 0 & 0 & a_{11,11} & a_{11,12} & a_{11,13} \\
a_{12,1} & a_{12,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{12,11} & a_{12,12} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & a_{13,5} & a_{13,6} & a_{13,7} & a_{13,8} & 0 & 0 & a_{13,11} & 0 & a_{13,13}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\tilde{u}_i \\
\tilde{u}'_i \\
\tilde{u}_{i+\frac{1}{2}} \\
\tilde{u}'_{i+\frac{1}{2}} \\
\tilde{u}''_i \\
\tilde{u}'''_i \\
\tilde{v}''_i \\
\tilde{v}'''_i \\
\tilde{v}_{i+\frac{1}{2}} \\
\tilde{v}'_{i+\frac{1}{2}} \\
\tilde{w}_i \\
\tilde{w}_{i+\frac{1}{2}} \\
\tilde{w}''_i
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
C_1 \\
C_2 \\
C_3 \\
C_4 \\
C_5 \\
C_6 \\
C_7 \\
C_8 \\
C_9 \\
C_{10} \\
C_{11} \\
C_{12} \\
C_{13}
\end{pmatrix}$$

ただし

$$\begin{aligned}
a_{1,1} &= a_{2,2} = -2 \left(K_2 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right), & a_{1,3} &= a_{2,4} = a_{3,1} = a_{4,2} = 2K_2 \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, \\
a_{1,4} &= a_{4,1} = a_{2,3} = a_{3,2} = K_1 \cos^2 \beta \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, & a_{3,5} &= a_{4,6} = 2K_4 \cos^2 \alpha \cos \frac{i\pi}{2n} \\
a_{1,12} &= -a_{2,12} = a_{3,11} = -a_{4,11} = a_{11,3} = -a_{11,4} = a_{12,1} = -a_{12,2} = K_1 \sin \beta \cos \beta \sin \frac{i\pi}{2n}, \\
a_{3,7} &= a_{4,8} = -a_{7,3} = -a_{8,4} = -a_{9,5} = -a_{10,6} = 2K_4 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n}, \\
a_{3,3} &= a_{4,4} = -2 \left(K_2 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta + K_4 \cos^2 \alpha \right), \\
a_{5,3} &= a_{6,4} = 4 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos^2 \alpha \cos \frac{i\pi}{2n}, \\
a_{5,5} &= a_{6,6} = -4 \left\{ K_3 K_1 \cos^2 \beta + K_4 \cos^2 \alpha (K_3 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) \right\} - \left(K_3 - \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_3 \cdot D_i \\
a_{5,9} &= a_{6,10} = -4 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_4 \cos \alpha \sin \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n}, \\
a_{5,6} &= a_{6,5} = K_1 K_3 \cdot \cos^2 \beta (4 - D_i), & a_{5,13} &= -a_{6,13} = a_{13,5} = -a_{13,6} = 2K_3 K_1 \cos \beta \sin \beta \cdot \sin \frac{i\pi}{2n}, \\
a_{7,7} &= a_{8,8} = 2K_4 \sin^2 \alpha + \frac{K_5}{4} \sin^2 \gamma + 4(1+\eta) H_g/\lambda, & a_{7,8} &= a_{8,7} = -\frac{K_5}{4} \sin^2 \gamma, \\
a_{9,9} &= a_{10,10} = -2K_4 \sin^2 \alpha - 4(1+\eta) H_g/\lambda, & a_{7,9} &= a_{8,10} = -a_{9,7} = -a_{10,8} = a_{9,9} \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, \\
a_{7,11} &= -a_{7,13} = -a_{8,11} = a_{8,13} = -a_{11,7} = a_{11,8} = K_5 \sin \gamma \cos \gamma, & a_{11,13} &= 4K_5 \cos^2 \gamma, \\
a_{11,11} &= -2K_1 \sin^2 \beta - 4K_5 \cos^2 \gamma, & a_{11,12} &= a_{12,11} = 2K_1 \sin^2 \beta \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, & a_{12,12} &= -2K_1 \sin^2 \beta, \\
a_{13,7} &= -a_{13,8} = 2 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \sin \gamma \cdot \cos \gamma, & a_{13,11} &= 8 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \cos^2 \gamma, \\
a_{13,13} &= -K_1 K_3 \sin^2 \beta \cdot D_i - 8 \left(K_3 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right) K_5 \cos^2 \gamma \\
C_1 &= -\tilde{T}_i - T_0 - (-1)^i T_n + \frac{K_1}{2} \cos \beta \cdot \sin \beta \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_2 &= -\tilde{T}'_i - T'_0 - (-1)^i T'_n - \frac{K_1}{2} \cos \beta \cdot \sin \beta \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\}, \\
C_3 &= -\frac{K_1}{2} \cos \beta \sin \beta \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\} \\
&\quad + K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ v_0'' - (-1)^i v_n'' \right\} - \tilde{T}'_{i+\frac{1}{2}}, \\
C_4 &= -\frac{K_1}{2} \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\} \\
&\quad + K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} \left\{ v_0''' - (-1)^i v_n''' \right\} - \tilde{T}'_{i+\frac{1}{2}}, \\
C_5 &= -K_3 K_1 \cos \beta \sin \beta \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \left\{ w_n'' (-1)^i - w_0'' \right\} \\
&\quad - 2(K_3 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) \left\{ \tilde{T}''_i + T''_0 + (-1)^i T''_n + K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha (v_0'' - (-1)^i v_n'') \right\}, \\
C_6 &= K_3 K_1 \cos \beta \cdot \sin \beta \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \left\{ w_n'' (-1)^i - w_0'' \right\} \\
&\quad - 2(K_3 + K_1/2 \cdot \cos^2 \beta) \left\{ \tilde{T}'''_i + T'''_0 + (-1)^i T'''_n + K_4 \sin \alpha \cdot \cos \alpha (v_0''' - (-1)^i v_n''') \right\}, \\
C_7 &= -\tilde{H}_i(g\eta) + \tilde{P}'_i, \quad C_8 = -\tilde{H}_i(g\eta) + \tilde{P}'''_i, \\
C_9 &= -K_4 \sin^2 \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ v_0'' - (-1)^i v_n'' \right\} - 2(1+\eta) H_g \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ v_0'' - (-1)^i v_n'' \right\} / \lambda \\
&\quad + \tilde{H}_{i+\frac{1}{2}}(g\eta) - \tilde{P}'_{i+\frac{1}{2}}, \\
C_{10} &= -K_4 \sin^2 \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ v_0''' - (-1)^i v_n''' \right\} - 2(1+\eta) H_g \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ v_0''' - (-1)^i v_n''' \right\} / \lambda \\
&\quad + \tilde{H}_{i+\frac{1}{2}}(g\eta) - \tilde{P}'_{i+\frac{1}{2}}, \\
C_{11} &= 0, \quad C_{12} = -K_1 \sin^2 \beta \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \left\{ w_0 - (-1)^i w_n \right\}, \\
C_{13} &= K_1 K_3 \sin^2 \beta \sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i w_n'' - w_0'' \right\}
\end{aligned}$$

以上 13 元の連立方程式を n 個求めて、その解について逆変換を施し解が得られる。

今荷重は対称荷重とし、両端単純支持即ち $v_0 = v'_0 = v''_0 = v'''_0 = v_n = v'_n = v''_n = v'''_n$ として上式を書き直すと次の如く元 5 の連立方程式にまとまる。

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 \\ 0 & a_{3,2} & a_{3,3} & 0 & a_{3,5} \\ 0 & a_{4,2} & 0 & a_{4,4} & a_{4,5} \\ 0 & 0 & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{u}_{i+\frac{1}{2}} \\ \tilde{u}'_i \\ \tilde{v}'_i \\ \tilde{v}'_{i+\frac{1}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_4 \\ C_4 \end{pmatrix} \quad \text{ここで} \quad a_{1,1} = -2 \left(K_2 + \frac{K_1}{2} \cos^2 \beta \right),$$

$$a_{1,2} = a_{2,1} = -a_{1,1} \cdot \cos \frac{i\pi}{2n},$$

$$a_{2,2} = a_{1,1} - 2K^4 \cos^2 \alpha,$$

$$a_{2,3} = a_{3,2} = 2K_4 \cos^2 \alpha \cdot \cos \frac{i\pi}{2n}, \quad a_{3,3} = -K_3/2 \cdot (D_i + 4K_4 \cos^2 \alpha / K_3),$$

$$a_{2,4} = -a_{4,2} = -a_{3,5} = -a_{5,3} = 2K_4 \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sin \frac{i\pi}{2n},$$

$$a_{4,4} = -a_{5,5} = 2K_4 \sin^2 \alpha + 4(1+\eta) H_g/\lambda, \quad a_{5,4} = -a_{4,5} = a_{4,4} \cdot \cos \frac{i\pi}{2n},$$

$$C_4 = -\tilde{H}_i(g\eta) + \tilde{P}'_i, \quad C_5 = \tilde{H}_{i+\frac{1}{2}}(g\eta) - \tilde{P}_{i+\frac{1}{2}},$$

e) 閉じた関数表示

上式について電子計算機を用いて直接5元連立方程式を計算し、求めることも出来るが、手計算を容易にするため、式の上で各未知数を求める。

今上式より

$$\tilde{u}_i = \left\{ \frac{1}{2} \cdot \xi_1 \cdot C_4 \cdot \sin \frac{i\pi}{n} + \xi_2 C_5 \cdot (4 - D_i)/4 \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

$$\tilde{u}_{i+\frac{1}{2}} = \left\{ \xi_1 \cdot C_4 \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} + \frac{1}{2} \cdot \xi_2 \cdot C_5 \cdot \sin \frac{i\pi}{n} \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

$$\tilde{u}'_i = \left\{ \frac{1}{8} \cdot \xi_4 \cdot C_4 \cdot \sin \frac{i\pi}{n} + \xi_3 \cdot C_5 \cdot \sin \frac{i\pi}{2n} \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

$$\tilde{v}'_i = \left\{ (-\xi_5 + \xi_6 D_i) C_5 \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} - (-\xi_5 + \xi_8 \cdot D_i) C_4 \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

$$\tilde{v}_{i+\frac{1}{2}} = \left\{ -(-\xi_5 + \xi_6 D_i) C_4 \cdot \cos \frac{i\pi}{2n} + (-\xi_5 + \xi_7 D_i) C_5 \right\} / \left\{ D_i (D_i M_1 + M_2) \right\};$$

ただし $M_1 = a_{1,2} \cdot a_{2,1} \cdot a_{3,3} \cdot a_{4,5} \cdot a_{5,4} / 16.0;$

$$M_2 = a_{1,1} \left\{ a_{4,4} \cdot a_{5,5} (-4a_{3,3} a_{2,3} + a_{3,2} a_{2,3} - a_{3,2} a_{1,1}) + a_{4,2} a_{2,4} (2a_{3,2} a_{5,5} + a_{5,3} a_{3,5}) \right. \\ \left. - a_{4,2} a_{5,5} (4a_{2,4} a_{3,3} - a_{1,1} a_{3,5}) \right\} / 16.0;$$

$$\xi_1 = a_{1,1} (a_{2,4} a_{3,5} a_{5,3} + a_{2,3} a_{5,4} a_{3,5} - 4a_{2,4} a_{3,3} a_{5,5}) / 4.0;$$

$$\xi_2 = a_{1,1} a_{2,4} a_{3,3} a_{4,5}; \quad \xi_4 = a_{1,1} a_{1,1} a_{5,4} a_{3,5};$$

$$\xi_3 = a_{1,1} (a_{2,4} a_{3,5} a_{4,2} + a_{2,4} a_{3,2} a_{4,5} - a_{1,1} a_{4,4} a_{3,5}) / 4.0;$$

$$\xi_5 = a_{1,1} (a_{2,3} a_{4,2} a_{3,5} - 4a_{2,3} a_{3,3} a_{5,5} - a_{2,2} a_{2,2} a_{5,5}) / 4.0;$$

$$\xi_6 = -a_{1,1} a_{1,1} a_{3,3} a_{5,5} / 4.0; \quad \xi_7 = a_{1,1} a_{3,3} (a_{1,1} a_{4,4} - a_{2,4} a_{4,2}) / 4.0;$$

$$\xi_8 = a_{1,1} a_{1,1} (a_{2,5} a_{5,3} / 4.0 - a_{3,3} a_{5,5}) / 4.0;$$

上記の値について逆変換し直接計算によっても求められるが、計算を容易にするため D_i について部分分数に展開し、閉じた関数で表示出来る。

即ち

$$u_r = -\frac{1}{2} P_{c+\frac{1}{2}} \xi_2 \left\{ -G_1(r-0.5, c+0.5) + G_1(r+0.5, c+0.5) \right\} / M_2 - (0.25/M_1 + 1/M_2) \\ \times \left\{ -G_2(r-0.5, c+0.5) + G_2(r+0.5, c+0.5) \right\} + \frac{1}{4} P_c \xi_1 / M_2 \left\{ -G_1(r-1, c) \right.$$

$$\begin{aligned}
& + G_1(r+1, c) + G_2(r-1, c) - G_2(r+1, c) \Big\} - \frac{1}{2} g\eta/M_2 \cdot (\xi_1 - \xi_2) F_1(r) \\
& + \frac{1}{2} g\eta \left\{ \xi_1/M_2 \cdot (\varepsilon/4 + 1) - \xi_2(0.25/M_1 + 1/M_2) \right\} F_2(r); \quad r=0, 1, 2, \dots, n-1, n; \\
u_{r+\frac{1}{2}} = & -\frac{1}{4} P_{c+\frac{1}{2}} \xi_2/M_2 \left\{ -G_1(r-1.5, c+0.5) + G_1(r+0.5, c+0.5) + G_2(r-1.5, c+0.5) \right. \\
& \left. - G_2(r+0.5, c+0.5) \right\} + \frac{1}{2} P_c \xi_1/M_2 \left\{ -G_1(r-1, c) + G_1(r, c) + G_2(r-1, c) - G_2(r, c) \right\} \\
& - g\eta/M_2 \cdot \left[\xi_1/2.0 \left\{ -F_3(r-1) + F_3(r) + 2.0/\varepsilon \cdot F_4(r) \right\} \right. \\
& \left. - \xi_2/4.0 \cdot \left\{ F_1(r-1) + F_1(r) - F_2(r-1) + F_2(r) \right\} \right]; \quad r=0, 1, 2, \dots, n-2, n-1; \\
u_r'' = & -\frac{1}{2} P_{c+\frac{1}{2}} \xi_3/M_2 \cdot \left\{ -G_1(r-0.5, c+0.5) + G_1(r+0.5, c+0.5) + G_2(r-0.5, c+0.5) \right. \\
& \left. - G_2(r+0.5, c+0.5) \right\} + \frac{1}{16} P_c \cdot \xi_4/M_2 \cdot \left\{ -G_1(r-1, c) + G_1(r+1, c) + G_2(r-1, c) \right. \\
& \left. - G_2(r+1, c) \right\} - g\eta/M_2 \cdot \left[(\xi_4/8 - \xi_3/2) F_1(r) + \left\{ -\frac{1}{8} (1 + \varepsilon/4) \xi_4 + \xi_3/2 \right\} F_2(r) \right]; \\
& r=0, 1, 2, \dots, n-1, n; \\
v_r'' = & P_{c+\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{2} \cdot \xi_5/M_2 \cdot \left\{ G_1(r, c) + G_1(r, c+1) \right\} - \frac{1}{2} (\xi_6/M_1 + \xi_5/M_2) \left\{ G_2(r, c) + G_2(r, c+1) \right\} \right] \\
& + P_c \left[\xi_5/M_2 \cdot G_1(r, c) - (\xi_6/M_1 + \xi_5/M_2) \cdot G_2(r, c) \right] - g\eta \left[2\xi_5/M_2 \cdot F_3(r) - \left\{ (\xi_6 + \xi_8)/M_1 \right. \right. \\
& \left. \left. + 2\xi_5/M_2 \right\} / \varepsilon \cdot \left\{ 1.0 - F_5(r) \right\} \right]; \quad r=1, 2, 3, \dots, n-2, n-1; \\
v_{r+\frac{1}{2}} = & P_{c+\frac{1}{2}} \left[\xi_5/M_c \cdot G_1(r-0.5, c+0.5) - (\xi_7/M_1 + \xi_5/M_2) \cdot G_2(r-0.5, c+0.5) \right] \\
& + \frac{1}{2} P_r \left[\xi_5/M_2 \cdot \left\{ G_1(r-1, c) + G_1(r, c) \right\} - (\xi_6/M_1 + \xi_5/M_2) \left\{ G_2(r-1, c) + G_2(r, c) \right\} \right] \\
& - g\eta/M_2 \cdot \xi_5 \left\{ F_3(r-1) + F_3(r) \times 3.0 - F_1(r) \right\} \frac{1}{2} + g\eta \left[(\xi_6/M_1 + \xi_5/M_2) / \varepsilon \cdot \left\{ 1.0 - F_6(r) \right\} \right. \\
& \left. + (\xi_7/M_1 + \xi_5/M_2) \left\{ 1.0/\varepsilon \cdot (1.0 - F_5(r)) - \frac{1}{2} F_2(r) \right\} \right]; \quad r=0, 1, 2, \dots, n-2, n-1;
\end{aligned}$$

ただし $\varepsilon = M_2/M_1$; $2 \cosh \theta = 2 + \varepsilon$;

$$G_1(r, c) = \begin{cases} r(n-c)/n & r \leq c \\ c(n-r)/n & r \geq c \end{cases}$$

$$G_2(r, c) = \begin{cases} \sinh \theta(n-c) \cdot \sinh \theta \cdot r / \sinh n\theta & r \leq c \\ \sinh \theta \cdot c \cdot \sinh \theta(n-r) / \sinh n\theta & r \geq c \end{cases}$$

$$F_1(r) = - \left[2nr - n_2 + (-1)^r \left\{ 1 - (-1)^n \right\} / 2 \right] / 2n;$$

$$F_2(r) = -2 \sinh(n\theta/2) \cdot \sinh \theta(r-0.5n) / (\sinh \theta \cdot \sinh n\theta) - (-1)^r \left\{ 1 - (-1)^n \right\} / \left\{ n(\varepsilon+4) \right\};$$

$$F_3(r) = r(n-r)/2; \quad F_4(r) = 2 \sinh(\theta/2) \cdot \sinh(n\theta/2) \cdot \sinh \theta(r-0.5n-0.5)/\sinh(n\theta);$$

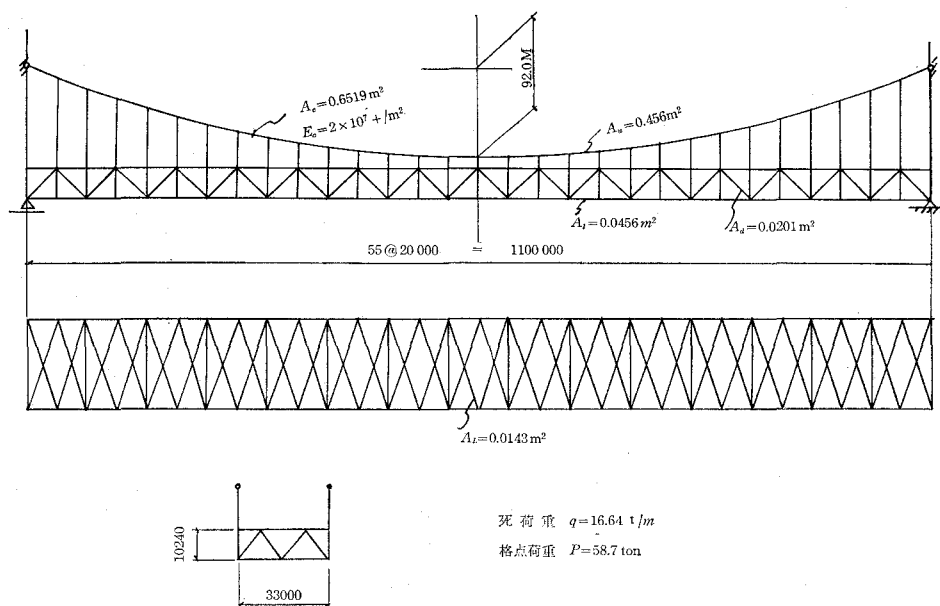
$$F_5(r) = 2 \sinh(n\theta/2) \cdot \cosh \theta(r-0.5n)/\sinh(n\theta);$$

$$F_6(r) = 2 \cosh(\theta/2) \cdot \sinh(n\theta/2) \cdot \cosh \theta(r-0.5-0.5n)/\sinh n\theta;$$

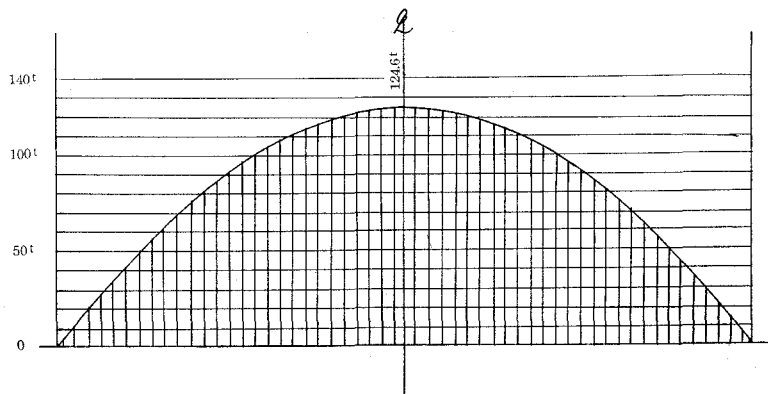
又活荷重張力は、鉛直変位の和分により与えられる。

$$H \cdot L_s / E_c A_c - \frac{1}{r} \cdot \sum_0^n v \cdot \lambda / 2 = 0; \quad \frac{1}{r} = 8f/L_2; \quad f: \text{サグ};$$

$$L_s = \int_0^L \sec^3 \varphi dx \doteq L(1 + 8f^2/L^2); \quad A_c: \text{ロープ断面積};$$



図—4



図—5 ロープ水平張力 H

以上によって両端単純支持かつ対称荷重状態での吊橋の解が求まったことになるが連続吊橋の場合は境界(支点)において, $u_0, u'_0, u''_0, u'''_0, u_n, u'_n, u''_n, u'''_n, w_0, w'_0, w_n, w'_n$ に関するつりあい式を求め, 又逆対称荷重の場合には, 軸直角方向水平変位を含めた8元の連立方程式を解くことに帰する。

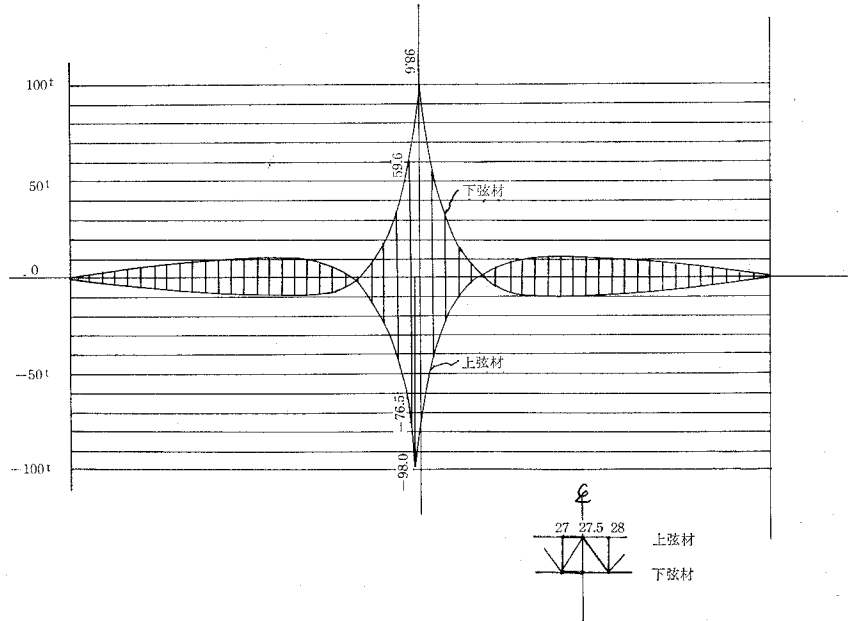


図-6 軸力影響線

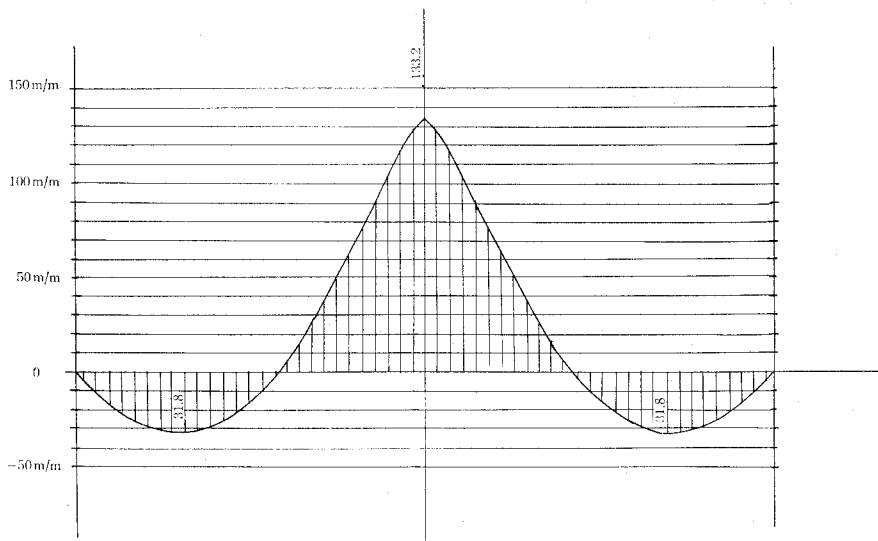


図-7 鉛直変位影響線 注目点 $n=27.5$

4. 計 算 例

図-4に示す各部材諸元によった計算結果は以下(図-5~図-7)となった。

5. む す び

横構面積 $A_L=0$ の場合についても計算した結果と比べ、作用力、鉛直変位ともに1%程度の増加となった。これは隔間長に比し幅員が広く、弦材と横構との角度 β を大きく取ったことにより、横構の弦材に対する効果が小さくなったと考えられる。

尚実施計算の一部は室蘭工業大学 *FACOM-231-ALGOL* によった。

又計算例は本州四国連絡橋 *L-1100* のデーターを用いた。(昭和48年5月21日受理)

文 献

- 1) S. G. Nomachi: "On Finite Fourier Sine Series with Respect to Finite Difference", the Memoirs of the Muroran Ins. Tech., Vol. 5, No. 1, pp. 187-202, July, 1965.
- 2) S. G. Nomachi: "A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration", the Memoirs of the Muroran Ins. Tech., Vol. 5, No. 2, pp. 205-212, Augst, 1966.
- 3) S. G. Nomachi, K. G. Matsuoka: "Application of Finite Fourier Integration Transforms for Structural Mechanics", Proceedings of the Twen tieth Japan National Congress for Applied Mechanics, pp 117-123, 1970.
- 4) S. G. Nomachi, K. G. Matsuoka: "Some Formuras Derived from Finite Integration", the Memoirs of the Muroran Ins. Tech., Vol. 7, No. 3, pp. 225-228, September, 1972.
- 5) T. Fukuda: "ANALYSIS OF LONGITUDINALLY LOADED SUSPENSION BRIDGES", oJurnal of the STRUCTURAL DIVISION, April, 1968.
- 6) 平井 敦・他著: 鋼橋 (III), 技報堂, pp. 382, 1967.

教官学術研究発表集録

(昭 47. 4. 1~48. 3. 31)

機 械 系 (機械工学科, 産業機械工学科, 二部機械工学科)

齊 建 一 星 野 悟 内 藤 正 鄰	ねじ結合体のゆるみに及ぼす摩擦特性の影響	日本機械学会 第50期全国大会	47. 8. 29
台 丸 政 志 内 藤 正 鄰	熱衝撃を受ける半無限体の過渡的挙動の解析	日本機械学会 論文集39巻318号	48. 2. 1
内 藤 正 鄰 浜 田 恒 平 三 橋 秀 信	板および箱の座屈実験	第2回日本機械学会 学生卒研究発表会	48. 3. 11
内 藤 正 鄰 浜 田 恒 平 三 橋 秀 信	トラスの応力解析	第2回日本機械学会 学生卒研究発表会	48. 3. 11
松 本 昭 彦 内 藤 恒 平 内 藤 正 鄰	人造黒鉛の機械的性質と空隙率効率	第2回日本機械学会 学生卒研究発表会	48. 3. 11
奥 田 教 海 一 場 久 美 堅 田 豊	直線翼列内の流れとその流線追跡について	日本機械学会 第50 期全国大会講演論文 集, No. 720-15	47. 8. 29
林 重 信 沢 則 弘	排油燃焼器の性能に関する実験 (II)	日本機械学会 第50 期全国大会講演会	47. 8. 29
沢 則 弘 林 重 信	小型二サイクル機関の機関ブレーキに関する研究	日本機械学会 日立 地方講演論文集	47.10. 6
齊 建 一 星 野 悟 内 藤 正 鄰	ねじ結合体のゆるみに及ぼす摩擦特性の影響	日本機械学会 講演 論文集, No. 720-16	47. 8. 29
星 野 悟 齊 当 建 一 西 村 新 一 占 田 一 仁	ねじのゆるみに関する実験 —被締付材にゆるめトルクを与えた場合—	日本機械学会 北海 道学生会第2回卒業 研究発表会	48. 3. 11
星 野 悟 德 田 光 雄 寺 井 繁 樹	高速鉄道車輛の走行安定性 —台車蛇行動について—	日本機械学会 北海 道学生会第2回卒業 研究発表会	48. 3. 11
星 野 悟 山 崎 友 明 藤 原 裕 一	高速度歯車形削盤の動特性	日本機械学会 北海 道学生会第2回卒業 研究発表会	48. 3. 11
齊 藤 図 岸 浪 紘 機 戸 倉 郁 夫	急激な加熱を受ける乾燥多孔物質内圧力	日本機械学会 第50 期全国大会講演論文 集, No. 720-13	47. 8. 28
岸 浪 紘 機 戸 倉 郁 夫	静止水中に横置した氷柱囲りの自然対流熱伝達の 研究—Levy 解の適用とその応用	日本機械学会 第50 期全国大会講演論文 集, No. 720-13	47. 8. 29
齊 藤 図 岸 浪 紘 機 戸 倉 郁 夫 江 小 野 正 康	吹き出しを伴う傾斜平板の自由対流熱伝達に関する 研究	日本機械学会 北海 道学生会第2回卒業 研究発表会前刷集	48. 3. 11

岸 浪 紘 機 齊 藤 園 戸 倉 郁 夫	静止水中に横置した氷柱周りの自然対流熱伝達率	日本伝熱研究会 北海道グループ研究会	47. 10. 7
花 岡 裕 萩 嘉 宣	形状の異なるノズルからの飽和水噴射特性について	第9回日本伝熱シンポジウム講演論文集	47. 5. 26
花 岡 裕	ノズルからの高温水噴射特性	伝熱研究 Vol. 11, No. 42	47. 7.
花 岡 裕	熱交換器を介して伝達される熱エネルギー源の評価	第7回空気調和衛生工学会道支部 学術講演論文集	48. 1. 27
花 岡 裕 伸 藤 本 正 康 敏	排水時の渦形成に関する実験的研究	第2回機械学会 北海道学生会卒業研究発表会	48. 3. 11
花 岡 裕 治 花 田 道 信 英	高温水の拡大ノズルによる膨張	第2回機械学会 道学生会卒業研究発表会	48. 3. 11
山 岸 英 明 花 岡 裕	核沸騰のデジタル・シュミレーション	伝熱研究 Vol. 11, No. 44	48. 1.
菊 地 千 之 黒 河 合 一 雄	Al-Zn 共析合金の被削性について	精機学会 春季大会 前刷	47. 4. 7
菊 地 千 之	電解加工の基礎的研究	日本機械学会 第50期全国大会講演論文集, No. 720-12	47. 8. 28
前 川 広 信 三 沢 之 宇 菊 地 内 弘 久 男	有限要素法による定常塑性変形問題の解析	日本機械学会 北海道学生会第2回卒論発表会前刷	48. 3. 11
西 井 信 次 郎 菊 地 内 弘 久 男	NC 工作機械の動作に関する研究	日本機械学会 北海道学生会第2回卒論発表会前刷	48. 3. 11
広 瀬 孝 義 吉 田 幸 家 菊 地 内 弘 久 男	スナッピング研削の研究	日本機械学会 北海道学生会第2回卒論発表会前刷	48. 3. 11
安 岡 秀 憲 山 村 秀 美 菊 地 内 弘 久 男	BCC 金属単結晶の切削機構に関する物性論的研究	日本機械学会 北海道学生会第2回卒論発表会前刷	48. 3. 11
柳 忠 夫 田 雅 一 山 秀 美 菊 地 内 弘 久 男	BCC 金属単結晶の核生成に関する研究	日本機械学会 北海道学生会第2回卒論発表会前刷	48. 3. 11
横 内 弘 宇 中 島 明 一	有限要素法による切削機構の解析 (第一報) 一刃先部処理に関する一試案一	精機学会 春季大会 講演前刷	47. 4. 4
横 内 弘 宇 大 谷 史	工具切屑熱電対温度測定法の検討	精機学会 春季大会 講演前刷	47. 4. 4
横 内 弘 宇 中 島 明 一 広 前 菊 地 千 之	有限要素法による切削機構の解析 (第二報) 一定常塑性変形問題のデータ処理について一	精機学会 北海道支部講演前刷	47. 10. 15

横黒永菊	内河井地	弘久雅千	宇男大之	NC 工作機械のテーブルの動作について	精機学会 北海道支部講演会前刷	47. 10. 15
谷水椶菅	口野原	忠克	允治清俊	円管内での金属凝固層形成速度 (第2報: 凝固初期伝熱速度および凝固層温度分布)	鶴岡工業高専研究紀要 第6号	47. 6.
谷水椶新	口野田	忠重	允治清幸	円管内での金属凝固層形成速度 (第1報)	化学系学協会連合東北地方大会講演予稿集	47. 10.
水媚吉	野山田	忠政	治良豊	熱機関と冷凍機, ヒートポンプの組合わせによる冷暖房一動力併給サイクルの解析	日本機械学会・精機学会東北支部仙台地方講演会講演論文集 No. 721-2	47. 11.
水吉富高	野田樫城	忠謙	治豊一修	冷媒の水平円管内における熱伝達率について	日本機械学会 北海道学生会第2回卒業研究発表会前刷集	48. 3.
水岡	野本	忠治	治勲	気体圧縮機の吸気, 中間冷却の理論的考察	日本機械学会 北海道学生会第2回卒業研究発表会前刷集	48. 3.
田藤小	下中門	和雄純	男三一	鋼索の劣化の進行とその判定について	日本鋳業会 春季大会	48. 3. 29
田藤小	下中門	和雄純	男三一	幌内立坑の巻索について	日本鋳業会 春季大会	48. 3. 29
村塚垣高	山原内橋	正実昭大	純	ディーゼル機関における NO_x 低減に関する研究 —燃焼の静粛化による NO_x の低減—	自動車技術会 春季学術講演会前刷 No. 721	47. 5. 23
村塚小野寺	山原克	正実巳	巳	ディーゼル機関における NO_x 低減に関する研究 —軽質燃料の使用による NO_x の低減—	日本機械学会 第818回講演会講演論文集 No. 720-8	47. 5. 26
村塚小野寺	山原克	正実巳	巳	ディーゼル機関における NO_x 低減に関する研究 —吸気管噴射による NO_x の低減—	日本機械学会 第818回講演会講演論文集 No. 720-8	47. 5. 26
村塚小野寺	山原克	正実巳	巳	ディーゼル機関における NO_x 低減に関する研究 —軽質燃料の使用による NO_x の低減 (続報)—	日本機械学会 第50期全国大会講演論文集 No. 720-14	47. 8. 29
吉曾塚吉	川根原田	克俊	巳和実豊	定積燃焼における排気ガスの研究	日本機械学会 北海道学生会第2回卒業研究発表会前刷	48. 3. 11

数 物 系 (一般教育数学, 物理)

Kazuo Iwata	Totally ordered linear space structures and separation theorem.	Hokkaido Math. Jour. (Sapporo), Vol. I, No. 2(1972), 211-217	
相田松内	人造黒鉛の機械的性質と空隙率効果	日本機械学会 北海道学生会第2回卒業研究発表会	48. 3. 11

山 村 秀 美 菊 地 千 之	bcc, fcc 金属単結晶における切削現象について	精機学会 春期大会	47. 4. 6
安 岡 秀 憲 山 村 秀 美 菊 地 千 之	bcc 金属単結晶の切削機構に関する物性論的研究	機械学会 北海道学 生会第2回卒業研究 発表会	48. 3. 11
柳 付 夫 田 村 一 山 菊 千 美 横 地 之 宇	bcc 金属単結晶の核生成に関する研究	機械学会 北海道学 生会第2回卒業研究 発表会	48. 3. 11

金属工学科

小 松 政 美 桑 野 保 弘	アルミニウムの内耗における合金元素の作用	日本金属学会・日本 鉄鋼協会北海道支部 講演大会	47. 5. 31
桑 野 保 弘	Fe-27% Cr 合金の 475°C 硬化過程におよぼす窒素 および加工の影響	日本金属学会 秋期 大会 (第71回)	47. 10. 20
井 川 克 也 田 中 坪 幸 一 細 藤 孝 徳	球状黒鉛鑄鉄の衝撃試験 —第3報— 主としてフェライト化熱処理法の影響について	日本鑄物協会 鑄鉄 部会	47. 4. 26
井 川 克 也 坂 本 光 正 及 博 樹	球状黒鉛鑄鉄のアーク溶接における顕微鏡組織の変 化	日本鑄物協会 第81 回講演大会	47. 5. 17
井 川 克 也 田 中 坪 幸 一 山 玉 下 真 良	アルミニウム合金の凝固組織について	日本鑄物協会 北海 道支部大会	47. 6. 23
井 川 克 也 田 中 雄 一	球状黒鉛鑄鉄の衝撃性質について	日本鑄物協会 第82 回講演大会	47. 10. 7
井 川 克 也 田 中 雄 一	球状黒鉛鑄鉄の変態超塑性について	日本鑄物協会 鑄鉄 部会	47. 10. 31
田 中 雄 一 藤 原 仁 也 井 川 克 也	片面溶接における終端割れに関する研究	日本金属学会 北海 道支部大会	47. 5. 31
杉 本 悟 井 川 克 也 田 中 雄 一	Al-Zn 共析合金の超塑性	日本金属学会 北海 道支部大会	47. 11. 16
田 中 雄 一 井 川 克 也	球状黒鉛鑄鉄の変態超塑性	日本金属学会誌 37 (1973) 321-326	
菅 原 英 夫 確 井 政 美	次亜磷酸塩による無電解 Cu-Ni 合金メッキ	日本金属学会	47. 4. 5
菅 原 英 夫 岩 淵 義 孝	13 Cr 鋼の粒界腐食におよぼす熱処理の影響	日本金属学会 北海 道支部	47. 6. 1
菅 原 英 夫 水 戸 正 治	475°C 脆化 Fe-Cr 合金および Fe-Cr coupling 電 極の電気化学的挙動	北海道腐食防食研究 会	48. 2. 17
T. Misawa K. Hashimoto W. Suetaka S. Shimodaira	The Mechanism of Formation of Iron Oxide and Oxyhydroxides in Aqueous Solutions	5th International Congress on Metallic Corrosion	47. 5.

K. Hashimoto T. Misawa	The Solubility of γ -FeOOH in Perchloric Acid at 25°C	Corrosion Science 13, 229 (1973)	48. 3.
片山 博彦 田中 章彦	クロマイトの炭素還元過程	日本鉄鋼協会 日本 金属学会両北海道支 部合同講演会	47. 6. 1
片山 博彦 田中 章彦	蛇紋岩の硫酸焙焼について	日本鉱業会 北海道 支部第3回冶金研究 会資料 p. 115-126	47. 11.
太刀川 哲平 青木 和重	可鍛鉄の熔融亜鉛めっき	日本金属学会 昭和47年秋期大会	47. 10. 19

電 気 系 (電気工学科, 電子工学科, 二部電気工学科)

松田 敏彦	直流機整流作用の状態変数解析 [I]	電気四学会 北海道支部連合大会	47. 10. 3
松田 敏彦 曾川 洋一	直流機整流作用の状態変数解析 [II]	電気四学会 北海道支部連合大会	47. 10. 3
近藤 修則 図所 忠則	固定子動力帰還形駆動系の線形動特性	電気学会論文誌 92-B, 497-506 (1972)	47. 9.
伊達 隆三 山崎 義弘 図所 忠一	無段変速同期電動機の抵抗速度制御法について	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	47. 10. 3
藤山 義弘 伊達 隆三 近藤 修則	誘導機の出力円線図理論とその実験研究報告	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	47. 10. 3
山崎 義弘 藤田 達隆 伊達 隆三 近藤 修則	誘導機のすべり線表示法	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	47. 10. 3
藤田 義弘 図所 忠則	誘導電動機の負荷角	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	47. 10. 3
図所 忠則	大学と高専における工業教育	北海道工業教育協会 第20回工業教育研究 集会報告	48. 2.
永井 一嘉 比留間 常吉 (電総研)	直流汚損せん絡特性 (不溶性物質の影響)	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	47. 10.
大窪 協			
本間 皓治 野崎 久司 大窪 協	直流電圧によるがいし暴露試験結果 (2)	電気学会 全国大会 講演論文集	47. 4.
永井 一嘉 (電総研)			
本間 皓治 野崎 久司 大窪 協	直流電圧によるがいし暴露試験結果 (3)	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	47. 10.
永井 一嘉 (電総研)			
近藤 修	無段変速同期機の非線形安定性と一応用	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	47. 10. 3

桑原敏彦 中服部好隆 中尾好隆	水中放電に於ける破壊前の気泡について	電気四学会 北海道 支部連合大会	47. 10. 3
沢田貞夫 金子良三 坂本三郎 (北大工学部)	高速度流しカメラによる水中火花放電の観測	電気四学会 北海道 支部連合大会	47. 10. 3
中尾好隆 坂本三郎 (北大工学部)	水中過渡アーク放電の振動について (高速度流しカメラによる観測)	電気加工学会 第30 回放電成形委員会	47. 10. 27
熊谷幸雄	オートノーマスなオートマトンの自己同型群と状態 分割	電気四学会 北海道 支部連合大会	47. 10. 3
杉岡一郎	安定判別法を利用した特性根の計算方法	電気四学会 北海道 支部連合大会講演会	47. 10.
山田攻一 野口正充 大泉一郎 大竹信行 南条二滋 野村一 原進	MR (m, n)文法とその構文解析	電子通信学会 論文 誌Vol. 55-D No. 4	47. 4.
佐々木光二 沢南幸二 野村一 原進	Si 陽極酸化膜の赤外線吸収スペクトル特性	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	47. 10. 3
上田勇治	黄鉄鉱の電気的性質について —単結晶領域の分離と抵抗率—	電気四学会 北海道 支部連合大会講演論 文集	47. 10. 3
	ニッケル電着薄膜の結晶構造	応用物理学会 秋季 全国大会	47. 10.

化 学 系 (工業化学科, 化学工学科, 一般教育化学)

金塚高次	測定誤差がある場合の管理図の特性 — \bar{x} -R 管理図用検出力計算図表—	日本品質管理学会 研究発表会	47. 6. 17
金塚高次	測定誤差がある場合の \bar{x} -R 管理図用検出力計算図 表	日本品質管理学会誌 「品質」2, 80 (1972)	47. 8.
金塚高次	\bar{x} 管理図の経済的設計法の一考察	日本品質管理学会 昭和47年度年次大会	47. 11. 20
菖蒲明己 沼辺博次 金加納高久 雄	エチレン酸化反応の定常状態 (2)	日本化学会 第26春 季年会	47. 4. 1
菖蒲明己 原納一郎 井加納也雄	銀触媒上のエチレンオキシドの酸化反応とエチレン酸 化反応に対する被毒作用	日本化学会 第9回 化学関連支部合同九 州大会	47. 7. 15
菖蒲明己 波谷昭三 金加納三次 雄	エチレン酸化反応条件と表面残留物量の関係	日本化学会 第27秋 季年会・化学関係協 会連合研究発表会合 同大会 (触媒化学— 特別討論会) 同予稿 集, 377 (1972)	47. 10. 11
菖蒲明己 沼辺博次 原納一郎 井加納也雄	銀触媒上のエチレン酸化反応機構について	触媒学会 (第31回触 媒討論会) 触媒, 14, 201 p. (1972)	47. 10. 14

エチレン酸化反応時の表面残留物の生成要因を酸化脱離法を用いて検討し、エチレン酸化反応、酸化エチレンの酸化反応も併せて行なった。表面残留物の生成は酸化エチレン分圧に一次で、不可逆吸着酸素量との間に直線関係が成立した。 ^{18}O 濃縮酸素を用いた実験より表面残留物はグライコール型含酸素化合物であることがわかった。

更にエチレン酸化反応の選択率の変動要因が被毒にあること、酸化エチレンによる被毒は酸素吸着活性座上で起ること、酸素分圧とエチレン分圧比の小さい程選択率が減少すること等からエチレン酸化反応の over all の反応機構を考察した。

菅 蒲 明 已 銀触媒によるエチレン酸化反応における反応生成物 日本化学会誌
加 納 久 雄 の被毒効果 1972, p.1819-1823

Deactivation Effects on the Silver Catalyst by Products of Oxidation of Ethylene
Akimi Ayame and Hisao Kano
Nippon Kagaku Kaishi, 1972, p.1819-1823

The effects of $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$, H_2O and CO_2 on the catalytic activity of silver promoted by potassium sulfate for the oxidation of ethylene were studied in the flow system at 250°C .

$\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$ deactivated the catalyst from its original active states to lower active state. H_2O and CO_2 retarded the deactivation by $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$. The retardation effect of H_2O was larger than that of CO_2 .

From these results and the effects of high temperature treatments of the catalyst, it was suggested that the stationary catalytic activity of silver under the reaction conditions might be given by the competition between the promotion of deactivation by $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$ and the retardation of deactivation by H_2O and CO_2 where $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$, H_2O and CO_2 were the reaction products.

竹 野 昇 置換フルベン類の還元ポーラログラフに関する分子 日本化学会誌
高 野 信 弘 軌道法的研究 (1972) 983
森 田 睦 夫

Molecular Orbital Study on the Polarographic Reduction of
Substituted Fulvenes

Noboru Takeno, Nobuhiro Takano and Mutsuo Morita
Nippon Kagaku Kaishi (1978) 983

The halfwave potentials of 6-phenylfulvene, 6-methyl-6-phenylfulvene, 1-benzylideneindene, 9-benzylidenefluorene, and their derivatives with *p*-methyl, *p*-methoxy, and *p*-N, N-dimethylamino substituents on the phenyl group were studied in relation to the lowest vacant molecular orbital energies which were calculated on the basis of the LCAO-MO methods. The parameters of coulomb and resonance integrals for hetero atoms which were proposed by Streitwieser and Zweig were adopted.

The linear relationship between the halfwave potentials and the lowest vacant molecular orbital energies by HMO method gave the correlation coefficient of 0.959. Furthermore, the results using 0.9β and 1.1β as resonance integrals for essential single bonds and essential double bonds, respectively, in HMO calculations gave better linear relationship with correlation coefficient of 0.992

小 松 藤 男 高分子材料の極性と非極性同志のブレンド化による 第21回高分子学会
伊 藤 潤 廃棄物再生利用 (II) ポリプロピレンと12-ナイロンとの変性ポリプ 年次大会 47. 5. 24
ロビレンによるブレンド物のねじれ振動試験

小松 藤 男	プラスチックのブレンド化による公害防止, 再生利用に関する研究	昭和46年度 北海道 科研費による一般研 究報告第14集 (北海道開発調整部)	48. 3. 31
小松 藤 男	非相溶性高分子材料のブレンド化による公害防止に 関する研究	昭和46—47年度実吉 英学会研究助成金に よる研究	47. 10. 30
室住 正世 中村 精次	カリウムの同位体希釈質量分析	分析化学 Vol. 22 145(1973)	
Masayo Murozumi Hiromu Shimizu	Chemical Constituents in the Surface Snow Cover in the Mizuho Plateau West Enderby Land Area, East Antarctica.	Japanese Antarctic Research Expedition, Data Reports. No. 17, (Glaciology) 132, (1972)	
室住 正世 中村 精次 新清水 弘	両極氷雪中の降塵量	地球化学討論会	47. 9. 11
室住 正世	鉛の同位体希釈表面電離質量分析法 —都市空気中鉛の測定例—	分析機器 Vol. 10 791(1972)	
M. Murozumi, T. Torii, K. Fujiwara	Sodium, Potassium and Magnesium Concentration in Polar Snows.	Reports of the Japanese Traverse, Syowa-South Pole (1968-1969). JARE, Special Issue No. 2 113	
柳 井 弘	水質汚濁防除に対する吸着技術の応用	用水と廃水 14, 7, 909 (1972)	
柳 井 弘	木炭質イオン交換体とその応用	触媒 14, 5, 153 (1972)	
柳 井 弘	堆積物の飛散機構とその防除に関する研究	新日鉄委託研究報告 2 AIL01 35 頁	47. 11. 13

野積原燃料の発じん防止対策をたてるため、風侵食の理論およびメカニズムを基礎として防じんカバー、堆積山形の整備、および水による防止作用次いで各種処理剤の特性とその防じん効果について総括的に述べた。これらの発じん防止法を工業的に実用する場合、最も効果的な処理剤および凍結防止剤を選定する必要があるため、実験室、中規模および実山試験を対象とした性能比較試験法についてもふれた。

寒冷地における野積原燃料に対する防じん対策の実際として原料、気象、作業性を勘案して総合的立場から合理的であると考えられる乾湿併用の発じん防止プロセスを述べるとともに、現場の実情に適合した標準作業法を制定する必要性をあげた。

柳 井 弘	廃材の化学的利用に関する研究 (第5報) —木炭質イオン交換体の乾燥剤としての応用—	木材工業 28, 2, 58 (1973)	
-------	---	--------------------------	--

循環流通式固定層吸着装置により脱水乾燥剤として、硫酸処理温度およびイオン型の異なる木炭質イオン交換体を用い、含水ベンゼンの脱水試験を行ない、シリカゲル、アルミナの脱水乾燥性能と比較検討し次のような結果を得た。

(1) スルホン基型陽イオン交換樹脂による脱水乾燥の場合と異なりイオン型の影響は顕著でない。これは木炭質イオン交換体が多官能性があることが1つの原因と考えられる。

(2) 硫酸処理温度が上昇するに従って脱水乾燥性能が向上し、処理温度 200°C 以上ではシリカ、アルミナよりすぐれた性能となる。水分吸着量は総交換容量にほぼ比例し、官能基のうち、スルホン基が重要な役割を演じている。

野々川 和男 斎藤 幸明 高橋 洋志 柳 井 弘	炭素質イオン交換体による亜硫酸ガスの酸化吸着速度	日化 北海道支部講演要旨集 (1973 冬)	
渡辺 治夫 小幡 英二	スラリー回分沈降の圧縮脱水曲線の解析	粉体工学研究会 第8回夏季シンポジウム	47. 7. 13
渡辺 治夫 小幡 英二	スラリー沈降速度にたいする温度の影響	粉体工学研究会 第8回夏季シンポジウム	47. 7. 13
渡辺 治夫 小幡 英二	スラリー沈降の空間率関数	日本化学会 北海道支部夏季研究発表会	47. 8. 25
渡辺 治夫	海洋流出油の処理と粉体	粉体と工業 4, 8	47. 8.
渡辺 治夫	表面エネルギーと粉砕	粉体と工業 4, 10	47. 10.
渡辺 治夫	界面動電現象	粉体工学研究会誌 10, 1	48. 2.
向井田 健一	シリカアルミナ触媒の摩砕による酸性変化	日本化学会 第26春季年会	47. 4. 1
佐藤 修一 杉田 治八郎	球状物充填層での中和反応を伴う固液抽出	化学工学 37, 1 64—69	48. 1.
安藤 公正 手塚 俊昭	横型攪拌槽のガス吸収速度 —槽長の影響—	化学工学協会 第37年会	47. 4. 3
安藤 公正 遠藤 公二夫	邪魔板付横型攪拌槽の所要動力	化学工学, 36, 1151 (1972)	47. 10.
安藤 公二夫 田保 英一 遠藤 明夫	Effect of Baffle Plate on Absorption Rate of Gas in Batch Horizontal Stirred Vessel.	Journal of Chemical Engineering of Japan, 5, 193 (1972)	47. 12.
Takashi Shimizu Hiroshi Hara	Oxidation of CO on La_2O_3 -Doped BaTiO_3	The Journal of the American Ceramic Society 55, 533, Oct.	1972
喜多 英明 富士川 計吉 宮原 孝四郎	金属電極上のエチレン電解還元 —白金電極の開回路状態におけるエチレンの水素添加—	日本化学会 第26春季年会	47. 4. 1
富士川 計吉	Ni によるエチレン・プロピレン水素化反応中の吸着	日化会 道支部 76 夏季研究発表会	47. 8. 25
富士川 計吉 喜多 英明 佐藤 真理子 片山 明子 宮原 孝四郎	白金電極上におけるエチレンの水素による還元	触媒学会 第32回触媒討論会	48. 3. 30
K. Fujikawa H. Kita K. Miyahara	Hydrogenation of Ethylene on Metal Electrodes Part 1—Reduction of Ethylene with Hydrogen at a Platinum Electrode on Open Circuit	J. Chem. Soc. Faraday Trans. I, 1973, 69, 481-499	48. 2.

開発工学科

前野 良久 香川 義郎 郷 浩 視	Breaker の打撃行程に関する基礎的研究	開発技報, 15	48. 3. 5
-------------------------	------------------------	----------	----------

前野良久 香川義郎 高橋英俊	打撃式さく岩機の打撃効果 (2)	開発技報, 15	48. 3. 5
大徳和明 田昭八 田豊	単軸衝撃荷重下での砕製物について —シングルトッグルジョウクラッシャの破碎機構 に関する基礎的研究 (第5報)—	開発技報, 15	48. 3.
沢田義夫 朝日秀節 鈴木夫	圧密試験における2,3の圧密特性と砂分の影響	日本鉱業会 北海道 支部研究発表会	47. 6. 22
沢田義夫 朝日秀雅 中田夫	人工砂層における垂直応力分布について —剛性ブロックの影響—	日本鉱業会 北海道 支部室蘭工大開発技 術研究会共催研究発 表会	47. 8. 31
沢田義夫 朝日秀良 藤田一	剛性盤上の砂層内の垂直応力分布について	日本鉱業会 北海道 支部室蘭工大開発技 術研究会共催研究発 表会	47. 8. 31
Yoshio Sawada	The Subsurface Geological Structure of the Alluvial Plain of Muroran, Hokkaido	Tohoku Univ., Sci. Rep., 2nd ser. (Geol.) Special Vol., No. 6	48. 2. 25

Abstract

The general features of the Quaternary sediments and the post-Tertiary valleys buried in the Alluvial plain of Muroran based upon the data from the 94 bore holes, standard sounding tests and geoelectrical observations are summarized below.

1. The Quaternary sediments in the present area can be classified into six units: a-I, a-II, b, c, d-I and d-II, from the younger to the older.
2. a-I unit (Alluvium) consists of soil, clay, silt, fine and medium grained sand and peat which comprises the major part of this unit. The unit is 2-4 meters in thickness. The peat bed is 0.5-4 meters thick and occupies the larger part of the area.
3. a-II unit is the Alluvial river deposits and consists mainly of round or subround boulders and pebbles of andesite, 2-4 meters in thickness, and is distributed along the Washibetsu and Chiribetsu-rivers.
4. b unit, the major part of the Quaternary sediments in this area (Dilluvium?) consists mainly of pumiceous, fine and medium grained sand intercalated with silt layers containing semicarbonaceous matters and indeterminable shell fragments. The age of this unit may be Dilluvium judged from the subsurface stratigraphical features and the N value of the standard sounding test which exceeds 15. The maximum thickness exceeds 24.5 meters in the southern part of the present area, where, the lower limit was not confirmed at the depth of 30 meters from the ground surface.
5. c unit (Dilluvium?) consists mainly of clay and silt. It overlies the basement Tertiary formations with unconformity, and is conformable with b unit. The average thickness is 3-8 meters but attains 10.3 meters in maximum.
6. d-I and d-II units are the weathered part of the Dilluvial Washibetsu-dake agglomerate. The former unit consists mainly of pumiceous silt and the latter mainly of volcanic breccia. In the present area, these units, totaling 4-8 meters in average thickness are distributed in the northern hilly area.

7. One of the notable features of the subsurface relief of the upper bedding plane of the basement Tertiary in the present area is the Y shaped buried valley, the main branch of which extends in NE-SW direction along the Itanki-hama coastal line and opens to the Pacific Ocean. The height of the valley bottom is 20 meters below sea-level, and its depth from the ground surface exceeds 25 meters. Another feature is the subsurface flat plain situated between the two branches of Y shaped buried valley, here, the base of the valley is 0-10 meters in height, and its depth from the ground surface is 3-10 meters.

The pre-peat bed subsurface relief is much different from that of the basement Tertiary. The outstanding feature of this subsurface relief is the buried narrow ridge in the eastern part of this area extending in nearly N-S direction and the soft sediments (a-I unit) are less than one meter in thickness and distributed without the development of the peat-bed. Another feature is the broad subsurface flat plain in the northern part of this area, its average height is about one meter above sea-level, and its average depth is 1-2 meters from the ground surface.

沢田義男	田日秀定	人工砂層における垂直応力分布について —剛性ブロックの影響—	開発技報 15	48. 3.
沢朝藤	田日秀良	剛性盤上の砂層内の垂直応力分布について	開発技報 15	48. 3.
沢森下	田義男	北海道北湯沢地区における地熱について —1 m 深地温による地下温度分布の推定—	開発技報 15	48. 3.
沢平	田野義男	カオリン粘土, 石英砂混合土の圧密特性に関する 2, 3 の実験	開発技報 15	48. 3.

土 木 系 (土木工学科, 建築工学科)

能町純雄	岡健一	円筒座標に関する非軸対称三次元応力解析について	土木学会 第27回年 次学術講演会講演概 要集 I	47. 10.
能町純雄	岡健一	矢板の側方座屈について	土木学会 第27回年 次学術講演会講演概 要集 I	47. 10.
能町純雄	岡健一	上下床版と縦横リブによるサンドイッチプレートの 解析	土木学会 第27回年 次学術講演会講演概 要集 I	47. 10.
能町純雄	岡健一	方眼マルチセル構造体の応力解析について	土木学会 第27回年 次学術講演会講演概 要集 I	47. 10.
能町純雄	岡健一	和分変換による吊橋撓度理論の解法について	土木学会 第27回年 次学術講演会講演概 要集 I	47. 10.
能町純雄	岡健一	Fourier-Hankel 変換を用いた非軸対称三次元応力 解析について	第22回応用力学連合 講演会 講演論文抄 録集	47. 12.
能町純雄		コンクリート構造物の耐震設計法とその問題点	コンクリート研究委 員会資料第2号	47. 12.

佐能町 公明雄	3連応力式をフレキシビリティとするディスクリー トな振動モデルについて	北見工大研報 第3巻第2号	47. 6.
佐能町 公明雄	3連応力式による矩形板の固有振動解析について	北見工大研報 第3巻第2号	47. 6.
能松 純雄 岡 健一	円形 inclusion の移動による圧力分布について	土木学会 北海道支 部研究発表論文集第 29号	48. 2.
能町 純雄 大 島 俊之	上下床版と縦横リブによるサンドイッチプレートの 解析	土木学会 北海道支 部研究発表論文集第 29号	48. 2.
能町 純雄 尾崎 博 佐 藤	横荷重を受けるマルチセルケーソンの応力解析	土木学会 北海道支 部研究発表論文集第 29号	48. 2.
能松 純雄 岡 健一 古 路 太一	拘束ブロックによる杭の曲げ効果	土木学会 北海道支 部研究発表論文集第 29号	48. 2.
能松 純雄 岡 健一 沢 田 知之	矢板の側方不安定構造解析について	土木学会 北海道支 部研究発表論文集第 29号	48. 2.
能松 純雄 岡 健一 大坂 元 樹	トラストプレート of 応力解析	土木学会 北海道支 部研究発表論文集第 29号	48. 2.
Sumio G. Nomachi Kenichi G. Matsuoka	A Method of Solving Axially Symmetrical Stress Problems by Means of Disc Element	Proc. 21th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1971	48. 3.
中村 作太郎	自然現象における生物力学の対比よりみた土木構造 体とその構造法に関する理論的考察	農業土木学会 北海 道支部第21回研究発 表講演要旨集 16	47. 9.28
中村 作太郎	建築物における土木工学的諸問題	全国不動産管理協会 「講習会」講演	47. 6.18
中村 作太郎	建築物における梁の諸問題について	全国不動産管理協会 「研修会」講演(テキ スト印刷)	47.10.10
中村 作太郎	正負繰返し荷重を受ける合成 I 形ばりの曲げ疲労破壊 に関する基礎的研究	日本建築学会 昭和 47年度大会学術講演 梗概集 (構造系)-2471	47.10.17
中村 作太郎 志村 政雄	合成桁の両振れ曲げ疲労試験について	土木学会 第27回 年次学術講演会講演 概要集 I-109	47.10.21
中村 作太郎 志村 政雄	連続桁式逆ローゼ橋の応力分布と最適弦材分配率に 関する光弾性模型実験による研究	土木学会 第27回 年次学術講演会講演 概要集 I-238	47.10.22
中村 作太郎 志村 政雄	高さと支点構造の異なる Beam と Scheibe の光 弾性応力分布について	光弾性研究会 第1 回光弾性シンポジ ウム論文集	47.12.13
中村 作太郎	自然現象における生物力学の対比よりみた橋梁の進 歩傾向に関する理論的一考察	土木学会 北海道支 部昭和47年度研究発 表会論文集第29号	48. 2.16
中村 作太郎 志村 政雄	合成桁の両振れ曲げ疲労試験に関する基礎的研究	土木学会 北海道支 部昭和47年度研究発 表会論文集第29号	48. 2.16

中 村 作太郎	合成桁の疲労破壊に関する基礎的研究	昭和46年度北海道科学研究費による一般研究報告概要第14集	48. 3.
斉 藤 和 夫	道路ネットワークの交通事故分布に関する研究	土木学会 第27回年次学術講演概要集第4部	47. 10.
斉 藤 和 夫 石 井 憲 一	交通事故発生危険性評価に関する研究 (I)	土木学会 第27回年次学術講演概要集第4部	47. 10.
斉 藤 和 夫	交通量と交通事故発生に関する分析的研究 —交通事故発生危険性の変化について—	土木学会 北海道支部研究発表論文集第29号	48. 2.
近 藤 徹 郎 小 堀 共 生	半透過性構造物による波の反射と伝達	土木学会 第27回年次学術講演会概要集	47. 10.
近 藤 徹 郎	感潮狭口水路の流速, 内水域潮位および最大流速水深の一般法	土木学会 論文報告集第206号	47. 10.
近 藤 徹 郎 浅 野 潤 一	透過性構造物の水理特性 (第3報)	土木学会 第19回海岸工学講演会論文集	47. 11.
近 藤 徹 郎 小 堀 共 生	半透過構造物の水理	土木学会 北海道支部研究発表会論文集29	48. 2.
Hideo Kondo Satoshi Tōma	Reflection and transmission for a porous structure	Proc. of the 13th Coastal Engineering Conference, 1972	48. 3.
境 隆 雄 藤 間 聡 一	北海道河川の融雪出水の特性について	第9回災害科学総合シンポジウム論文集	47. 10.
近 藤 徹 郎 藤 間 聡 一	透過性構造物の防波機能に関する2,3の推定法について	土木学会 北海道支部研究発表会論文集29	48. 2.
新 田 登 男 高 橋 哲 男	アスファルト合材の温度分布について	土木学会 第27回年次学術講演会概要集	47. 10. 20
新 田 登 男 高 橋 哲 男	アスファルト合材の締固めに関する二, 三の実験	土木学会 第27回年次学術講演会概要集	47. 10. 20
荒 川 卓 寛 武 島 雅 樹 山 本 幹 夫	RC 部材のせん断抵抗に及ぼす副補強筋の効果	日本建築学会 大会学術講演梗概集	47. 10.
荒 川 卓 寛 山 本 幹 夫	鉄筋コンクリート柱のせん断抵抗に及ぼす補強筋の効果	日本建築学会 大会学術講演梗概集	47. 10.
洪 悦 郎 後 藤 知 英 鎌 田 雅 幸	無収縮セメントを用いたコンクリートの長期性状に関する研究	日本建築学会 大会学術講演梗概集	47. 10.
洪 悦 郎 後 藤 知 英 鎌 田 雅 幸	各種セメントを用いたコンクリートの長期材齢にわたる性状について	セメント協会 セメント技術年報 XXVI	47. 12.
洪 悦 郎 後 藤 知 英 鎌 田 雅 幸	無収縮セメントを用いたコンクリートの長期性状に関する研究	セメント協会 セメント・コンクリート No. 313	48. 3.

真嶋 二郎	都市基本計画における住宅供給計画の方法展開にかかわる計画家の基本認識のありかに関する一考察—「居住地選択行動解析研究」の意味と課題—	日本建築学会 北海道支部第38回研究発表会論文集	47. 9. 9
小幡 守 荒井 康幸	有限要素法による鉄筋コンクリート部材の収縮応力-1	日本建築学会 北海道支部第38回研究発表会論文集	47. 9. 9
小幡 守 大野 和男 張 民栄	有限要素法による正方形独立フーチングの応力解析(鉛直荷重の場合)	日本建築学会 大会 学術講演梗概集	47. 10.
福島 泰明 小幡 信男 加藤 信男	有限要素法によるせん断スパンの小さい梁の弾塑性解析 (I)	日本建築学会 大会 学術講演梗概集	47. 10.
加藤 信男 小幡 和男 大福 泰明	有限要素法によるせん断スパンの小さい梁の弾塑性解析 (II)	日本建築学会 大会 学術講演梗概集	47. 10.
小幡 守 間口 和博	大変形理論による水平力時ラーメン応力について(静的計算の場合)	日本建築学会 北海道支部 第39回研究発表会論文集	48. 3. 24
荒井 康幸 小幡 守	有限要素法による鉄筋コンクリート部材の収縮応力-2	日本建築学会 北海道支部 第39回研究発表会論文集	48. 3. 24
小幡 守 土屋 勉	有限要素法による基礎梁付長方形基礎の応力と変形について -2 (鉛直荷重の場合)	日本建築学会 北海道支部第39回研究発表会論文集	48. 3. 24
泉 清 人	騒音のやかましさにに関する研究 (1) —単位騒音のやかましさにに関する研究動向の展望—	日本建築学会 北海道支部第39回研究発表会	48. 3. 24
<p>一連の騒音のやかましさにに関する研究の基礎を固めるために、1950年代以降の欧米のやかましさ研究を通覧し、1) 等属性曲線に関する研究、2) 純音補正法に関する研究、3) 継続時間の効果に関する研究、4) 特殊な時特性に関する研究、に大別して、研究動向の現状を展望し問題点を指摘した。</p>			
泉 清 人	騒音のやかましさにに関する研究 (2) —単位騒音のやかましさをの評価法の比較と適用についての試案—	日本建築学会 北海道支部第39回研究発表会	48. 3. 24
<p>騒音のやかましさをの評価法のうち、現在広く認められている方法5分類22を選び、既発表の実験データを再整理してその優劣を論じた。ついで、対象騒音の種類により適する評価法の異なることを指摘し、騒音を5種類に大別して、そのおのおのについての最適評価法とその精度を推論し提示した。</p>			
泉 清 人	騒音のやかましさにに関する研究 (3) —室蘭工業大学環境騒音実験室の計画と音響性状について—	日本建築学会 北海道支部第39回研究発表会	48. 3. 24
<p>新設された環境騒音実験室の設置目的及び構造概要を述べ、ついで、1) 残響特性、2) 拡散特性、3) 固有振動特性、4) 暗騒音レベル、に関する音響性状測定結果とその考察を記し、この実験室がやかましさ研究の目的に適うことを論じた。</p>			
泉 清 人 近藤 清隆	騒音のやかましさにに関する研究 (4) —騒音閾に関する実験 (1) —極限法—	日本建築学会 北海道支部第39回研究発表会	48. 3. 24

騒音閾に関する実験は Spieth 1956 以来ほとんど実施されていない。本編では極限

法による騒音閾実験を報告し、騒音閾が性別、訓練度、感受性、音経験によって有意差を見せず、安定した様相をもつことを示し、ついで、既往の騒音閾実験との比較考察を行った。

泉 清 人	騒音のやかましさに関する研究 (5)	日本建築学会 北海	
梅 沢 昭 吾	—騒音閾に関する実験 (2) —評定尺度法—	道支部第39回研究発	48. 3. 24
		表会	

前編につづいて評定尺度法による騒音閾実験を報告し、騒音閾が各種の層別化によって有意差を示さずに安定していることを述べた。ついで、等属性曲線と騒音閾曲線の異同を論じ、且つ各種評価法による騒音閾値を計算し比較提示した。

泉 清 人	騒音のやかましさに関する研究 (6)	日本建築学会 北海	
矢 萩 正 輝	—騒音の断続特性のやかましさ効果に関する実	道支部第39回研究発	48. 3. 24
	験— 対比較法—	表会	

定常的な単位騒音の有効な評価法として EPNL が広く認められているが、EPNL は断続的騒音については補正が必要となる。この補正法は現在まで発表されていないので、対比較法による基礎実験を行ない、これにもとづいて、Duty Cycle 50%の騒音についての EPNL 断続音補正法実験式を提示した。

大 築 和 夫	ラーメン接合部の応力解析	日本建築学会 学術	
	—「型」接合部の場合について—	講演梗概集	47. 10.

大 築 和 夫	ラーメン接合部の応力解析	日本建築学会 北海	
熊 島 喜 一	—「T」型接合部の場合—	道支部第39回研究発	48. 3.
		表会論文集	

大 築 和 夫	有限要素法によるラーメンの解析	日本建築学会 北海	
本 谷 公 明	—腰壁、垂壁付き柱の水平剛性について—	道支部第39回研究発	48. 3.
		表会論文集	

CONTENTS

Science and Engineering

Vol. 8, No. 1

Oct., 1973

Whole No. 23

Stress Analysis of a Model (miniature) Truss	K. Hamada and M. Naito	1 (1)	1
Hydraulic Transport of Solids in Pipes			
Part 4. The Experimental Formulae for the Terminal Velocity of a Sphere decelerated by the Pipe Wall and the Flow Velocity to maintain the Suspension of a Sphere in a Pipe	K. Okuda	1 (9)	9
Simulation Using Computer Model on the Nucleate			
Boiling Phenomenon (1)	H. Yamagishi and Y. Hanaoka	1 (19)	19
Relativities between Sets and Measurements	Y. Kinokuniya	1 (29)	29
Totally Ordered Linear Space Structures and Separation			
Theorem in Real Linear Topological Spaces	K. Iwata	1 (43)	43
Porosity Effects on Young's Modulus of Graphite	A. Matsumoto	1 (49)	49
The Influence of Mg addition on the Superplastic behaviour of the Zn-Al eutectoid alloy	Y. Tanaka and K. Ikawa	1 (59)	59
Carbon Reduction of Chromite in Argon Flow	H. G. Katayama and A. Tanaka	1 (75)	75
Outdoors Insulators Contamination Test under Direct			
Voltage Application	K. Honma, H. Nozaki and K. Okubo	1 (87)	87
Adsorption Behaviors of Oxygen and Carbon Dioxide on Silver			
.	A. Ayame, Y. Ito, H. Kano and T. Kanazuka	1 (107)	107
Flow Patterns of Liquid in the Horizontal Stirred Vessel			
.	K. Ando, T. Muramori and I. Oikawa	1 (115)	115
Studies on the Method of Continuous Operation in a Horizontal			
Stirred Vessel	T. Fukuda, K. Idogawa, K. Satoh and K. Ando	1 (121)	121
Studies on the Volatiles of Holohyaline Rocks from the Hokkaido			
1. Weight loss on Heating	H. Shirahata	1 (131)	131
Studies on the Volatiles of Holohyaline Rocks from the Hokkaido			
2. Evolution of Chlorine on Heating	H. Shirahata	1 (141)	141
Fundamental Studies on the Most Profitable Distribution Ratio of			
Chord Members on the Reversed Lohse Bridge of Three-Span			
Continuous Girder Type (Part 2)			
—An Experimental Study on the Photoelastic Models—			
.	S. Nakamura and M. Shimura	1 (147)	147
On a Three Dimensional Stress Analysis of an Annular Cylindrical			
Body Subjected by Non-axisymmetrical Loading			
.	S. G. Nomachi and K. G. Matsuoka	1 (161)	161

On the Stress Analysis of the Plates with Multi-Crosswise Ribs (Part 1)	S. G. Nomachi, K. G. Matsuoka and T. Ohshima	1 (171)	171
On a Method of Solving the Deflection Theory for Suspension Bridges by Means of Finite Integration Transforms	S. G. Nomachi, K. G. Matsuoka and K. Kobari	1 (187)	187
Other Achievements in Studies for 1972 by Professors in this Institute		(201)	201

昭和四十八年十月十日印刷
昭和四十八年十月十五日発行
【非売品】

編集兼
発行者

室蘭工業大学

札幌市中央区北三条東七丁目三四二番地

印刷者 山中 幸三

札幌市中央区北三条東七丁目三四二番地

印刷所 文栄堂印刷所

〒代 二三一・五五六〇・二三一二七二

Printed by

BUNYEIDO PRINTING CO.

No. 342, E. 7-chome, N. 3-jo, Chuo-ku, Sapporo, Japan

Tel.: 231-5560・231-2711

2000